



ПОДРУЖНИЦА МАТЕМАТИЧАРА ВАЉЕВО
ВАЉЕВСКА ГИМНАЗИЈА

ИНТЕГРАЛ КУП 2020

Online, 28. новембар 2020.

Задаци на турниру су подељени у три целине: I АЛГЕБРА И БРОЈЕВИ, II ГЕОМЕТРИЈА И III КОМБИНАТОРИКА. У свакој целини дата су три задатка са вишеструким избором и један задатак који је потребно детаљно решити. Задаци са вишеструким избором вреде по 5 поена, док задаци који се детаљно решавају вреде по 10 поена. У сваком задатку са вишеструким избором понуђено је пет одговора (А, Б, В, Г, Д) од којих је само један тачан и одговор Н (не знам). Заокруживање само одговора Н не доноси ни негативне ни позитивне поене. У случају заокруживања нетачног одговора или заокруживања више од једног одговора, као и у случају да се не заокружи ни један одговор, добија се -1 поен. Време за израду задатака је 150 минута.

7. и 8. разред

I АЛГЕБРА И БРОЈЕВИ

- Нека су a и b природни бројеви такви да је $\sqrt{32\sqrt{128}} = a\sqrt{\sqrt{b}}$ и b је најмањи са тим својством. Колико је $a : b$?
(А) 1 (Б) 2 (В) 4 (Г) 8 (Д) 16 (Н) Не знам
- Колико решења у скупу целих бројева има једначина $x^2 + 5y = 12345678$?
(А) 0 (Б) 1 (В) 2 (Г) 3 (Д) Више од 3 (Н) Не знам
- Колико има уређених тројки (a, b, c) реалних бројева a, b и c за које важи $ab = c$, $bc = a$ и $ca = b$?
(А) 1 (Б) 2 (В) 3 (Г) 4 (Д) Више од 4 (Н) Не знам
- Након пола сата вожње бициклиста је прешао 15 km и схватио да ће, ако настави да вози истом просечном брзином, стићи на хуманитарни скуп са сат времена закашњења. Зато је бициклиста повећао своју просечну брзину за 10 km/h и на скуп стигао 15 min раније. Колико је кућа бициклисте удаљена од места на ком се одржава хуманитарни скуп?

II ГЕОМЕТРИЈА

1. Једна основица трапеза је три пута већа од друге, а површина трапеза је 80. Средња линија трапеза разлаже трапез на две фигуре. За колико се разликују површине те две фигуре?
(А) 10 (Б) 16 (В) 20 (Г) 30 (Д) 40 (Н) Не знам
2. Дат је квадрат $ABCD$ странеце 4 и тачка E ван квадрата таква да је $CE = DE$ и $\angle CED = 90^\circ$. Дужина дужи AE је
(А) $4\sqrt{2}$ (Б) $2\sqrt{10}$ (В) $2\sqrt{6}$ (Г) 6 (Д) $6\sqrt{2}$ (Н) Не знам
3. Крак једнакокраког троугла је 7, а пречник описане кружнице је 25. Колика је основица тог једнакокраког троугла?
(А) 11 (Б) 12,33 (В) 13,44 (Г) 14,55 (Д) 15 (Н) Не знам
4. Мердевине дужине 10 m наслоњене су на зид. Средиште мердевина је дупло више удаљено од пода него од зида. На којој висини зида су мердевине наслоњене?

III КОМБИНАТОРИКА

1. У перници су оловке које се једино по боји разликују. Међу њима има црвених, зелених, плавих, жутих и црних. Колико најмање њих треба извадити да бисмо без гледања били сигурни да међу њима има три оловке исте боје?
(А) 3 (Б) 6 (В) 11 (Г) 15 (Д) 16 (Н) Не знам
2. Природних бројева n , $100 \leq n < 10000$ код које су тачно три цифре једнаке има
(А) 306 (Б) 315 (В) 324 (Г) 333 (Д) 342 (Н) Не знам
3. У координатној равни дате су тачке $A(-2, 0)$, $B(-1, 0)$, $C(0, 0)$, $D(1, 0)$, $E(2, 0)$, $F(0, -1)$ и $G(0, 1)$. Колико троуглова одређују ове тачке?
(А) 15 (Б) 16 (В) 24 (Г) 30 (Д) 36 (Н) Не знам
4. Колико има десетоцифрених бројева код којих је производ цифара нула, ако се цифре: а) могу понављати; б) не могу понављати?