



PODRUŽNICA MATEMATIČARA VALJEVO
VALJEVSKA GIMNAZIJA

INTEGRAL KUP 2020

Online, 28. novembar 2020.

Zadaci na turniru su podeljeni u tri celine: I ALGEBRA I BROJEVI, II GEOMETRIJA i III KOMBINATORIKA. U svakoj celini data su tri zadatka sa višestrukim izborom i jedan zadatak koji je potrebno detaljno rešiti. Zadaci sa višestrukim izborom vrede po 5 poena, dok zadaci koji se detaljno rešavaju vrede po 10 poena. U svakom zadatku sa višestrukim izborom ponudjeno je pet odgovora (A, B, C, D, E) od kojih je samo jedan tačan i odgovor N (ne znam). Zaokruživanje samo odgovora N ne donosi ni negativne ni pozitivne poene. U slučaju zaokruživanja netačnog odgovora ili zaokruživanja više od jednog odgovora, kao i u slučaju da se ne zaokruži ni jedan odgovor, dobija se -1 poen. Vreme za izradu zadataka je 150 minuta.

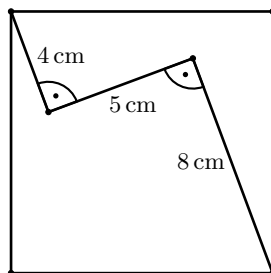
1. i 2. razred

I ALGEBRA I BROJEVI

1. Sa koliko nula se završava broj $16^5 \cdot 5^{16} + 4^{25} \cdot 25^4$?
(A) 4 (B) 5 (C) 8 (D) 15 (E) 16 (N) Ne znam
2. Ako je S skup svih trocifrenih prirodnih brojeva koji su deljivi sa 12 i imaju tačno 12 delilaca, koliko skup S ima elemenata?
(A) 12 (B) 17 (C) 19 (D) 20 (E) 21 (N) Ne znam
3. Koliki je zbir realnih brojeva x i y za koje važi $5x^2 + 8xy + 8y^2 \leq 12x - 12$?
(A) $-5,8$ (B) -1 (C) 0 (D) 1 (E) 1,25 (N) Ne znam
4. Dokazati da postoji beskonačno uredjenih trojki prirodnih brojeva (x, y, z) za koje važi $5^x - 5^y = z^2$.

II GEOMETRIJA

1. Površina kvadrata sa slike je



- (A) $42,25 \text{ cm}^2$ (B) 64 cm^2 (C) $72,25 \text{ cm}^2$ (D) 81 cm^2 (E) $84,50 \text{ cm}^2$ (N) Ne znam
2. Tačka E je središte stranice BC pravougaonika $ABCD$. Ako je $AB = 2$, a prava DE tangenta kružnice nad prečnikom AB , onda je BC jednako
- (A) 1 (B) 2 (C) $\sqrt{2}$ (D) $\frac{4}{3}$ (E) $\frac{5}{4}$ (N) Ne znam
3. Neka su E, F, G i H središta stranica AB, BC, CD i DA , redom, konveksnog četvorougla $ABCD$, a I presek duži EG i FH . Ako su površine četvorouglova $AEIH, BFIE$ i $CGIF$ jednake 8, 16 i 20, redom, kolika je površina četvorougla $DHIG$?
- (A) 28 (B) 12 (C) 4 (D) 40 (E) 10 (N) Ne znam
4. Merni brojevi stranica pravouglog trougla su prirodni brojevi. Može li obim tog trougla biti jednak 2020-om stepenu nekog prirodnog broja?

III KOMBINATORIKA

1. Koliko ima uredjenih parova sa celobrojnim koordinatama u skupu $[\pi, 3\pi] \times [2\pi, 8\pi]$?
- (A) 54 (B) 57 (C) 90 (D) 108 (E) 114 (N) Ne znam
2. Digitalni časovnik pokazuje vreme $h : m : s$ gde su h, m i s celi brojevi takvi da $0 \leq h \leq 23, 0 \leq m \leq 59$ i $0 \leq s \leq 59$. Koliko puta će časovnik u toku jednog dana pokazati vreme $h : m : s$ za koje važi $h + s = m$?
- (A) 1104 (B) 1127 (C) 1152 (D) 1164 (E) 1770 (N) Ne znam
3. Na stranicama AB, BC i CA trougla ABC dato je redom 3, 4 i 5 tačaka koje su različite od temena trougla. Broj svih trouglova čija su temena neke tri od datih tačaka je
- (A) 60 (B) 135 (C) 175 (D) 205 (E) 350 (N) Ne znam
4. Odrediti broj načina na koji se brojevi 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 i 9 mogu poredjati u polja tabele 3×3 tako da zbir brojeva po svakoj vrsti, koloni i dijagonali bude deljiv sa 3.