



PODRUŽNICA MATEMATIČARA VALJEVO  
VALJEVSKA GIMNAZIJA

## INTEGRAL KUP 2021

Online, 4. decembar 2021.

Zadaci na turniru su podeljeni u tri celine: I ALGEBRA I BROJEVI, II GEOMETRIJA i III KOMBINATORIKA. U svakoj celini data su tri zadatka sa višestrukim izborom i jedan zadatak koji je potrebno detaljno rešiti. Zadaci sa višestrukim izborom vrede po 5 poena, dok zadaci koji se detaljno rešavaju vrede po 10 poena. U svakom zadatku sa višestrukim izborom ponuđeno je pet odgovora (A, B, C, D, E) od kojih je samo jedan tačan i odgovor N (ne znam). Zaokruživanje samo odgovora N ne donosi ni negativne ni pozitivne poene. U slučaju zaokruživanja netačnog odgovora ili zaokruživanja više od jednog odgovora, kao i u slučaju da se ne zaokruži ni jedan odgovor, dobija se -1 poen. Vreme za izradu zadataka je 150 minuta.

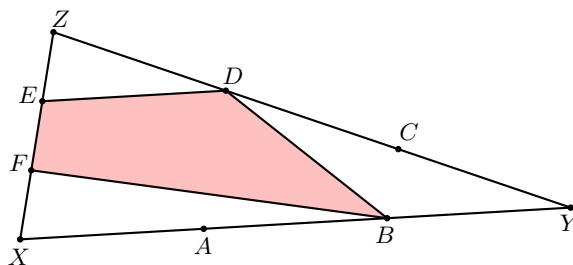
### 1. i 2. razred

#### I ALGEBRA I BROJEVI

- Roditelj je u nasleđstvo svojoj deci ostavio 16 000 evra, sa željom da taj iznos podele na jednake delove. Međutim, jedno njegovo dete je odustalo od nasleđstva, pa se svoj ostaloj deci nasleđstvo uvećalo za po 800 evra. Ako je  $n$  broj dece ovog roditelja, onda  $n$  pripada intervalu:  
(A)  $[1, 3)$     (B)  $(2, 4]$     (C)  $[5, 8)$     (D)  $[8, 10)$     (E)  $(11, 14]$     (N) Ne znam
- Ako je  $|x + a| = a$ , onda je  $||x| - a|$  jednako  
(A) 0    (B)  $a$     (C)  $-a$     (D)  $2a$     (E)  $3a$     (N) Ne znam
- Ako su  $a$  i  $b$  prirodni brojevi za koje važi  $a^2 - b^6 - 1457 = 0$ , onda je  $a - b$  jednako  
(A) 1456    (B) 719    (C) 16    (D) 19    (E) 37    (N) Ne znam
- Dokazati da zbir dva ili više uzastopnih prirodnih brojeva nije jednak stepenu broja 2.

## II GEOMETRIJA

1. Tačke  $M$  i  $N$  pripadaju kružnici  $k(O, r)$ , a tačka  $P$  je na duži  $MN$ . Ako je  $PM = 14$ ,  $PN = 4$  i  $PO = 13$ , zbir cifara broja  $r^2$  je  
(A) 9      (B) 10      (C) 11      (D) 13      (E) 16      (N) Ne znam
2. Tačke  $A, B, C, D, E$  i  $F$  dele odgovarajuće stranice trougla  $XYZ$  na duži jednakih dužina (vidi sliku). Odnos površina četvorougla  $BDEF$  i trougla  $XYZ$  je



- (A) 2 : 5      (B) 4 : 9      (C) 7 : 15      (D) 13 : 27      (E) 40 : 81      (N) Ne znam
3. Neka je  $ABCD$  jednakokraki trapez sa dužom osnovicom  $AB$ . Ako je ugao  $ACB$  prav, a dužine osnovica tog trapeza su  $2x$  i  $x$ , njegova površina je  
(A)  $\frac{3\sqrt{2}}{2} \cdot x^2$     (B)  $\sqrt{3} \cdot x^2$     (C)  $3\sqrt{2} \cdot x^2$     (D)  $\frac{3\sqrt{3}}{4} \cdot x^2$     (E)  $\frac{3\sqrt{3}}{2} \cdot x^2$     (N) Ne znam
  4. U trouglu  $ABC$  važi da je  $\angle ABC = 15^\circ$  i  $\angle ACB = 30^\circ$ . Odrediti meru ugla  $BAS$ , gde je  $S$  središte stranice  $BC$ .

## III KOMBINATORIKA

1. Koliko ima sedmocifrenih brojeva deljivih sa 25 koji se isto čitaju sleva na desno kao i zdesna na levo?  
(A) 100      (B) 180      (C) 200      (D) 300      (E) 400      (N) Ne znam
2. Na jednoj od dve paralelne prave odabrano je 6 tačaka. Koliko tačaka treba odabrati na drugoj pravoj tako da bude tačno 135 različitih trouglova čija su temena odabrane tačke?  
(A) 6      (B) 5      (C) 4      (D) 3      (E) 2      (N) Ne znam
3. Dati su skupovi  $A = \{1, 2, 3, 4\}$  i  $B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ . Koliko ima podskupova skupa  $B$  koji sadrže sve elemente skupa  $A$ ?  
(A) 31      (B) 32      (C) 63      (D) 64      (E) 127      (N) Ne znam
4. Neka je  $C = \{x \mid x \in \mathbb{N}, 4 \leq x \leq 21\}$  i  $D = \{4, 1, 2, 20, 21\}$ . Koliko ima funkcija  $f : D \rightarrow C$  takvih da je  $f(4)$  deljivo sa 7 i  $f(2) \leq f(20) < f(4) \leq f(1) < f(21)$ ?