



## ВАЉЕВСКА ГИМНАЗИЈА

14000 ВАЉЕВО, ВУКА КАРАЦИЋА 3  
ТЕЛ-ФАКС: 014/221-622; ТЕЛ: 014/227-927  
e-mail [gimvaljevo@ptt.rs](mailto:gimvaljevo@ptt.rs)  
[www.valjevska gimnazija.edu.rs](http://www.valjevska gimnazija.edu.rs)

Predrag Stojaković – profesor Valjevske gimnazije

# FIZIKA 7

Zbirka zadataka iz fizike – priprema za takmičenje

## INTERNA SKRIPTA

za sedmi razred osnovne škole

**SADRŽAJ:**

<b>O REŠAVANJU ZADATAKA.....</b>	<b>1</b>
<b>1. SILA I KRETANJE.....</b>	<b>3</b>
1.0. Šesti razred – podsećanje.....	3
1.1. Pomeraj. Pojam vektora .....	5
1.2. Ravnomerno promenljivo pravolinijsko kretanje .....	7
1.3. Njutnovi zakoni.....	10
1.4. Kretanje pod uticajem sile zemljine teže.....	12
1.5. Slaganje i razlaganja vektora .....	14
1.6. Drugi Njutnov zakon i rezultujuća sila. Sila trenja .....	15
<b>1. SILA I KRETANJE – REŠENJA .....</b>	<b>20</b>
1.0. Šesti razred – podsećanje.....	20
1.1. Pomeraj. Pojam vektora .....	21
1.2. Ravnomerno promenljivo pravolinijsko kretanje .....	23
1.3. Njutnovi zakoni.....	28
1.4. Kretanje pod uticajem sile Zemljine teže.....	30
1.5. Slaganje i razlaganja vektora .....	34
1.6. Drugi Njutnov zakon i rezultujuća sila. Sila trenja .....	35
<b>2. RAVNOTEŽA TELA .....</b>	<b>45</b>
<b>2. RAVNOTEŽA TELA - REŠENJA: .....</b>	<b>49</b>
<b>3. SILA POTISKA I ARHIMEDOV ZAKON.....</b>	<b>55</b>
<b>3. SILA POTISKA I ARHIMEDOV ZAKON – REŠENJA: .....</b>	<b>59</b>
<b>4. ENERGIJA, RAD, SNAGA.....</b>	<b>64</b>
<b>4. ENERGIJA, RAD, SNAGA - REŠENJA:.....</b>	<b>68</b>
<b>5. TOPLITNE POJAVE .....</b>	<b>72</b>
<b>5. TOPLITNE POJAVE – REŠENJA .....</b>	<b>74</b>

## O REŠAVANJU ZADATAKA

**B**ajke pomažu deci da upoznaju svet odraslih, zadaci takođe imaju analognu ulogu pri upoznavanju učenika sa fizikom.

Uistinu, zadaci imaju mnogo zajedničkog sa folklorom. Isto kao i bajke, i zadaci učeniku daju prvu predstavu o svetu fizike, o metodama njenog opisivanja, i putevima saznanja.

Elementarni zadaci opisuju dogovoreni svet materijalnih tačaka, niti bez težine, idealnih gasova, i drugih savršenih tela, sličan svetu bajki, naseljenim strašnim zmijama, i prelepim prinčevima, koji putuju na letećim čilimima u potrazi za žar — pticom. U takvom svetu sila dobra i zla jasno su prikazani i prirodni problemi koji se odlikuju jasnoćom i jednoznačnošću odgovora. U zadacima takođe možemo posmatrati nerealne, čak fantastične pojave; isto kao i bajke i ovakvi zadaci razvijaju našu maštu. Već prorađeni zadaci nas postepeno približavaju složenoj slici realnog naučnog istraživanja, gde mnoga pitanja zahtevaju dosta rada samo za njihovu formulaciju, i na kraju, veoma temeljno pretraživanje dovodi do proširivanja naših vidika, i daje mogućnost da ranije postavljeni problem sagledamo iz drugog, novog ugla. Isti slučaj je i sa zadacima: temeljnije posmatranje često zahteva nove proračune, ili može poslužiti kao povod za ozbiljnije razmišljanje.

Rešavanje zadataka će doneti najveću korist samo ako ih učenik rešava **SAMOSTALNO**. Međutim, rešavanje bez pomoći, sugestija, često nije moguće, pa ne uspevamo da rešimo zadatak. Ali čak i oni koji nisu uspeli da nađu rešenje, imaju znatne koristi ukoliko su dovoljno uporno pokušavali, time što razvijaju intelekt i jačaju volju. Treba imati u vidu da odlučujuću ulogu u rešavanju zadataka, kao i uopšte u učenju, igraju snaga volje i upornost i istrajnost u radu.

Ne treba se obeshrabriti ako neki zadatak ne uspemo da rešimo odmah, iz prvog pokušaja. naučno je utvrđeno da se proces stvaralaštva u oblasti egzaktnih nauka (a rešavanje zadataka je jedan od oblika stvaraštva) odvija sledećim redosledom.

Prvo dolazi **PRIPREMNA FAZA**, u toku koje **naučnik** (a to ste vi) uporno traži rešenje. Ako ne nađe rešenje i problem na neko vreme napusti, nastupa druga faza —

**FAZA INKUBACIJE** — naučnik ne razmišlja o problemu i bavi se drugim stvarima. Ipak, u podsvesti se nastavlja nesvesno razmišljanje o problemu, koje, na kraju krajeva dovodi do treće faze —

iznenadnog ozarenja, **ILUMINACIJE**, i pronalaska traženog rešenja.

Treba imati u vidu da se period inkubacije ne pojavljuje sam od sebe — da bi se pokrenuo mehanizam podsvesnog razmišljanja o problemu, potreban je uporan, intenzivan rad u periodu **PRIPREMNE FAZE**.

Rešavanje zadataka, kako smo ga već okarakterisali, takođe je vid stvaralaštva, i kao takvo, dužno je da poštuje one zakone koji važe i za rad naučnika na naučnom problemu. Istina, u nekim slučajevima je druga faza — faza inkubacije tako slabo izražena da ostaje zanemarena.

Iz izloženog proizilazi da rešavanje zadataka ni u kom slučaju ne treba odlagati za poslednje veče, kako, na žalost, učenici najčešće i čine. U tom slučaju najsloženije, i istovremeno najsadržajnije i najkorisnije zadatke nesumnjivo nećemo rešiti.

O zadacima zadanim «za domaći» treba razmišljati što je moguće ranije, da bi se stvorili uslovi za fazu inkubacije .

## **PLAN REŠAVANJA ZADATAKA**

- 1.** Treba pažljivo pročitati zadatak i više puta (**najvažnije**)
- 2.** Zapisati sve podatke iz zadatka pomoću opštih i imenovanih brojeva i uočiti koje su veličine poznate a koje su veličine nepoznate
- 3.** Ako je potrebno napraviti odgovarajuću skicu odnosno crtež
- 4.** Utvrditi fizički zakon koji leži u osnovi fizičke pojave koja se posmatra u zadatku.
- 5.** Rešavati zadatak bez žurbe da se ne bi napravila računska greška.
- 6.** Zadaci se najčešće rešavaju u opštem obliku, pa se tek na kraju zamenjuju date brojne vrednosti veličina. Tim načinom lakše se uočavaju i otklanjaju greške, jer se tokom rada neprekidno prati fizički zakon koji se koristi i preglednost u radu je bolja.
- 7.** Kada se zadatak reši u opštem obliku zamenjuju se brojne vrednosti. Obavezno pretvoriti sve jedinice u jedinice SI.
- 8.** Pre zamene brojnih vrednosti izvršiti dimenzionu analizu — utvrditi da li su jednake dimenzije (jedinice) leve i desne strane jednačine.
- 9.** Obavezno oceniti realnost dobijenog rezultata, videti da li ima fizičkog smisla.

# 1. SILA I KRETANJE

## 1.0. Šesti razred – podsećanje

### Podsetnik

**Kretanje je promena položaja tela u odnosu na druga tela.**

**Referentno telo** ili uporedno je telo u odnosu na koje se posmatra kretanje.

U prirodi nema tela koje bi bilo u potpunom – apsolutnom miru. Postoji samo relativno mirovanje, tj. mirovanje jednog tela u odnosu na druga tela.

**Sva kretanja su relativna.**

**Nema apsolutnog mirovanja.**

**Putanja (ili trajektorija)** je linija koju se telo opisuje u toku kretanja.

Putanja može biti prava ili kriva pa je i kretanje prema obliku putanje **pravolinijsko** ili **krivolinijsko**.

**Predeni put** je dužina putanje koju telo pređe za određeno vreme. Obeležava se oznakom  $s$ , a izražava jedinicom dužine.

**Materijalna tačka** je telo čije se dimenzije i oblik mogu zanemariti u datom problemu.

(Kako se Valjevo prikazuje na geografskoj karti sveta? Može li planeta Zemlja biti tačka?)

**Fizička veličina** je neko svojstvo tela ili procesa. Svaka fizička veličina mora imati definiciju i jedinicu mere.

**Međunarodni sistem jedinica (SI)** je skup svih fizičkih veličina i njihovih jedinica koje se koriste za merenje.

**Osnovne veličine** Međunarodnog sistema su:

Veličina	Oznaka veličine	Jedinica	Oznaka jedinice
Dužina	$l$	metar	m
Masa	$m$	kilogram	kg
Vreme	$t$	sekund	s
Termodinamička temperatura	$T$	kelvin	K
Električna struje	$I$	amper	A
Jačina svetlosti	$J$	kandela	cd
Količina supstancije	$n$	mol	mol

Ostale veličine su **izvedene** iz osnovnih.

**Brzina** je jednaka količniku prednjeg puta vremena za koje se taj put pređe.

$$v = \frac{s}{t} \quad \text{jedinice su } \left[ \frac{m}{s} \right] \text{ i } \left[ \frac{km}{h} \right]$$

Pretvaranje jedinica

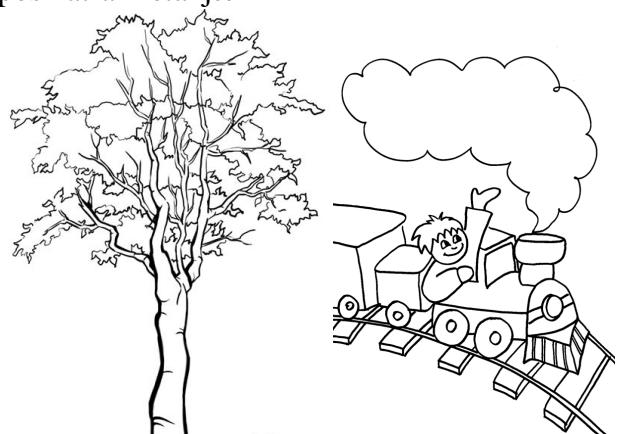
$$36 \frac{km}{h} = 36 \frac{1000m}{3600s} = 10 \frac{m}{s}$$

$$5 \frac{m}{s} = \frac{1000}{\frac{1h}{3600}} = 5 * \frac{3600km}{1000h} = 18 \frac{km}{h}$$

Telo se kreće **ravnomerno pravolinijski** ako po pravoj putanji prelazi jednakе puteve u jednakim vremenskim intervalima. Telo se kreće brzinom od 1m/s ako prelazi put od 1m u svakoj sekundi.

**Promenljivo pravolinijsko kretanje**

Telo se kreće promenljivo pravolinijski ako duž prave linije u jednakim vremenskim intervalima prelazi različite puteve. Ukoliko se telo kreće promenljivo i za ukupno vreme  $v_{sr} = \frac{s_{uk}}{t_{uk}}$  kretanja  $t_u$  pređe ukupan put  $s_u$  onda se ono kreće srednjom (prosečnom) brzinom  $v_{sr}$ :



Šta sve ovde može biti referentno telo?

Da li se ovaj putnik kreće ili ipak miruje?

## Zadaci

Prvo malo lake muzike za zagrevanje...

**1.** Neki čovek je došao do obale reke noseći glavicu zelja i vodeći vuka i kožu. Dok je on prisutan niti će vuk pojesti kožu niti koza zelje (inače, vuk ne jede zelje!). Preko reke čovek može u čamcu preći bilo sam, bilo poneti samo vuka ili samo kožu, ili samo zelje. Može li on – prelazeći reku više puta – preneti na drugu obalu sve njih a da vuk ne pojede kožu niti koza zelje? Ako može koliko je najmanje prelaza potrebno?

**2.** Čovek sa dva sina je stigao do obale reke i žele da se prebace na drugu obalu. Ali čamac može da nosi bilo čoveke samoga, bilo oba sina zajedno (jednog sina svakako), ali nikako oca i sina zajedno, niti svu trojicu. Koliko je najmanje prelaza potrebno da sva trojica pređu reku?

**3.** \* U deset vreća nalaze se novčići. U devet od njih su oni ispravne težine po 10 grama, a u jednoj su lažni – svi težine po 9 grama. Kako ćemo pomoći samo jednog merenja na vagi koja pokazuje grame saznati u kojoj su vreći lakši novčići?

( Ovo je jedan od zadataka koje su Saveznici bacali u vidu letka iznad Nemačke u toku Drugog svetskog rata. Razlog je – „ukrasti“ vreme nemačkim naučnicima, umesto da usavršavaju oružja, rešavaju zadatak iz fizike! I, stvarno, nemačka tajna služba je odredila ekipu naučnika da rešavaju ovakve zadatke! )

**4.** Voz dužine 100 m prelazi preko mosta dužine 150 m brzinom 10 m/s.

- a) koliko dugo je opterećen most? (Rez: 25 s )
- b) koliko dugo je maksimalno opterećen most? (Rez.: 5 s)

**5.** Teretni voz na izlasku iz stanice kreće se brzinom 36 km/h. Nakon 30 minuta posle njega stanicu napušta i brzi voz, brzinom 72 km/h. Posle koliko vremena od izlaska teretnog voza i na kom rastojanju od stanice će brzi voz sustići teretni? (Rez.: 0,75 h; 27 km.)

**6.** Dve čestice se kreću između tačaka A i B i obratno. Prva čestica se kreće iz A brzinom 4 m/s a druga iz B brzinom 7 m/s. Poznato je da se čestice drugi put susretnu 4 s posle prvog susreta. Naći rastojanje AB. (Rez.: 22 m.)

**7.** Iz dve tačke A i B koje su međusobno udaljene 90 m istovremeno kreću dva tela u istom pravcu i smeru. Telo iz tačke A se kreće brzinom 5 m/s a telo iz B brzinom 2 m/s. Posle koliko vremena će prvo telo stići drugo i kolike puteve prelaze tela do susreta. (Rez.: 30 s, 150 m, 90 m.)

**8.** Biciklista je u 12 sati krenuo brzinom od 10 km/h iz mesta A u mesto B, koje je udaljeno 60 km. Iz B prema A kretao se motociklista brzinom 30 km/h. Sreli su se na polovini puta. U koliko sati je krenuo motociklista? Izračunati na kom međusobnom rastojanju su oni u 14 i u 16 časova.  
(Rez.:14h,40km,40km)

**9.** Trkač je stazu dužine 720 m pretrčao tako što je polovinu staze trčao brzinom 8 m/s, trećinu staze brzinom 7 m/s a ostatak brzinom 6 m/s. Kolika je srednja brzina trkača na celoj stazi? (Rez.: 7,25m/s)

**10.** Biciklista je za prvih 40 min prešao 8 km. Sledećih 80 min kretao se stalnom brzinom 15 km/h, a preostalih 6 km prešao brzinom 12 km/h. Odrediti srednju brzinu za sve vreme kretanja, za prvi sat kretanja i na prvoj polovini puta. (Rez.: 13,6 km/h; 13 km/h; 13,42 km/h)

## 1.1. Pomeraj. Pojam vektora

### Podsetnik:

**Skalari** su veličine određene samo brojnom vrednošću i jedinicom mere. (primer: masa, dužina itd. korisno je znati da su skalari sve osnovne jedinice SI)

**Vektori** su veličine određene brojnom vrednošću pravcem i smerom.

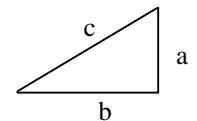
(umesto brojne vrednosti može se reći intenzitet, veličina, ponekad jačina)

primeri vektora su: Brzina, sila, ...

Pitagorina teorema: Kvadrat nad hipotenuzom (to zna svako dete) jednak je zbiru kvadrata nad obe katete.

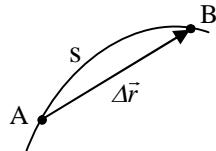
$$c^2 = a^2 + b^2$$

(Za ovu relaciju su znali još stari Kinezi i Egipćani 1500 godina pre Pitagore! Naprimer, trougao sa stranicama 3,4 i 5 zove se egipatski trougao).



**Kada je Pitagora dokazao ovu teoremu, u znak zahvalnosti, prineo je bogovima na žrtvu dve hekatombe (to znači 200) volova! Od tada se svi volovi plaše matematike!**

**Pomeraj** je vektor koji spaja početnu i krajnju tačku puta.



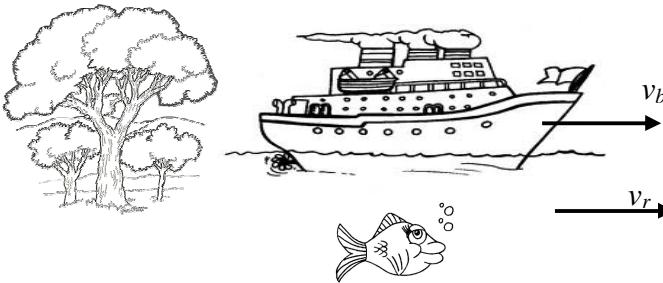
Ako je za neku veličinu potreban pravac to je vektor.

Najbolji primer vektora predstavlja brzina. Nije svejedno da li auto ide putem ili ode u jarak. Dalje, nije isto da iz Lajkovca krenete ka Valjevu ili ka Beogradu.

Zato ćemo se podsetiti sabiranja brzina i računanja relativne brzine.

obratiti pažnju da pomeraj i put po dužini ne moraju biti jednaki. Pomeraj je vektorska karakteristika kretanja a put je skalar.

### Sabiranje brzina



#### sabiranje brzina – nizvodno

$$v = v_b + v_r$$

$v$  je brzina broda u odnosu na obalu

$v_b$  je brzina broda u odnosu na reku

$v_r$  je brzina reke

Reka potpomaže brodu da se kreće brže. Tako pamtiti da se brzine sabiraju kada se brod kreće nizvodno.

Kako će biti kada brod ide **uzvodno**?

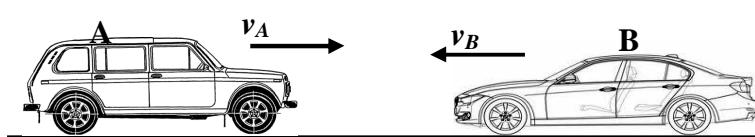


#### relativna brzina:

$$v_{rel} = v_A - v_B$$

Kada idu u istom smeru! To znači **kao da auto B miruje** a A mu se približava brzinom  $v_{rel}$ !

Ako su im brzine iste  $v_{rel}$  je 0 što znači da A nikad neće stići B. Tako pamtiti da je minus između brzina



#### relativna brzina:

$$v_{rel} = v_A + v_B$$

Kada idu u suprotnim smerovima! Sudar će biti strašan. Tako pamtiti da se u ovom slučaju sabiraju brzine.

**Zadaci**

- 11.** Lopta pada sa visine 10 m i odskoči na visinu 8 m, Koliki su pređeni put i pomeraj?
- 12.** Šta se plaća u vožnji taksijem, put ili pomeraj?
- 13.** Šta se plaća u vožnji avionom, put ili pomeraj?
- 14.** Po kakvoj putanji i na koji način treba da se kreće auto, da bi pređeni put bio jednak veličini pomeraja?
- 15.** Grupa izletnika pređe 8 km na sever, pa onda još 6 km na istok. Koliki su pređeni put i pomeraj? (Rez.:  $s = 14 \text{ km}$ ;  $\Delta r = 10 \text{ km}$ )
- 16.** Brzina čamca u odnosu na vodu je 2 m/s, a brzina rečnog toka je 1,5 m/s. Kolika je brzina čamca u odnosu na obalu ako se on kreće a) nizvodno, b) uzvodno, c) normalno na rečni tok d) ako je širina reke 30 m naći vreme za koje čamac pređe sa jedne na drugu obalu držeći kurs duž normale na reku, i koliko će ga reka odneti nizvodno e) kako treba da se kreće čamac da bi prešao u tačku naspram početne? (Rez.: a) 3,5 m/s; b) 0,5 m/s; c) 2,5 m/s; d) 15 s; 22,5 m.)
- 17.** Rastojanje između dva grada na reci je 15 km. To rastojanje motorni čamac pređe nizvodno za 1,5 h, a uzvodno za 2h – istom brzinom u odnosu na reku. Za koje vreme bi to rastojanje prešao splav? (Rez.: 12 h.)
- 18.** Čamac prelazi reku širine 0,5 km u pravcu normalnom na obalu brzinom 7,2 km/h. Dok stigne na drugu obalu reka ga odnese nizvodno 150 m. Ako bi se čamac kretao brzinom 9 km/h koliko bi ga odneo tok reke? (Rez.: 120 m.)
- 19.** Duž dva paralelna koloseka kreću se dva voza, jedan dužine 50 m brzinom 54 km/h, a drugi dužine 40 m brzinom 36 km/h.  
a) Ako vozovi idu u istom smeru za koliko vreme će brži voz preteći sporiji? (Rez.: 18 s)  
b) Koliko dugo brži voz prolazi pored mašinovođe sporijeg voza? (Rez.: 10 s)  
c) Koliko dugo mašinovoda bržeg voza prolazi pored sporijeg voza? (Rez.: 8 s)
- 20.** Ponoviti prethodni zadatak za slučaj da vozovi idu jedan drugom u susret. Rezultati: a) 3,6 s; b) 2s; c) 1,6 s.
- 21.** Dva biciklista se nalaze na udaljenju 10 km i kreću se jedan prema drugom jednakim brzinama 10 km/h. Istovremeno sa jednog od njih poleće muva ka drugom biciklisti brzinom 20 km/h. Čim dođe do drugog bicikliste vraća se nazad ka prvom, pa opet natrag, i sve tako dok se biciklisti ne sretnu. Koliki put pređe muva za ovo vreme? (Rez.: 10 km)
- 22.** Odred izviđača se kreće u koloni brzinom 5 km/h. Komandir šalje sa kraja kolone kurira sa porukom za prvog u koloni. Kurir se kreće brzinom 15 km/h i kada preda poruku odmah se vraća na kraj kolone istom brzinom. Vreme proteklo od polaska kurira do njegovog povratka iznosi 1,8 minuta. (Rez.: 200m.)

## 1.2. Ravnometerno promenljivo pravolinijsko kretanje

### Podsetnik

**Ravnometerno promenljivo pravolinijsko kretanje** je kretanje tela po pravoj liniji čiji se intezitet brzine ravnometerno menja u toku vremena.

Ravnometerno ubrzano – brzina se ravnometerno uvećava u toku vremena

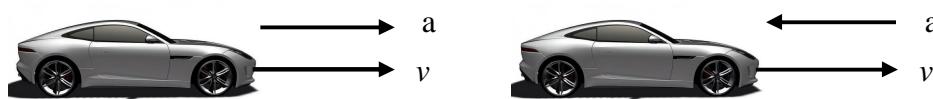
Ravnometerno usporeno – brzina se ravnometerno smanjuje u toku vremena

Koliko brzo raste brzina? Odgovor nam daje količnik promene brzine i proteklog vremena – **ubrzanje (a)**

$$\text{ubrzanje} = \frac{\text{promena brzine}}{\text{proteklo vreme}} \quad a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \quad a = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$$

**Merna jedinica za ubrzanje:**  $[a] = \frac{m}{s} = \frac{m}{s^2}$

Ubrzanje je vektorska veličina, što znači da ima tačno određen intezitet ( $a$ ), pravac i smer. Intezitet smo odredili a pravac se poklapa sa pravcem brzine odnosno kretanja tela. Kada se telo kreće ubrzano smer se poklapa sa smerom brzine, a kada se telo kreće usporeno smer ubrzanja je suprotan smeru kretanja tela.



Brzina tela u određenom (datom) trenutku naziva se **trenutnom brzinom**.

Trenutna brzina ravnometerno ubrzanog kretanja sa početnom brzinom:  $v = v_0 + at$

$v$  – trenutna brzina  $v_0$  – početna brzina  $a$  – ubrzanje  $t$  – vreme za koje se brzina promenila od  $v_0$  do  $v$

**pređeni put kod ravnometerno ubrzanog kretanja:**  $s = v_0 t + \frac{at^2}{2}$

**trenutna brzina ravnometerno usporenog kretanja:**  $v = v_0 - at$

**pređeni put kod ravnometerno ubrzanog kretanja:**  $s = v_0 t - \frac{at^2}{2}$

kada telo polazi iz mirovanja – početna brzina je jednaka nuli

trenutna brzina ravnometerno ubrzanog kretanja bez početne brzine

Zavisnost brzine od puta

(kada se eliminiše vreme)

$$v^2 = v_0^2 + 2as \quad \text{odnosno}$$

$$v^2 = v_0^2 - 2as$$

$$v = at$$

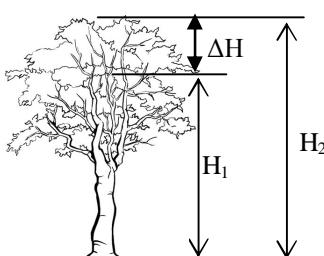
$$v^2 = 2as$$

$$s = \frac{at^2}{2}$$

$$v_{sr} = \frac{v_0 + v}{2}$$

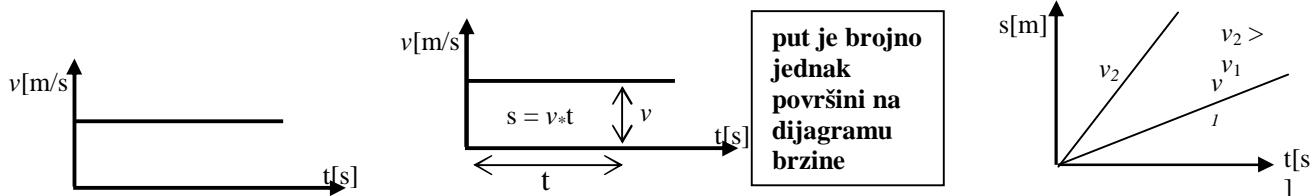
put ravnometerno ubrzanog kretanja bez početne brzine

Kod ravnometerno promenljivog pravolinijskog kretanja promena brzine je stalna pa je u nekom vremenskom intervalu **srednja brzina data aritmetičkom sredinom brzine na početku i kraju pomenutog vremenskog intervala**.

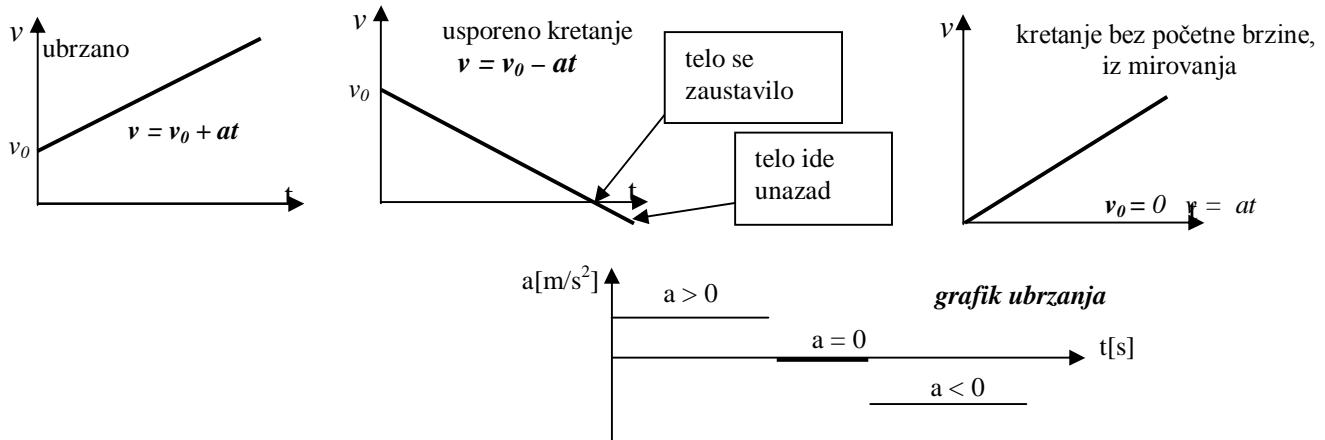


**UPOTREBA ZNAKA DELTA:**  $\Delta$  – delta označava **promenu** fizičke veličine.  
 $\Delta H = H_2 - H_1$  ili  $\Delta A = A_2 - A_1$  ili  $\Delta V = V_5 - V_4$  Može i  $\Delta B = B - B_0$  - bitno je da  $\Delta$  označava razliku

**Grafički prikaz kretanja: Grafik brzine kod ravnometernog pravolinijskog kretanja i grafik puta kod ravnometernog pravolinijskog kretanja**

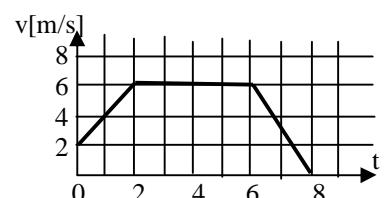


**grafici brzine i ubrzanja kod ravnometerno promenljivog pravolinijskog kretanja**

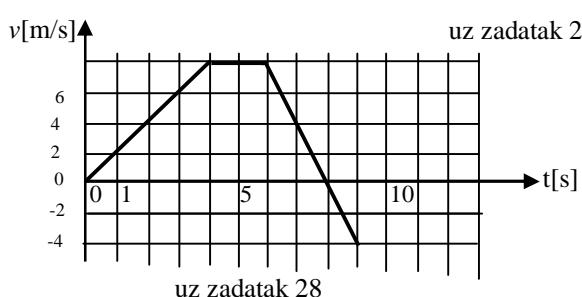


**Zadaci:**

- 23.** Skijaš se spušta niz brdo ubrzanjem  $0,5 \text{ m/s}^2$  i za  $10 \text{ s}$  pređe  $35 \text{ m}$ . Kolike su brzine skijaša na početku i na kraju ovog puta? (Rez.:  $1 \text{ m/s}$ ;  $6 \text{ m/s}$ )
- 24.** Sa kolikom brzinom se kretalo telo ako se zaustavi na putu dužine  $144 \text{ m}$ . Intenzitet ubrzanja iznosi  $0,5 \text{ m/s}^2$ . Naći vreme zaustavljanja. (Rez.:  $12 \text{ m/s}$ ;  $24 \text{ s}$ )
- 25.** Voz za  $20 \text{ s}$  pređe put  $340 \text{ m}$ . Brzina voza na kraju puta je  $19 \text{ m/s}$ . Kolika je bila brzina na početku puta? Voz se kreće stalnim ubrzanjem. (Rez.:  $15 \text{ m/s}$ )
- 26.** Telo se kreće usporeno sa ubrzanjem  $1 \text{ m/s}^2$ . Naći početnu i krajnju brzinu tela ako ono za  $3 \text{ s}$  pređe put  $7,5 \text{ m}$ . (Rez.:  $4 \text{ m/s}$ ;  $1 \text{ m/s}$ )
- 27.** Na osnovu datog grafika brzine tela nacrtati grafik zavisnosti ubrzanja od vremena. Izračunati srednju brzinu za prvih  $8 \text{ s}$  kretanja. Opisati kretanje u pojedinim intervalima vremena. (Rez.:  $4,75 \text{ m/s}$ )

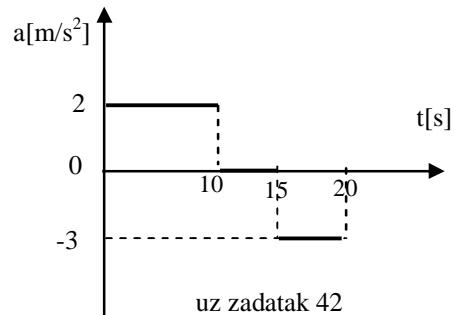


- 28.** Prema datom grafiku zavisnosti brzine od vremena nacrtati zavisnost ubrzanja od vremena. Izračunati srednju brzinu. (Rez.:  $4,7 \text{ m/s}$ )



- 29.** Telo se kreće jednako ubrzano bez početna brzine ubrzanjem  $4 \text{ m/s}^2$ . Koliki put pređe za 5 s kretanja, a koliki u petoj sekundi kretanja? (Rez.: 50 m; 18 m.)
- 30.** Telo krene iz stanja mirovanja jednako ubrzano. Odrediti koliko je pređeni put u osmoj sekundi duži od pređenog puta u trećoj sekundi kretanja. (Rez.: 3)
- 31.** Srednja brzina tramvaja između dve stanice je  $14,37 \text{ m/s}$ . Prvih pet sekundi tramvaj se kretao ravnomerno ubrzano bez početne brzine ubrzanjem  $a_1$ , u toku sledeća dva minuta tramvaj se kretao ravnomerno, a poslednjih šest sekundi ravnomerno usporeno do zaustavljanja usporenjem  $a_2$ . Izračunati vrednosti ubrzanja i usporenja, kao i maksimalnu brzinu tramvaja. (Rez.:  $3 \text{ m/s}^2$ ;  $2,5 \text{ m/s}^2$ ;  $15 \text{ m/s}$ )
- 32.** Rastojanje 3 km između dve stanice autobus pređe srednjom brzinom  $54 \text{ km/h}$ . Prvo se kretao  $20 \text{ s}$  ubrzano, zatim neko vreme ravnomerno, i na kraju  $10 \text{ s}$  usporeno do zaustavljanja. Kolika je najveća brzina koju dostiže autobus u toku kretanja? (Rez.:  $16,2 \text{ m/s}$ )
- 33.** Materijalna tačka, koja ima početnu brzinu  $2 \text{ m/s}$ , kreće se na sledeći način: za vreme  $3\text{s}$  ravnomerno, zatim  $2\text{s}$  ubrzanjem  $2 \text{ m/s}^2$ , zatim  $5\text{s}$  ubrzanjem  $1 \text{ m/s}^2$ , zatim  $2\text{s}$  ubrzanjem  $-3 \text{ m/s}^2$ , i na kraju  $2\text{s}$  ravnomerno brzinom koju ima na kraju četvrtog intervala. Odrediti konačnu brzinu, ukupan pređeni put i srednju brzinu na tom putu. (Rez.:  $5 \text{ m/s}$ ;  $82,5 \text{ m}$ ;  $5,9 \text{ m/s}$ )
- 34.** Telo prelazi prvu trećinu puta stalnom brzinom  $6 \text{ m/s}$ , a drugu trećinu ravnomerno usporeno tako da se brzina smanjila na  $4 \text{ m/s}$ , dok se na poslednjoj trećini telo kreće ravnomerno usporeno do zaustavljanja. Naći srednju brzinu tela na celom putu. (Rez.:  $3,46 \text{ m/s}$ )
- 35.** Auto se kreće ravnomerno brzinom  $16 \text{ m/s}$ . U trenutku kada prolazi pored motocikla, ovaj počinje da se kreće za njim, u istom pravcu i smeru sa stalnim ubrzanjem  $2 \text{ m/s}^2$ . Posle koliko vremena će motocikl stići auto, koliki će put preći i kolika mu je brzina? (Rez.:  $16 \text{ s}$ ;  $256 \text{ m}$ ;  $32 \text{ m/s}$ )
- 36.** Posle  $40 \text{ s}$  od prolaska broda kroz pristanište, za njim je krenuo gliser koji se kreće sa ubrzanjem  $0,5 \text{ m/s}^2$ . Posle  $40 \text{ s}$  od svog polaska gliser je stigao brod. Naći brzinu kojom se kreće brod ako je ona stalna. (Rez.:  $5 \text{ m/s}$ )
- 37.** Auto proleti pored policajca brzinom  $72 \text{ km/h}$ . Policajac startuje posle 2 minuta ravnomerno ubrzano sa ubrzanjem  $3 \text{ m/s}^2$  i tako se kreće narednih  $10 \text{ s}$ . Posle toga se kreće ravnomerno. Odrediti nakon kog vremena će policajac stići auto. (Rez.:  $375 \text{ s}$ .)
- 38.** Prvi vagon voza, koji kreće sa stanice stalnim ubrzanjem, prođe pored posmatrača za  $4\text{s}$ . Za koliko vremena će proći pored njega ceo voz od  $16$  jednakih vagona (uključujući i lokomotivu). Za koliko vreme će pored posmatrača proći samo sedmi vagon? (Rez.:  $16 \text{ s}$ .)
- 39.** Telo se kreće stalnim ubrzanjem  $-2 \text{ m/s}^2$ . Početna brzina tela je  $6 \text{ m/s}$ . Izračunati pređeni put i brzinu posle  $6 \text{ s}$ ? (Rez.:  $18 \text{ m}$ ;  $-6 \text{ m/s}$ )
- 40.** Materijalna tačka se kreće sa ubrzanjem  $1 \text{ m/s}^2$  i početnom brzinom  $5 \text{ m/s}$  (slika). Koliki put će ona preći za  $7\text{s}$ ? Koliku će tada imati brzinu? (Rez.:  $14,5 \text{ m/s}$ ;  $-2 \text{ m/s}$ )
- uz zadatak 40
- 41.** Kuglica krene početnom brzinom  $v_0$  usporenjem  $10 \text{ m/s}^2$ . Posle  $10 \text{ s}$  iz iste tačke krene druga kuglica pod istim uslovima. Kuglice se sudare posle  $20 \text{ s}$ . Odrediti početnu brzinu. (Rez.:  $150 \text{ m/s}$ )

**42.** Na slici je prikazana zavisnost ubrzanja od vremena. Ako je početna brzina nula, nacrtati grafik zavisnosti brzine toga tela od vremena. Odrediti put koji pređe telo za 20 s od početka kretanja. (Rez.: 262,5m)



### 1.3. Njutnovi zakoni

#### Podsetnik:

**Sila je mera uzajamnog delovanja tela.**

Svaka sila ima svoj **intezitet, pravac i smer delovanja**. Jedinica za silu je **njutn [N]**. Meri se dinamometrom.

Znači sila je vektor.

**Zakon inercije (I Njutnov zakon)**

**Svako telo ostaje u stanju mirovanja ili ravnomernog pravolinijskog kretanja sve dok ga neka sila ne prinudi da to stanje promeni.**

**Prirodno stanje tela je ravnomerno pravolinijsko kretanje**

#### II Njutnov zakon

Ubrzanje tela određene mase srazmerno je intezitetu sile koja na njega deluje.

Ubrzanja koja dobijaju tela različitih masa pod dejstvom jednakih sila obrnuto je srazmerna tim masama. Oba zaključka objedinjena su u **Zakonu sile (II Njutnov zakon)**

**Ubrzanje koje pri kretanju dobija jedno telo srazmerno je intezitetu sile koja na njega deluje, a obrnuto srazmerno masi tog tela.**

$$a = \frac{F}{m}$$

Pod uticajem stalne sile telo se kreće ravnomerno ubrzano i pravolinijski. Kad intezitet ubrzanja padne na nulu nema više ni ubrzanja i telo se kreće po inerciji.

Drugi Njutnov zakon češće se piše u obliku  **$F = ma$  [sila je jednaka proizvodu mase i ubrzanja]**

– odakle je i izvedena jedinica za silu – njutn ( $1\text{N}=1\text{kgm/s}^2$ ).

**SUŠTINA: Ako na telo ne deluje sila telo se kreće ravnomerno i pravolinijski (I NJZ)**

**Ako na telo deluje sila telo se kreće ubrzano (II NJZ)**

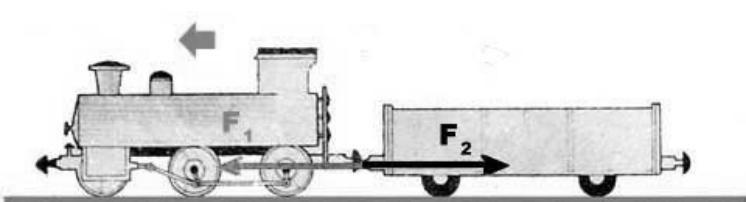
#### Zakon akcije i reakcije (III Njutnov zakon)

Delovanje jednog tela na drugo uvek izaziva i delovanje drugog tela na prvo.

Sila kojom jedno telo deluje na drugo naziva se **sila akcije**, a sila kojom drugo telo deluje na prvo **sila reakcije**. Sile su istog pravca i inteziteta, ali suprotnog smera.

#### Zakon akcije i reakcije (III Njutnov zakon)

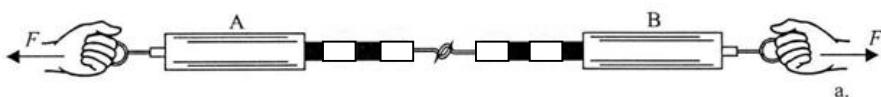
Sile kojima tela uzajamno deluju, imaju jednake intezitete, iste pravce, a suprotne smerove.  $F_a=F_r$



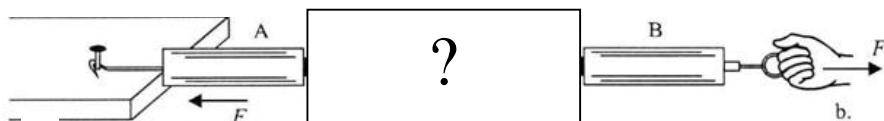
### Zadaci:

- 43.** Kolika sila treba da deluje na telo mase 2 kg da bi se njegova brzina povećala od 20 m/s do 80 m/s za vreme od 10 s. (Rez.: 12 N)
- 44.** Telo mase 100 grama, pod dejstvom stalne sile, započinje kretanje iz stanja mirovanja i za vreme od 5 s pređe put 100 m. Kolika je jačina sile koja deluje na telo? (Rez.: 0,8 N)
- 45.** Momak i devojka stoje na ledu i drže za krajeve zategnut kanap dužine 5 m. Masa momka iznosi 80 kg, a devojke 50 kg. Da bi se međusobno privukli zatežu kanap stalnom silom od 20 N. Posle koliko vremena će se sudariti? Kolika je njihova relativna brzina prilikom sudara? (Rez.: 4s; 2,6 m/s)

**46.**



Dva dečaka deluju na dinamometar silama  $F$ . Veličina sile može se pročitati na dinamometru. koliko će biti pokazivanje dinamometra ako deluje samo jedan dečak a drugi dinamometar vežemo za ekser?



uz zadatak 46

- 47.** Vagon mase 20 tona odvojio se od lokomotive i kreće se usporeno. Prikaži vektorima brzinu, ubrzanje vagona i silu koja dovodi do promene njegove brzine. Kolika je ta sila ako je ubrzanje  $0,3 \text{ m/s}^2$ ? Ako je vagon u trenutku odvajanja od lokomotive imao brzinu 54 km/h, posle koliko vremena će se zaustaviti? (Rez.: 6000N; 50s)

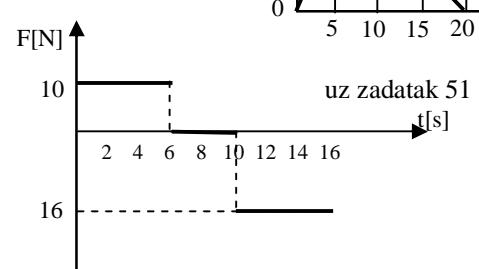
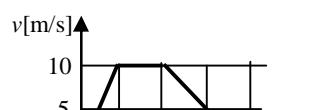
- 48.** Auto mase 500 kg kreće se brzinom 72 km/h. Koliki mora da bude intenzitet stalne sile kočenja da bi se auto zaustavio na putu od 20 m. Naći i brzinu na sredini zaustavnog puta. (Rez.: 5000 N; 14,1 m/s)

- 49.** Na telo mase 4 kg, koje se kreće stalnom brzinom 16 m/s, počinje da deluje sila stalnog intenziteta koja mu na putu od 144 m poveća brzinu na 20 m/s. Koliki je intenzitet te sile? (Rez.: 2 N)

- 50.** Zbog delovanja sile drvena kocka ivice 1 dm iz stanja mirovanja, za 3 s po glatkoj horizontalnoj prelazi put 1,5 m. Odrediti jačinu te sile. Gustina drveta je  $800 \text{ kg/m}^3$ . (Rez.: 0,27 N)

- 51.** Brzina tela mase 2 kg menja se u toku vremena kao na dijagramu. Naći jačinu sile koja deluje na telo na svakom segmentu kretanja.

- 52.** Na telo mase 2 kg, koje je mirovalo, počne da deluje sila, čiji je grafik prikazan na dijagramu. Koristeći grafik izračunati:
- brzinu tela na kraju desete sekunde
  - brzinu tela na posle 14 s
  - ukupan pređeni put koje je telo prešlo za 14 s.



## 1.4. Kretanje pod uticajem sile zemljine teže

**Slobodan pad**

je ravnomerno ubrzano kretanje bez početne brzine ( $v_0 = 0$ ), u bezvazdušnom prostoru.

$$v = gt$$

$$h = \frac{gt^2}{2}$$

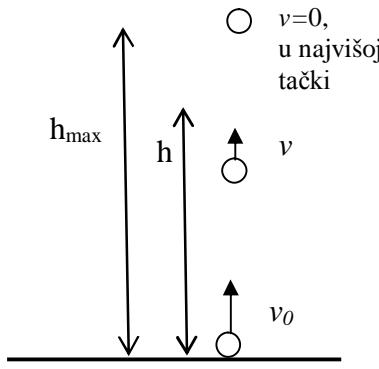
$$h_1 = H - h$$

$$v^2 = 2gh \quad \text{ili}$$

$$v = \sqrt{2gh}$$

$$g = 9,81 \frac{m}{s^2}$$

ubrzanje  
Zemljine  
teže



**Hitac naviše** je ravnomerno usporeno kretanje u gravitacionom polju.

$$v = v_0 - gt$$

$$h = v_0 t - \frac{gt^2}{2}$$

$$h_1 = H - h$$

$$v^2 = v_0^2 - 2gh \quad \text{ili}$$

$$v = \sqrt{v_0^2 - 2gh}$$

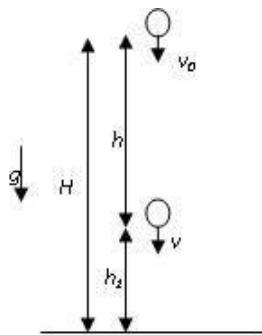
Maksimalnu visinu (uslov  $v = 0$ )

$$h_{max} = \frac{v_0^2}{2g}$$

telo dostiže za  $t_p = \frac{v_0}{g}$   
ukupno vreme kretanja

$$t_{uk} = 2t_p \Rightarrow t_{uk} = 2 \frac{v_0}{g}$$

ako se drugačije ne kaže za ubrzanje  
Zemljine teže uzimati  
 $g = 10 \text{ m/s}^2$

**Hitac naniže**

je ravnomerno ubrzano kretanje pod uticajem sile Zemljine teže.

$$v = v_0 + gt$$

$$h = v_0 t + \frac{gt^2}{2}$$

$$h_1 = H - h$$

$$v^2 = v_0^2 + 2gh \quad \text{ili}$$

$$v = \sqrt{v_0^2 + 2gh}$$

**Zadaci:**

**53.** Telo slobodno pada sa visine 80 m. koliki put pređe u poslednjoj sekundi kretanja? (Rez.: 35 m)

**54.** Telo bačeno vertikalno uvis vratilo se u početni položaj posle 4 s. Do koje maksimalne visine je stiglo telo i kolikom početnom brzinom je bačeno? (Rez.: 20 m; 20 m/s)

**55.** Kamen je pušten da slobodno pada u vodu sa mosta visine 45 m. Drugi kamen je 1 s kasnije bačen vertikalno na dole.. Ako oba kamena istovremeno padnu u vodu, kolika je početna brzina drugog kamena? (Rez.: 12,5 m/s)

**56.** Telo je bačeno vertikalno uvis i na visini 200 m ima brzinu 150 m/s. Kolika je početna brzina tela? Do koje visine će se popeti telo? Posle kog vremena će pasti na zemlju? (Rez.: 163m/s; 1328 m; 33 s)

**57.** Dva tela su istovremeno bačena jedno drugom u susret istom početnom brzinom 40 m/s, i to jedno telo vertikalno uvis sa površine zemlje, a drugo sa visine 80 m vertikalno naniže. Na kojoj visini će se tela sudaruti i kolike su im brzine u trenutku sudara? (Rez.: 35 m; 30 m/s; 50 m/s)

**58.** U dvema tačkama putanje tela koje slobodno pada brzine iznose 2 m/s i 6 m/s. Za koje vreme telo pređe to rastojanje? Koliko iznosi rastojanje između tačaka? (Rez.: 0,4 s; 1,6 m.)

**59.** Sa tornja visine 15 m bačeno je telo vertikalno naviše brzinom 20 m/s. Koliku će maksimalnu visinu, u odnosu na tornjan i u odnosu na zemlju, dostići telo i koliko vremena će se kretati do najviše tačke? Koliko vremena će padati od najviše tačke do zemlje? Koliko je ukupno vreme kretanja? Koliki ukupan put predje telo? (Rez.: 20 m; 35 m; 2 s; 2,64 s; 4,64 s; 50 m)

**60.** U toku poslednje sekunde svog slobodnog pada telo pređe polovinu ukupnog puta. Odrediti visinu sa koje je telo palo, kao i vreme padanja tela. (Rez.: 59,9 m; 3,46 s)

***Da proverimo jesmo li usvojili postupak:***

**61.** Telo koje slobodno pada u poslednje tri sekunde svog kretanja prelazi četvrtinu ukupnog puta. Odrediti ukupno vreme kretanja i sa koje visine je telo počelo slobodno da pada? (Rez.: 23 s; 2645 m)

**62.** Telo je bačeno vertikalno uvis. Pored tačke B koja se nalazi na visini 25 m telo prođe dva puta u razmaku 4 s. Kolika je početna brzina tela? (Rez.: 30 m/s)

**63.** \*Merenje ubrzanja zemljine teže vrši se tako što se u vakuumu telo baci vertikalno uvis i pusti da se telo vrati u istu tačku. Uoče se dve proizvoljne tačke na putanji tela i meri se vreme koje protekne između dva uzastopna prolaska tela kroz te tačke. Neka je  $t_1$  vreme prolaska za nižu tačku, a  $t_2$  vreme prolaska za višu tačku. Visinska razlika između te dve tačke je  $d$ . Izračunati ubrzanje zemljine teže.

$$(Rez.: g = \frac{8d}{t_1^2 - t_2^2})$$

*Sećate li se činjenice da formula  $s = v_0 t + \frac{at^2}{2}$  daje pomjeraj. Evo nekoliko zadataka na tu temu.*

**64.** U razmaku 3 s, bačena su vertikalno uvis sa istog mesta dva tela sa istom početnom brzinom 20 m/s. Posle koliko vremena od bacanja prvog tela će se susresti. (Rez.: 3,5 s)

**65.** Sa visine  $H_1 = 10$  m počinje da pada kamen bez početne brzine. Istovremeno sa visine  $H_2 = 8$  m bačen je vertikalno uvis drugi kamen. Kolika je početna brzina drugog kamena ako su se sustigli  $h = 1$  m iznad zemlje. (Rez.: 1,5 m/s)

**66.** Telo je bačeno vertikalno naviše početnom brzinom 24 m/s. Koliki put pređe za 4 s? Koliku brzinu tada ima i na kojoj je visini (Rez.: 41,6 m, - 16 m/s, 16 m)

**67.** Sa visine 100 m, prvo telo se baci uvis brzinom 10 m/s, a drugo pusti da slobodno pada. Naći rastojanje između njih posle vremena 2,5 s i njihovu udaljenost od Zemlje. (Rez.: 25 m; 68,75 m)

***Da proverimo naučeno:***

**68.** Sa vrha tornja bačena su istovremeno dva tela istom početnom brzinom 5 m/s, jedno naviše a drugo naniže. Posle koliko vremena će međusobna udaljenost tela biti jednak desetini visine tornja, ako telo bačeno dole udari u zemlju 5 s posle izbacivanja. (Rez.: 1,5 s)

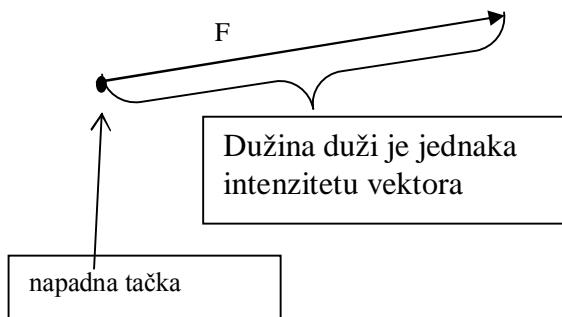
**69.** Telo slobodno pada sa visine 180 m. Tu visinu treba podeliti na tri dela tako svaki deo pređe za isto vreme. (Rez.: 20m, 60 m, 100 m)

**70.** Dečak baci u prazan bunar kamen, brzinom 2 m/s (hitac naniže), i on padne na dno za 3 s. Ako je brzina zvuka 10,5 puta veća od brzine kojom je kamen udario u dno bunara, naći vreme kretanja zvuka do dečaka. (Rez.: 0,15 s)

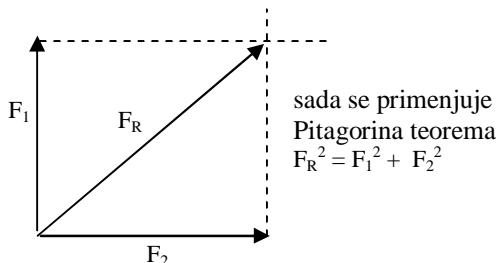
## 1.5. Slaganje i razlaganje vektora

Sem brzine, najbolji primer vektora je sila.

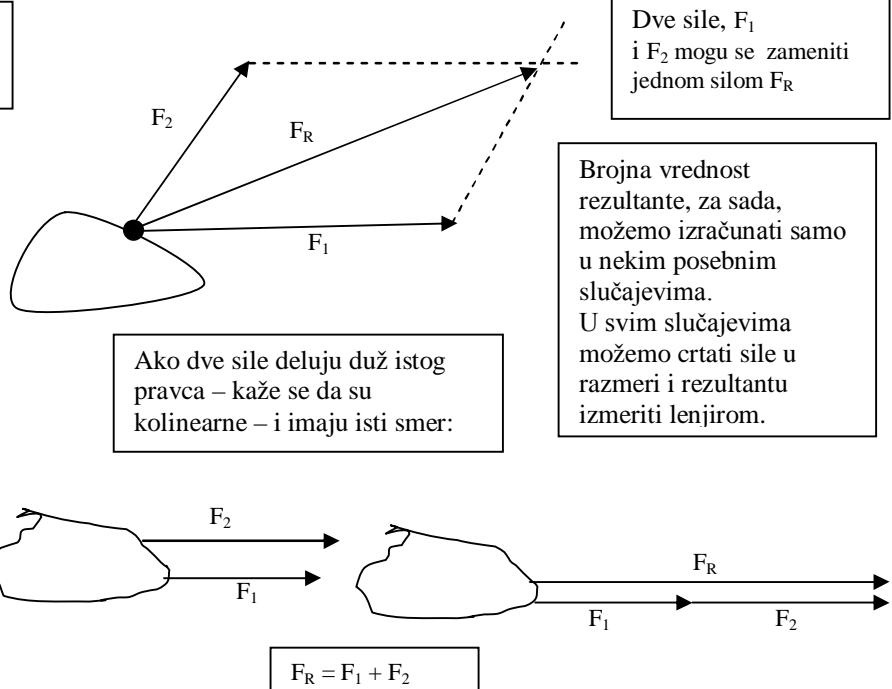
Sila je mera uzajamnog delovanja među telima i određena je jačinom odnosno intenzitetom, pravcem i smerom delovanja. Vektori se na crtežu prikazuju usmerenom duži. Napadna tačka sile predstavlja mesto (ili u) telu u kojem sila deluje.



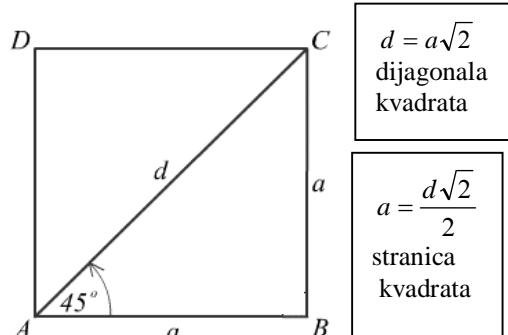
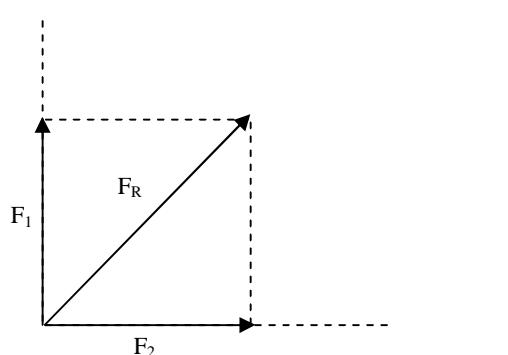
Ako sile deluju u uzajamno normalnim prvcima: (pogledajte put čamca preko reke)



Vektori sa sabiraju geometrijski, **po pravilu paralelograma**. Dva vektoria – dve sile se doveđu u isti početak i nad njima kao stranicama konstruiše paralelogram.



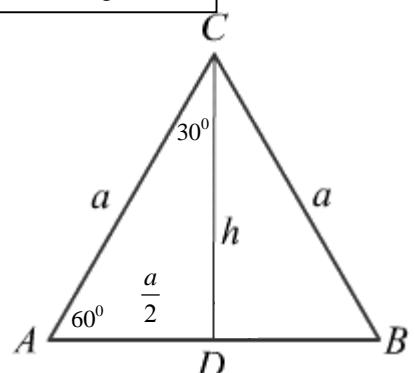
Ako sile imaju suprotan smer:



Delovanje jedne sile može se zameniti delovanjem više komponenti. Postupak nalaženja komponenti naziva se **razlaganje sile**. Iz vrha vektora sile povuče se paralela sa drugom osom. Odseči na osama predstavljaju komponente. Razlaganje se vrši po datim prvcima. Najčešće su to pravci koordinatnih osa.

Korisno je zapamtiti elemente jednakostaničnog trougla i kvadrata:

$$h = \frac{a\sqrt{3}}{2} \text{ visina jednakostaničnog trougla}$$



Naspram ugla od  $60^\circ$  leži visina jednakostaničnog trougla

Zapamtiti: naspram ugla od  $30^\circ$  stepeni leži kateta koja je jednaka polovini hipotenuze.

**Zadaci:**

- 71.** Naći resultantu dveju sila čiji su intenziteti 12 N i i 9 N, ako zaklapaju ugao od  $90^0$ . (Rez.: 15N)
- 72.** Naći resultantu dve sile jednakih jačina po 10 N koje deluju pod uglom od a)  $120^0$  b)  $60^0$ . (Rez.: 10 N; 17,3 N)
- 73.** Razložiti silu od 10 N na dve uzajamno normalne komponente od kojih jedna zaklapa dati ugao sa silom:  
a)  $30^0$ , b)  $45^0$ , c)  $60^0$

**1.6. Drugi Njutnov zakon i rezultujuća sila. Sila trenja**

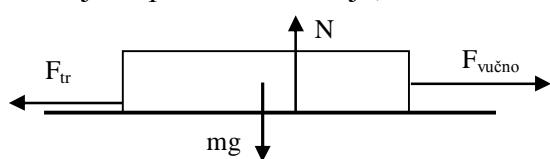
Ako na telo deluje više sila, da bi opisali kretanje tela moramo izračunati resultantu tela. Drugi Njutnov zakon treba pisati u obliku:  $\mathbf{ma} = \mathbf{F}_{\text{rez}}$

Primer sile je **sila Zemljine teže**:  $\mathbf{F}_g = mg$  g je ubrzanje Zemljine teže  $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ . Često se koriste oznake  $\mathbf{Q} = mg$

Treba razlikovati **sилу земљине теže и тежину tela**.

**Težina tela je sila kojom telo pritiska podlogu ili zateže konac o koji je okačeno.**

**Sila trenja klizanja** srazmernja je **sili koja normalno deluje na podlogu N (ili reakciji podlove)**, te dve sile su jednake po zakonu akcije i reakcije) tj.  $\mathbf{F}_{\text{tr}} = \mu \mathbf{N}$  gde je  $\mu$  koeficijent trenja i zavisi od osobina oba tela čije se površine dodiruju, ali ne zavisi od veličine dodirne površine tih tela .



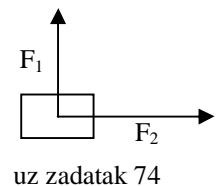
Drugi Njutnov zakon bi glasio u ovom slučaju :

$$\mathbf{ma} = \mathbf{F}_v - \mathbf{F}_{\text{tr}}$$

**Otpor sredine** je sila kojom se sredina suprostavlja kretanju tela kroz nju i zavisi od: gustine sredine, brzine kretanja, čeone površine tela i aerodinamičnog oblika tela

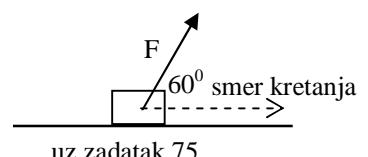
**Zadaci**

- 74.** Na slici su prikazane sile koje deluju na telo. Odrediti ubrzanje tela ako je njegova masa 5 kg. Velične sile su  $F_1 = 3 \text{ N}$ ,  $F_2 = 4 \text{ N}$ . Trenje zanemarujemo. (Rez.:  $1 \text{ m/s}^2$ )



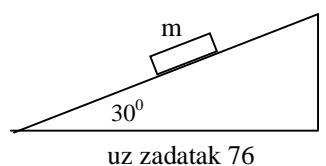
uz zadatak 74

- 75.** Telo mase 10 kg kreće se po horizontalnoj podlozi pod delovanjem sile 100 N. Naći ubrzanje tela ako sila deluje pod uglom  $60^0$  prema horizontali. Kolika je reakcija podlove? Trenje zanemarujemo. (Rez.:  $5 \text{ m/s}^2$ ;  $13,4 \text{ N}$ )



uz zadatak 75

- 76.** Pločica klizi bez trenja niz strmu ravan nagnutu po uglom  $30^0$  prema horizontali. Koliko je ubrzanje tela? Kolika je sila kojom telo pritiska podlogu? Trenje zanemarujemo. (Rez.:  $g/2$ )



uz zadatak 76

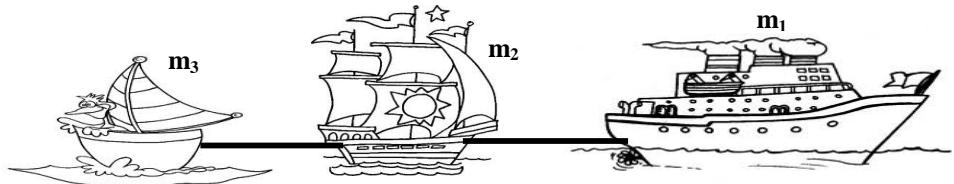
**77.** Čovek izvlači kofu sa vodom iz bunara. Masa kofe je 10 kg. Kolikom silom treba da deluje čovek na uže da ubrzanje kofe bude  $0,5 \text{ m/s}^2$ ? Kolikom silom treba da deluje ako kofu izvlači ravnomerno? (Rez.: 105 N, 100N)

**78.** Čovek spušta kofu mase 10 kg u bunar. Ubrzanje kofe je  $0,5 \text{ m/s}^2$ . Kolikom silom deluje čovek na uže? Šta se dešava ako čovek ispusti kofu? (Rez.: 95 N; 0 N)



uz zadatak 77 i 78

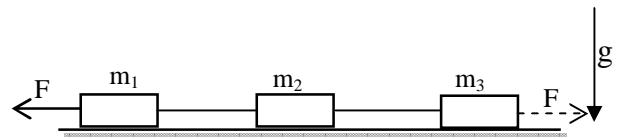
**79.** Brod mase 5 tona vuče dva šlepa mase 5 tona i 10 tona. Brod i šlepovi su povezani jakim neistegljivim lancima. Vučna sila iznosi 10 000 N. Trenje zanemarujemo. Nađite ubrzanje povorke i sile zatezanja lanaca. (Rez.:  $0,5 \text{ m/s}^2$ ; 7500N; 5000N)



uz zadatak 79

**80.** Rešiti gornji zadatak ako na brod o šlepove deluju iste sile trenja po  $F_{tr} = 3000 \text{ N}$ . (Rez.:  $0,05 \text{ m/s}^2$ ; 6750 N; 3500 N)

**81.** Tri tela mase  $m_1 = 1 \text{ kg}$ ,  $m_2 = 0,5 \text{ kg}$  i  $m_3 = 2 \text{ kg}$ , koja leže na glatkoj horizontalnoj podlozi, međusobno su povezani neistegljivim kanapom kao na slici. Na telo  $m_1$  deluje sila 10 N u pravcu kanapa. Odrediti силу zatezanja kanapa između tela  $m_1$  i  $m_2$ . Da li će se promeniti rezultat ukoliko istom silom umesto na telo  $m_1$ , deluje na telo  $m_3$  (prikazane isprekidanom linijom na slici)? Obrazložiti odgovor! (Rez.: 7,14 N; 4,28 N)

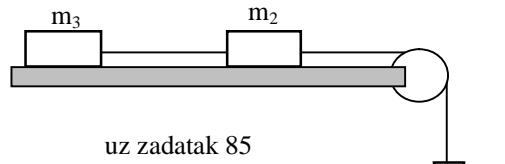


uz zadatak 81

**82.** Dva tela mase  $m_1 = 50 \text{ g}$  i  $m_2 = 100 \text{ g}$ , vezani su neistegljivim koncem zanemarljive mase. Kolikom maksimalnom silom možemo vući prvo telo da se konac, koji izdržava opterećenje  $T_{max} = 5 \text{ N}$  ne bi prekinuo. Da li će se rezultat promeniti ako se deluje na drugo telo. (Rez.: 7,5 N; 15 N)

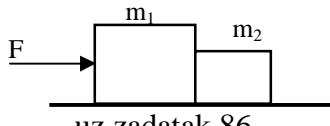
**83.** Sa kolikom silom treba delovati na telo mase 600 g da bi se kretalo vertikalno naniže ubrzanjem  $15 \text{ m/s}^2$ ? (Rez.: 3 N)

**84.** U ruci držite kanap na kome visi telo mase 2 kg. Kanap može da izdrži maksimalnu silu zatezanja  $F_{max} = 22 \text{ N}$ . Za koje vreme smete podići ruku za  $h = 30 \text{ cm}$  ravnomernog ubrzanog kretanja iz mirovanja, a da kanap ne pukne? (Rez.:  $0,77 \text{ m/s}^2$ )

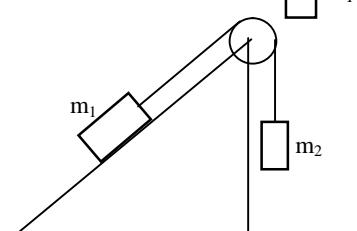


uz zadatak 85

**85.** Tri tela su postavljena na glatkom stolu i vezana su lakim neistegljivim nitima kao na slici. Kotur se obrće bez trenja. Izračunati ubrzanje sistema i sile zatezanja niti. Podaci:  $m_1 = 1 \text{ kg}$ ,  $m_2 = 2 \text{ kg}$  i  $m_3 = 2 \text{ kg}$ . (Rez.:  $2 \text{ m/s}^2$ ; 8N; 4N)



uz zadatak 86



uz zadatak 87

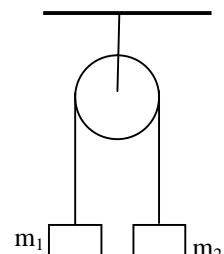
**87.** Izračunati ubrzanje sistema na slici i silu zatezanja konca. Sva trenja se zanemaruju. Podaci:  $m_1 = 2 \text{ kg}$ ,  $m_2 = 3 \text{ kg}$ , ugao ja  $60^\circ$ . (Rez.:  $2,54 \text{ m/s}^2$ ;  $22,4 \text{ N}$ )

**88.** Telo mase  $2 \text{ kg}$  leži na podu lifta. Kolika je težina tela ako se lift kreće:

- a) Ubrzano naviše sa ubrzanjem  $5 \text{ m/s}^2$ ; (Rez.:  $30 \text{ N}$ )
- b) Usporeno naviše sa ubrzanjem intenziteta  $5 \text{ m/s}^2$ ; (Rez.:  $10 \text{ N}$ )
- c) Ubrzano naniže sa ubrzanjem  $5 \text{ m/s}^2$ ; (Rez.:  $10 \text{ N}$ )
- d) Usporeno naniže sa ubrzanjem intenziteta  $5 \text{ m/s}^2$ ; (Rez.:  $30 \text{ N}$ )
- e) Ravnomerno; (Rez.:  $20 \text{ N}$ )
- f) U jednom trenutku uže koje nosi lift se kida. Kolika je tada težina tela? (Rez.:  $0$ )

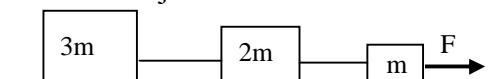
**89.** Preko kotura je prebačen lak neistegljiv konac. Za krajeve konca su vezana dva tela mase  $2 \text{ kg}$  i  $3 \text{ kg}$ . Masa kotura je zanemarljiva.

- a) Naći silu ubrzanje sistema i silu zatezanja konca. (Rez.:  $2 \text{ m/s}^2$ ;  $24 \text{ N}$ )
- b) Kolika sila deluje na kotur? (Rez.:  $48 \text{ N}$ )
- c) Ako su tela u početnom trenutku na istoj visini, posle koliko vremena će biti udaljeni  $10 \text{ cm}$ ? (Rez.:  $0,22 \text{ s}$ )



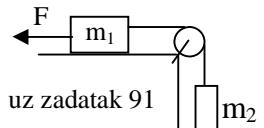
uz zadatak 89

**90.** Tri tela čije su mase  $m$ ,  $2m$  i  $3m$  leže na glatkoj horizontalnoj podlozi i međusobno su povezani sa dva neistegljiva kanapa zanemarljivih masa. Sva trenja se zanemaruju. Kanap može da izdrži najveću silu  $10 \text{ N}$ . Kolikom najvećom silom može da se vuče kanap u horizontalnom pravcu, a da ne pukne ni jedan od kanapa? (Rez.:  $12 \text{ N}$ )



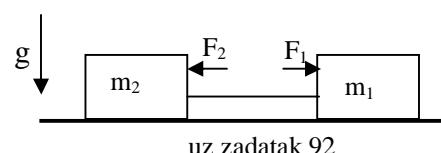
uz zadatak 90

**91.** Telo mase  $m_1 = 500\text{g}$  vuče horizontalna sila  $F = 15 \text{ N}$  po horizontalnom stolu. Za telo je vezano lakovom neistegljivom niti, koja je prebačena preko lakog kotura, telo mase  $m_2 = 1 \text{ kg}$ . Odrediti silu zatezanja niti i srednju brzinu na putu od  $20 \text{ cm}$  od početka kretanja. Sva trenja zanemariti. (Rez.:  $13,33 \text{ N}$ ;



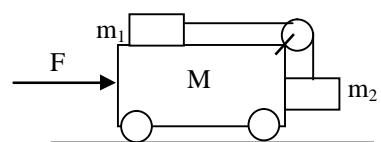
uz zadatak 91

**92.** U sistemu na slici mase tela redom iznose  $m_1 = 4 \text{ kg}$  i  $m_2 = 6 \text{ kg}$ . Tela počinju da se kreću iz stanja mirovanja pod dejstvom sile  $F_1 = 30 \text{ N}$ , i  $F_2 = 10 \text{ N}$ , kao što je prikazano na slici. Odrediti intenzitet sile zatezanja niti i put koji tela pređu u osmoj sekundi kretanja. Niti su luke i neistegljive. Trenje zanemariti. (Rez.:  $T = 22 \text{ N}$ ;  $15 \text{ m}$ )



uz zadatak 92

**93.** Telo počinje da se kreće iz stanja mirovanja pod dejstvom sile  $F_1 = 20 \text{ N}$ . Nakon vremena  $t_1 = 10 \text{ s}$  na telo počinje da deluje sila  $F_2$  u smeru suprotnom od smera sile  $F_1$ , dok se istovremeno sila  $F_1$  smanji za  $5 \text{ N}$ . Ako se telo nakon vremena  $t_2 = 35 \text{ s}$  od početka kretanja zaustavi, odrediti vrednost sile  $F_2$ . Sile su stalnih intenziteta i deluju u horizontalnom pravcu. Sva trenja zanemariti. (Rez.:  $23 \text{ N}$ )



uz zadatak 93

**94.** Kolika stalna horizontalna sila treba da deluje na kolica mase  $M = 1 \text{ kg}$ , da bi tela mase  $m_1 = 0,4 \text{ kg}$ ,  $m_2 = 0,2 \text{ kg}$  mirovala u odnosu na kolica? Sva trenja se zanemaruju. (Rez.:  $8 \text{ N}$ )

**95.** Pod dejstvom horizontalne sile  $1,5 \text{ N}$  telo mase  $1 \text{ kg}$  kreće se **ravnomerno** po horizontalnoj podlozi.. Koliki je koeficijent trenja? (Rez.:  $0,15$ )

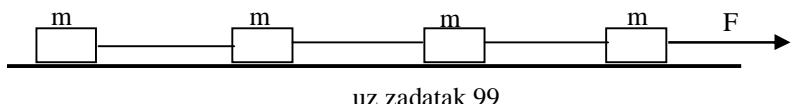
**96.** Na telo mase  $400 \text{ kg}$  deluje horizontalna sila  $300 \text{ N}$ .

- Koliki je koeficijent trenja ako je ubrzanje tela  $0,5 \text{ m/s}^2$ ? (Rez.:  $\mu = 0,025$ )
- koliki treba da je koeficijent trenja da bi se telo kretalo ravnomerno? (Rez.:  $0,075$ )

**97.** Autobus čija je masa  $3 \text{ tone}$  kreće se ravnomerno ubrzano bez početne brzine i za  $5 \text{ s}$  prelazi  $10 \text{ m}$ . Izračunati ubrzanje autobusa i vučnu silu motora ako je koeficijent trenja  $0,4$ ? (Rez.:  $14400 \text{ N}$ )

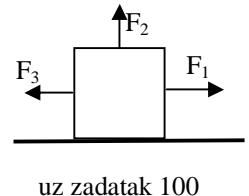
**98.** Tramvaj se kreće brzinom  $18 \text{ km/h}$ . Koliki će put tramvaj preći klizanjem, ako se točkovi tramvaja zakoče? Izračunati i vreme zaustavljanja.Koeficijent trenja između točkova i šina je  $0,2$ . (Rez.:  $6,25 \text{ m}$ ;  $2,5 \text{ s}$ )

**99.** Odrediti ubrzanje sistema na slici i sile zatezanja konca, ako je  $F = 24 \text{ N}$  a  $m = 1 \text{ kg}$ . Na svako telo deluje sila trenja od  $4 \text{ N}$ . Konac je neistegljiv. (Rez.:  $2 \text{ m/s}^2$ ;  $18 \text{ N}$ ;  $12 \text{ N}$ ;  $6 \text{ N}$ )



uz zadatak 99

**100.** Na telo u obliku kocke strane  $10 \text{ cm}$  i gustine  $5 \text{ g/cm}^3$  deluju sile čiji su intenziteti  $F_1 = 20 \text{ N}$ ,  $F_2 = 18 \text{ N}$  i  $F_3 = 8 \text{ N}$ . Odrediti ubrzanje tela ako je koeficijent trenja između kocke i podloge  $0,1$ . (Rez.:  $1,76 \text{ m/s}^2$ )



uz zadatak 100

**101.** Sa visine  $60 \text{ m}$ , telo mase  $1 \text{ kg}$  padne za  $4 \text{ s}$ . Odrediti srednju silu trenja. (Rez.:  $2,5 \text{ N}$ )

**102.** a) Koliko je ubrzanje tela na strmoj ravni nagiba  $60^\circ$  ako je koeficijent trenja  $0,3$ ? (Rez.:  $7,15 \text{ m/s}^2$ )  
b) Koliki je koeficijent trenja između tela i strme ravni nagiba  $60^\circ$  ako se telo niz tu strmu ravan kreće ravnomerno? (Rez.:  $1,73$ )

**103.** Na telo mase  $10 \text{ kg}$  koje leži na horizontalnoj ravni deluje sila  $100 \text{ N}$  pod uglom  $30^\circ$  naviše. Koeficijent trenja je  $0,2$ . Koliko je ubrzanje tela? (Rez.:  $7,66 \text{ m/s}^2$ )

**104.** Čovek vuče teret mase  $30 \text{ kg}$  stalnom brzinom po horizontalnoj podlozi silom koja zaklapa ugao  $45^\circ$  sa horizontalom (naviše). Koeficijent trenja je  $0,2$ . Kolika je ta sila? (Rez.:  $71 \text{ N}$ )

**105.** Čovek gura teret mase  $30 \text{ kg}$  stalnom brzinom po horizontalnoj podlozi silom koja zaklapa ugao  $45^\circ$  sa horizontalom (naniže). Kolika je ta sila? (Rez.:  $106,4 \text{ N}$ )

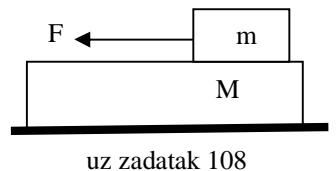
**106.** Na telo deluje stalna sila usled čega se ono kreće ravnomerno brzinom  $2 \text{ m/s}$  po podlozi sa koeficijentom trenja  $0,1$ . Zatim ono prede na podlogu sa koeficijentom trenja  $0,15$ . Koliki put će preći telo na toj podlozi do zaustavljanja? (Rez.:  $4 \text{ m}$ )

**107.** Magnet mase  $100 \text{ g}$  prilepljen je uz vertikalnu gvozdenu ploču. Ako na magnet deluje vertikalna sila naviše  $5 \text{ N}$  magnet se kreće ubrzanjem  $5 \text{ m/s}^2$  uz ploču. Koeficijent trenja između magneta i ploče je  $0,1$ .

- Kolika je magnetna sila kojom je magnet prilepljen za ploču? (Rez.:  $35 \text{ N}$ )
- Kolikom silom bi trebalo magnet vući naniže da bi se kretao ravnomerno niz ploču? (Rez.:  $2,5 \text{ N}$ )

- 108.** Na dasci mase 10 kg leži telo mase 2 kg. Koeficijent trenja između tela i daske je 0,2 dok je trenje između daske i podloge zanemarljivo. Kolikim će se ubrzanjem kretati telo i daska ako na telo deluje paralelno sa daskom sila od a) 3N b) 6N.

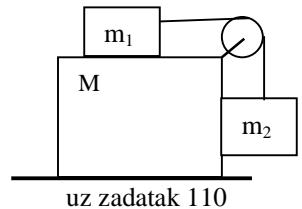
(Rez.: a)  $0,25 \text{ m/s}^2$  b)  $1 \text{ m/s}^2$ ;  $0,4 \text{ m/s}^2$ )



uz zadatak 108

- 109.** Dva tela jednakih masa po 2 kg spojena su lakinim neistegljivim koncem i nalaze se na strmoj ravni nagibnog ugla  $30^\circ$ . Tela se kreću naniže jedno iza drugog. Koliko je ubrzanje sistema i kolikom silom je zategnut konac ako je koeficijent trenja donjeg tela i podloge 0,1, a gornjeg tela i podloge 0,2? (Rez.:  $3,7 \text{ m/s}^2$ ;  $0,87 \text{ N}$ )

- 110.** Kojim minimalnim ubrzanjem treba da se kreće telo M po horizontalnoj podlozi da se tela  $m_1$  i  $m_2$  ne bi kretala u odnosu na njega? Mase tela su  $m_1 = m_2$ , a koeficijent trenja između tela M i  $m_1$  i  $m_2$  iznosi 0,2. (Rez.:  $6,67 \text{ m/s}^2$ )



uz zadatak 110

# 1. SILA I KRETANJE – REŠENJA

## 1.0. Šesti razred – podsećanje

**1.** (Rezultat: 7 prelaza, 2 načina)

**2.** (Rez.: 5 prelaza, jedan način)

**3.** **Rešenje:** Iz prve vreće treba uzeti jedan novčić, iz druge vreće dva ...

**4. Rešenje:**  $l_{voz} = 100 \text{ m}$ ;  $l_{most} = 150 \text{ m}$ ;  $v = 10 \text{ m/s}$ ;  $t = ?$

a) Posmatrati mašinovođu. On je na čelu kompozicije. Most je opterećen od trenutka kada voz stupa na most do trenutka kada mašinovođa sa druge strane mosta izmakne voz da i zadnji vagon siđe sa mosta. Mašinovođa je prešao  $150 \text{ m} + 100 \text{ m} = 250 \text{ m}$ . Ako je brzina  $10 \text{ m/s}$  dobija se gornji rezultat.

b) Voz je maksimalno opterećen sve dok je voz celom svojom dužinom na mostu.

Znači  $150 \text{ m} - 100 \text{ m} = 50 \text{ m}$ . Opterećenje mosta traje 5 s.

**5. Rešenje:**

$$v_1 = 36 \text{ km/h}$$

$$t_1 = 0,5 \text{ h}$$

$$v_2 = 72 \text{ km/h}$$

$$t = ?$$

Ako se putnički voz kreće vreme t brzi voz će se kretati pola sata manje tj.  $t - t_1$ .

Kada se sustignu predjeni putevi su im isti. Znači  $s_1 = s_2$  ili  $v_1 t = v_2(t - t_1)$ . Odavde sledi gornje rešenje.

$$v_1 t_1 = v_2 t - v_2 t_1 \text{ grupisanje članova} \Rightarrow v_1 t_1 + v_2 t_1 = v_2 t \quad t = \frac{v_1 t_1 + v_2 t_1}{v_2} = 0,75 \text{ h} \quad s = v_1 t = 27 \text{ km}$$

**6. Rešenje:** U većini zadataka je veoma korisno nacrtati sliku.

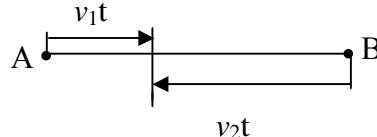
**Ponekad slika predstavlja pola rešenja zadatka (možda čak i 45% !)**

$$v_1 = 4 \text{ m/s}$$

$$v_2 = 7 \text{ m/s}$$

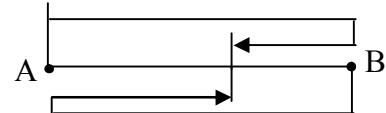
$$AB = ?$$

prvi susret:



uz zadatak 6

drugi susret (posle 4 s)



Sa prve slike je:  $v_1 t + v_2 t = AB$

Sa druge slike je:  $v_1(t + 4) + v_2(t + 4) = 3AB$

Ako zamenimo  $v_1(t + 4) + v_2(t + 4) = 3(v_1 t + v_2 t)$

lako se dobije (lako za specijalce!)

$$t = 2 \text{ s i } AB = 22 \text{ m}$$

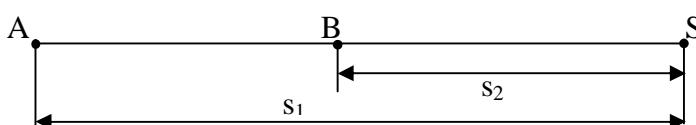
**7. Rešenje:**

$$AB = 90 \text{ m}$$

$$v_1 = 5 \text{ m/s}$$

$$v_2 = 2 \text{ m/s}$$

$$t, s_1, s_2 = ?$$



uz zadatak 7

sa slike se vidi da važi  $AB + s_2 = s_1$  ili  $AB + v_2 t = v_1 t$

$$\text{odavde je } t = \frac{AB}{v_1 - v_2} = \frac{90}{5 - 2} \left[ \frac{\text{m}}{\text{m/s}} \right] = 30 \text{ s.} \quad s_1 = 5 \cdot 30 \left[ \frac{\text{m}}{\text{s}} \right] = 150 \text{ m; } s_2 = 60 \text{ m.}$$

**8. Rešenje:**

$$v_1 = 10 \text{ km/h}$$

$$v_2 = 30 \text{ km/h}$$

$$AB = 60 \text{ km}$$

Polovinu puta biciklista pređe za  $t_1 = \frac{30}{10} \left[ \frac{\text{km}}{\text{km/h}} \right] = 3 \text{ h}$ . Svoju polovinu puta motociklista

pređe za 1 h. Znači motociklista treba da krene 2 h kasnije, tj u 14 sati.

Do 14 h, kretao se samo biciklista i prešao  $10 \text{ km/h} \cdot 2 \text{ h} = 20 \text{ km}$ , pa je rastojanje između njih  $40 \text{ km}$ . Do 16 h, biciklista je prešao  $10 \text{ km/h} \cdot 4 \text{ h} = 40 \text{ km}$ . Motociklista je prešao  $30 \text{ km/h} \cdot 2 \text{ h} = 60 \text{ km}$  – znači stigao u A. rastojanje između njih je opet  $40 \text{ km}$ .

**9. Rešenje:** Polovina staze iznosi  $s_1 = d/2 = 720\text{m}/2 = 360 \text{ m}$ ;  $s_2 = 720\text{m}/3 = 240 \text{ m}$ ; a ostatak  $s_3 = 120 \text{ m}$ .

$$\begin{aligned} v_1 &= 8 \text{ m/s} \\ v_2 &= 7 \text{ m/s} \end{aligned}$$

$$v_3 = 6 \text{ m/s}$$

$$v_{sr} = ?$$

$$t_1 = \frac{s_1}{v_1} = \frac{360}{8} \left[ \frac{\text{m}}{\text{m/s}} \right] = 45 \text{ s}; \quad t_2 = \frac{s_2}{v_2} = \frac{240}{7} \text{ s} = 34,3 \text{ s}; \quad t_3 = \frac{s_3}{v_3} = \frac{120}{6} \text{ s} = 20 \text{ s}.$$

Srednja brzina je po definiciji  $v_{sr} = \frac{s_1 + s_2 + s_3}{t_1 + t_2 + t_3}$  vremena kretanja su

$$Znači \quad v_{sr} = \frac{720}{45 + 34,3 + 20} \left[ \frac{\text{m}}{\text{s}} \right] = 7,25 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

**10. Rešenje:**

$$t_1 = 40 \text{ min} = 2/3 \text{ h}$$

$$s_1 = 8 \text{ km}$$

$$t_2 = 80 \text{ min} = 4/3 \text{ h}$$

$$v_2 = 15 \text{ km/h}$$

$$s_3 = 6 \text{ km}$$

$$v_3 = 12 \text{ km/h}$$

$$v_{sr} = ?$$

$$Srednja brzina je po definiciji  $v_{sr} = \frac{s_1 + s_2 + s_3}{t_1 + t_2 + t_3}$$$

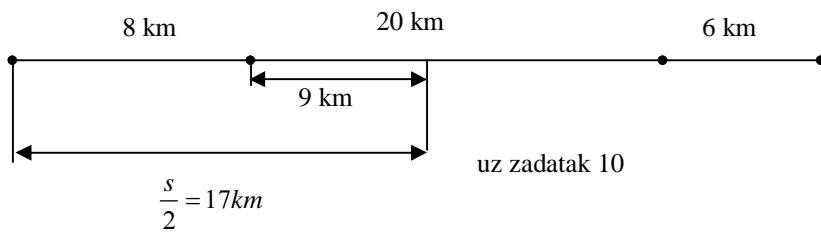
$$s_2 = v_2 t_2 = 15 \times \frac{4}{3} \left[ \frac{\text{km}}{\text{h}} \right] = 20 \text{ km}, \quad t_3 = \frac{s_3}{v_3} = \frac{1}{2} \text{ h}$$

$$v_{sr} = \frac{8 + 20 + 6}{\frac{2}{3} + \frac{4}{3} + \frac{1}{2}} \left[ \frac{\text{km}}{\text{h}} \right] = \frac{34 \text{ km}}{\frac{5}{2} \text{ h}} = 13,6 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

**za prvi čas kretanja :** Do prvog časa ostalo je  $1/3 \text{ h}$ . To vreme kretao se brzinom (ušao je u drugu etapu puta)  $15 \text{ km/h}$ . Znači prešao je  $15 \text{ km/h} * 1/3 = 5 \text{ km}$ . Ukupno je prešao  $8 \text{ km} + 5 \text{ km} = 13 \text{ km}$ .

$$v_{sr}' = 13 \text{ km/h}$$

**Na prvoj polovini puta:** najbolje je nacrtati skicu: (setite se korisnosti crteža!)



do prve polovine treba još 9 km druge etape. To pređe za vreme

$$t_2' = \frac{9 \text{ km}}{15 \text{ km/h}} = \frac{3}{5} \text{ h}$$

$$v_{sr}'' = \frac{17}{\frac{2}{3} + \frac{3}{5}} \left[ \frac{\text{km}}{\text{h}} \right] = 13,42 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

Preporučujem da izračunate srednju brzinu na drugoj polovini puta  
( 13,78 km/h)

### 1.1. Pomeraj. Pojam vektora

**11.** (Rez.:  $s = 18 \text{ m}$ ;  $\Delta r = 2 \text{ m}$ )

**12.** (Rez.: Plaća se put! Šta bi mogli iskombinovati ako se dogovorite sa taksistom da se plaća pomeraj?)

**13.** (Rez.: Ovo sami obrazložite!)

**14.** (Rez.: Treba da se kreće po pravom putu i u jednom smeru)

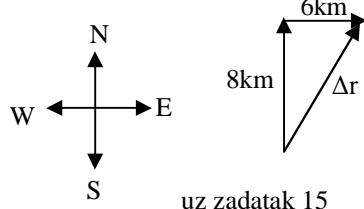
**15. Rešenje:**

$$s_1 = 8 \text{ km}$$

$$s_2 = 6 \text{ km}$$

$$s_{uk} = ?$$

$$\Delta r = ?$$



$$s_{uk} = s_1 + s_2 = 14 \text{ km}$$

$$\Delta r^2 = s_1^2 + s_2^2 = (8\text{km})^2 + (6\text{km})^2 \Rightarrow \Delta r = 10 \text{ km}$$

### 16. Rešenje:

$$\begin{aligned} v_c &= 2 \text{ m/s} \\ v_r &= 1,5 \text{ m/s} \\ d &= 30 \text{ m} \\ v_{niz} &=? \\ v_{uz} &=? \\ v &=? \\ t &=? \end{aligned}$$

**a)** nizvodno se brzine sabiraju:  $v_{niz} = v_c + v_r = 2 \text{ m/s} + 1,5 \text{ m/s} = 3,5 \text{ m/s}$   
**b)** uzvodno se brzine oduzimaju  $v_{uz} = v_c - v_r = 2 \text{ m/s} - 1,5 \text{ m/s} = 0,5 \text{ m/s}$   
**c)** čamac je usmeren ka tački B, ali ga reka odnosi nizvodno i on se kreće duž AC i stiže u tačku C. Brzine čine pravougli trougao i hipotenuza se može izračunati po Pitagorinoj teoremi. **Putanja čamca je potvrda da se vektori sabiraju geometrijski** tj. da se mora voditi računa o njihovom pravcu i smeru.

$$v^2 = v_c^2 + v_r^2 \quad v = \sqrt{v_c^2 + v_r^2} = \sqrt{(2 \text{ m/s})^2 + (1,5 \text{ m/s})^2} = 2,5 \text{ m/s}$$

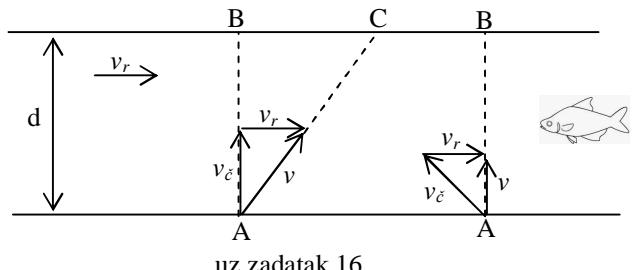
**d)** Obratiti pažnju! Čamac se kreće duž AC ali u pravcu širine d (podatak koji je dat) se kreće brzinom  $v_c$

$$t = \frac{d}{v_c} = \frac{30 \text{ m}}{2 \text{ m/s}} = 20 \text{ s} \quad \text{po istoj logici čamac se kreće nizvodno brzinom } v_r \Rightarrow$$

$$AC = v_r * t = 1,5 \text{ m/s} * 15 \text{ s} = 22,5 \text{ m.}$$

Predlažem da izračunate dužinu AC (po Pitagorinoj teoremi!) i da sa tim podatkom izračunate vreme prelaska. Koju ćete brzinu da upotrebite?

**e)** Čamđija treba da predviđa događaje i da krene u susret reci, tačno tako da zbir brzina bude usmeren ka tački B (pogledajte desni deo crteža). Sada se traži kateta.  $v = \sqrt{v_c^2 - v_r^2} = 1,32 \text{ m/s.}$



uz zadatak 16

### 17. Rešenje:

$$\begin{aligned} s &= 15 \text{ km} \\ t_{niz} &= 1,5 \text{ h} \\ t_{uz} &= 2 \text{ h} \\ t_{spl} &=? \end{aligned}$$

Splav se može kretati samo nizvodno i to brzinom reke. Treba je izračunati.

Brzina nizvodno u odnosu na obalu je  $v_{niz} = 15 \text{ km} / 1,5 \text{ h} = 10 \text{ km/h.}$

Uzvodno  $v_{uz} = 15 \text{ km} / 2 \text{ h} = 7,5 \text{ km/h.}$

S druge strane brzine se nizvodno sabiraju a uzvodno oduzimaju.

$10 \text{ km/h} = v_c + v_r$  sabiranjem leve i leve i desne i desne strane dobijamo  $17,5 \text{ km/h} = 2v_c$

$$\text{tj. } v_c = 8,75 \text{ km/h.}$$

$$7,5 \text{ km/h} = v_c - v_r$$

Zamenom u prvu jednačinu dobijamo  $v_r = 1,25 \text{ km/h.}$  Tako da će splav preći zadato rastojanje za

$$t = \frac{15 \text{ km}}{1,25 \text{ km/h}} = 12 \text{ h.}$$

### 18. Rešenje:

$$\begin{aligned} d &= 0,5 \text{ km} = 500 \text{ m} \\ v_{c1} &= 7,2 \text{ km/h} = 2 \text{ m/s} \\ l &= 150 \text{ m} \\ v_{c2} &= 9 \text{ km/h} = 2,5 \text{ m/s} \\ t &=? \end{aligned}$$

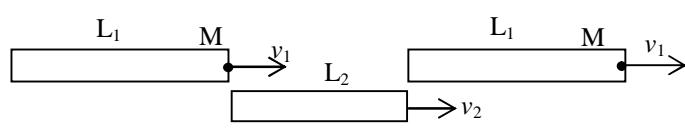
Čamac pređe reku u prvom slučaju za vreme  $t_1 = \frac{d}{v_{c1}} = \frac{500 \text{ m}}{2 \text{ m/s}} = 250 \text{ s}$  toliko se kretao i

niz reku pa je brzina reke  $v_r = \frac{l}{t_1} = \frac{150 \text{ m}}{250 \text{ s}} = 0,6 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$  U drugom slučaju teku će preći

za  $t_2 = \frac{500 \text{ m}}{2,5 \text{ m/s}} = 200 \text{ s.}$  Reka će ga odneti  $l_2 = 0,6 \cdot 200 \left[ \frac{\text{m}}{\text{s}} \right] = 120 \text{ m.}$

### 19. Rešenje:

$$\begin{aligned} L_1 &= 50 \text{ m} \\ v_1 &= 54 \text{ km/h} = 15 \text{ m/s} \\ L_2 &= 40 \text{ m} \\ v_2 &= 36 \text{ km/h} = 10 \text{ m/s} \\ t &=? \end{aligned}$$



uz zadatak 19

**a)** Primer za

relativnu brzinu. Ako smatramo da voz L2 miruje tada ga prvi voz pretiče brzinom  $v_1 - v_2 = 5 \text{ m/s.}$  Posmatrajte sa slike **koliki put pređe mašinovoda** prvog voza:  $s = L_1 + L_2$

$$t = \frac{s}{v} = \frac{L_1 + L_2}{v_1 - v_2} = \frac{90 \text{ m}}{5 \text{ m/s}} = 18 \text{ s.}$$

- b)** Treba da prođe voz  $L_1$  istom relativnom brzinom  $t = \frac{50m}{5m/s} = 10s$
- c)** Treba da prođe pored  $L_2$  istom relativnom brzinom:  $t = 40 m / 5m/s = 8 s.$

**20. Rešenje:** Kako se sada računa relativna brzina?

**21. Rešenje:** Ako smatramo da jedan biciklista miruje tada se drugi kreće brzinom  $20 \text{ km/h}$  ( $v_{\text{rel}} = v_1 + v_2$  !) Put od  $10 \text{ km}$  pređe za  $0,5 \text{ h}$ . Toliko isto se kreće i muva pa ona pređe put  $s_{\text{muve}} = 20 \text{ km/h} * 0,5 \text{ h} = 10 \text{ km}$ .

**22. Rešenje:**

$$v_1 = 5 \text{ km/h}$$

$$v_2 = 15 \text{ km/h}$$

$$t_{\text{uk}} = 1,8 \text{ min} = 0,03 \text{ h}$$

$$L = ?$$

Relativna brzina kurira kada ide ka čelu kolone je  $v_2 - v_1$  (kao da se kolona ne kreće), a kada se vraća je  $v_2 + v_1$ . Ukupno vreme kretanja je

$$t_{\text{uk}} = t_1 + t_2 = \frac{L}{v_2 - v_1} + \frac{L}{v_2 + v_1} \Rightarrow 0,03h = \frac{L}{10 \text{ km/h}} + \frac{L}{20 \text{ km/h}} \Rightarrow 0,03h = \frac{3L}{20 \text{ km/h}}$$

Odavde je lako izračunati  $L = 0,2 \text{ km tj. } 200 \text{ m}$ .

## 1.2. Ravnometerno promenljivo pravolinijsko kretanje

**23. Rešenje:**  $a = 0,5 \text{ m/s}^2$ ;  $t = 10 \text{ s}$ ;  $s = 35 \text{ m}$ ;  $v_0 = ?$ ;  $v = ?$

Dat je put:  $s = v_0 t + \frac{at^2}{2}$  odavde se može izračunati početna brzina  $v_0 t = s - \frac{at^2}{2} \Rightarrow v_0 = \frac{s - \frac{at^2}{2}}{t}$  zamenom se dobija  $v_0 = 1 \text{ m/s}$ ; brzina na kraju  $v = v_0 + at \Rightarrow v = 6 \text{ m/s}$

**24. Rešenje:**

$$s = 144 \text{ m}$$

$$a = 0,5 \text{ m/s}^2$$

$$v = 0$$

$$v_0 = ?$$

Obratiti pažnju da se telo zaustavilo! Znači  $v = 0$  a onda se traži početna brzina.

Drugo, zapaziti da nije dato vreme. Tada se upotrebljava formula  $v^2 = v_0^2 - 2as$  (kretanje je usporeno)

Znači,  $0 = v_0^2 - 2as$

$$v_0^2 = 2as \Rightarrow v_0 = \sqrt{2as} \Rightarrow v_0 = \sqrt{2 * 0,5 \text{ m/s}^2 * 144 \text{ m}} = 12 \text{ m/s}$$

za vreme zaustavljanja upotrebimo drugu formulu:  $v = v_0 - at \Rightarrow 0 = v_0 - at \Rightarrow t = v_0/a$ ,  $t = 24 \text{ s}$ .

**25. Rešenje:**

$$t = 20 \text{ s}$$

$$s = 340 \text{ m}$$

$$v = ?$$

$$a = \text{const.}$$

Obratiti pažnju da nema podatak za ubrzanje. Zato može da se upotrebi izraz za srednju brzinu.

$$v_{sr} = \frac{s}{t} = 17 \frac{\text{m}}{\text{s}} \text{ Ovaj izraz važi uvek!}$$

Samo za ravnometerno promenljivo kretanje važi

$$v_{sr} = \frac{v_0 + v}{2} \Rightarrow 17 \frac{\text{m}}{\text{s}} = \frac{v_0 + 19 \text{ m/s}}{2} \Rightarrow v_0 = 15 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Treba zapamtitи ovaj način. Na mnogo mesta može da se primeni (iako ima i drugih načina)

**26. Rešenje:**

$$a = 1 \text{ m/s}^2 \quad v_{sr} = \frac{s}{t} = 2,5 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad \text{kretanje je usporeno pa važi } v = v_0 - at ; \text{ drugi izraz za srednju brzinu je;}$$

$$v_0 = ? \quad v_{sr} = \frac{v_0 + v}{2} \Rightarrow v_{sr} = \frac{v_0 + v_0 - at}{2} \text{ ili } 2,5 \frac{\text{m}}{\text{s}} = \frac{2v_0 - 1\text{m/s}^2 * 3\text{s}}{2} \text{ lako je izračunati}$$

$$v_0 = 4 \text{ m/s. kako je } v = v_0 - at \text{ biće } v = 1 \text{ m/s.}$$

Naravno ovaj zadatak može da se uradi i primenom formule  $s = v_0 t - \frac{at^2}{2}$

**27. Rešenje:** Do druge sekunde telo se kreće ubrzano sa početnom brzinom, ubrzanjem

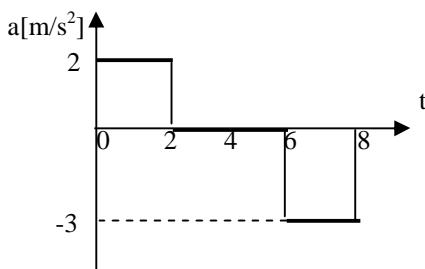
$$a = \frac{v_2 - v_1}{t} = \frac{6 \text{ m/s} - 2 \text{ m/s}}{2 \text{ s}} = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

od druge do šeste sekunde telo se kreće ravnomerno pa je  $a = 0$ .

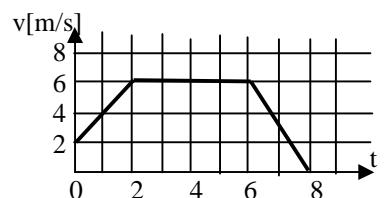
Od šeste sekunde do osme telo se kreće usporeno do zaustavljanja,

$$\text{ubrzanje je } a = \frac{v_2 - v_1}{t} = \frac{0 \text{ m/s} - 6 \text{ m/s}}{2 \text{ s}} = -3 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Dijagram ubrzanja:



uz zadatak 27



Put je najlakše izračunati preko površine na dijagramu brzine:

- do druge sekunde površina je trapez ili pravougaonik i trougao

$$s_1 = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}} * 2 \text{ s} + \frac{(6 - 2) \text{ m/s} * 2 \text{ s}}{2} = 8 \text{ m}$$

$s_2 = 6 \text{ m/s} * (6 - 2) \text{ s} = 24 \text{ m. (pravougaonik)}$

$$s_3 = \frac{6 \text{ m/s} * (8 - 6) \text{ s}}{2} = 6 \text{ m} \quad (\text{trougao})$$

$$s_{uk} = s_1 + s_2 + s_3 = 38 \text{ m.}$$

$$v_{srs} = \frac{s}{t} = \frac{38 \text{ m}}{8 \text{ s}} = 4,75 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

**28. Rešenje:**

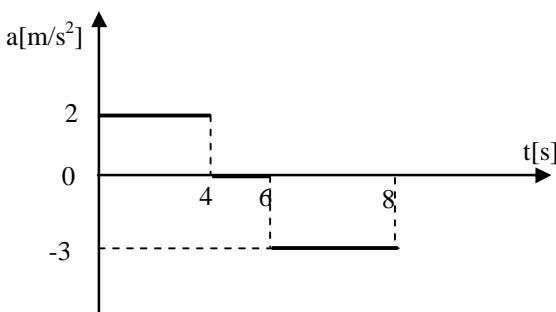
Do četvrte sekunde telo se kreće ubrzano

$$a_1 = \frac{v_2 - v_1}{t} = \frac{8 \text{ m/s} - 0 \text{ m/s}}{4 \text{ s}} = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

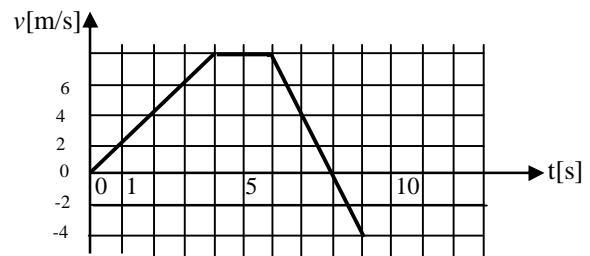
sledeća etapa – telo se kreće ravnomerno  $a_2 = 0$  od četvrte do osme sekunde telo se kreće usporeno:

$$a_3 = \frac{-4 \text{ m/s} - 8 \text{ m/s}}{8 \text{ s} - 4 \text{ s}} = -3 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \text{ obratite pažnju na treći etapu,}$$

nema prekida kada grafik seče vremensku osu, grafik ima isti nagib.



uz zadatak 28



Za srednju brzinu izračunati brzinu kao površinu na dijagramu:

do osme sekunde površina je trapez:

$$s_1 = \frac{8 \text{ s} + 2 \text{ s}}{2} * 8 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 40 \text{ m}$$

od osme do devete sekunde je trougao

$$s_2 = \frac{1 \text{ s} * 4 \text{ m/s}}{2} = 2 \text{ m}$$

Površina je negativna ali to samo znači da se telo vraća nazad!

$$s_{uk} = 42 \text{ m}, v = 42 \text{ m} / 9 \text{ s} = 4,7 \text{ m/s.}$$

**29. Rešenje:**  $v_0 = 0, a = 4 \text{ m/s}^2, t = 5 \text{ s}, s = ?, \Delta s = ?$

Put za 5 s:  $s_5 = \frac{at^2}{2} = 50 m$  U petoj sekundi prelazi razliku puteva za pet i četiri sekunde  
 $\Delta s = s_5 - s_4 = \frac{at_5^2}{2} - \frac{at_4^2}{2} \Rightarrow \Delta s = \frac{4 m/s^2 * (5s)^2}{2} - \frac{4 m/s^2 * (4s)^2}{2}$  dobija se  $\Delta s = 18 m$ .

### 30. Rešenje:

Traži se  $\frac{\Delta s_8}{\Delta s_3} = ?$  U toku treće sekunde telo pređe put  $\Delta s = s_3 - s_2$

$$\Delta s_3 = \frac{at_3^2}{2} - \frac{at_2^2}{2} \Rightarrow \Delta s = \frac{a(t_3^2 - t_2^2)}{2} = \frac{5a}{2}$$

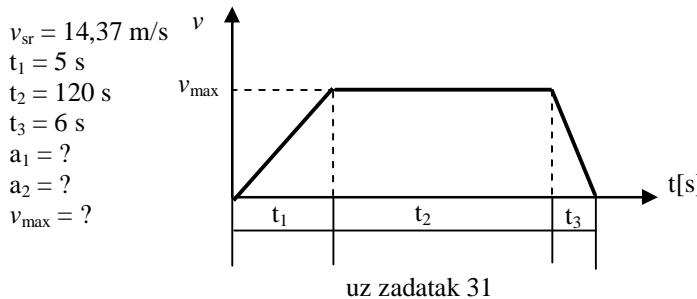
u toku osme sekunde pređe:  $\Delta s_8 = \frac{a(t_8^2 - t_7^2)}{2} = \frac{15a}{2}$  Ako podelimo ova dva broja dobijamo 3.

### 31. Rešenje:

Pri promeni uslova kretanja korisno je nacrtati grafik kretanja. (Setite se važnosti crteža!)

**Ponekad Crtež predstavlja pola rešenja zadatka (možda čak i 40 %!)**

Ovde ćemo grafik samo skicirati pošto nemamo sve podatke.



Vidimo da odmah možemo izračunati pređeni put:  $s = v_{sr} * t_{uk} = 14,37 \text{ m/s} * 131 \text{ s} = 1882,5 \text{ m}$ . S druge strane geometrijski, put je jednak površini na dijagramu brzine, u ovom slučaju to je trapez:

$$s = \frac{(t_1 + t_2 + t_3) + t_2}{2} v_{max} \quad \text{zamenom se dobija } v_{max} = 15 \text{ m/s.}$$

iz  $v_{max} = at_1$  i  $v_{max} = at_2$  izračunavamo  $a_1 = 3 \text{ m/s}^2$  i  $a_2 = 2,5 \text{ m/s}^2$

### 32. Uputstvo: opet nacrtati dijagram!

### 33. Rešenje:

$v_0 = 2 \text{ m/s}$	Brzinu na kraju izračunaćemo postepeno: posle druge etape $v_2 = v_0 + at_2 = 2 \text{ m/s} + 2 \text{ m/s}^2 * 2 \text{ s} = 6 \text{ m/s}$
$t_1 = 3 \text{ s}$	
$v = \text{const}$	Ovo je početna brzina za sledeću etapu $v_3 = 6 \text{ m/s} + 1 \text{ m/s}^2 * 5 \text{ s} = 11 \text{ m/s}$
$t_2 = 2 \text{ s}$	$v_4 = 11 \text{ m/s} - 3 \text{ m/s}^2 * 2 \text{ s} = 5 \text{ m/s}$ . Ovo je krajnja brzina.
$a_2 = 2 \text{ m/s}^2$	Put isto tako izračunavamo po etapama:
$t_3 = 5 \text{ s}$	$s_1 = v_0 t_1 = 2 \text{ m/s} * 3 \text{ s} = 6 \text{ m}$ (ravnomerno kretanje)
$a_3 = 1 \text{ m/s}^2$	
$t_4 = 2 \text{ s}$	$s_2 = v_0 t_2 + \frac{a_2 t_2^2}{2} = 2 \text{ m/s} * 2 \text{ s} + \frac{2 \text{ m/s}^2 * 4 \text{ s}^2}{2} = 8 \text{ m}$
$a_4 = -3 \text{ m/s}^2$	
$t_5 = 2 \text{ s}$	$s_3 = 6 \text{ m} / s * 5 \text{ s} + \frac{1 \text{ m/s}^2 * 25 \text{ s}^2}{2} = 42,5 \text{ m}$
$v = \text{const}$	ukupan put je
$v_{kraj} = ?$	$s = s_1 + s_2 + s_3 + s_4 + s_5$
$s_{uk} = ?$	$s = 82,5 \text{ m}$ .
$v_{sr} = ?$	srednja brzina je
	$v_s = \frac{s}{t_{uk}} = \frac{82,5 \text{ m}}{14 \text{ s}} = 5,9 \frac{\text{m}}{\text{s}}$
$s_5 = v_4 t_5 = 5 \text{ m/s} * 2 \text{ s} = 10 \text{ m.}$	

**34. Rešenje:** Po definiciji srednja brzina je  $v_{sr} = \frac{s_1 + s_2 + s_3}{t_1 + t_2 + t_3}$  treba izračunati vremena

$$s_1 = \frac{1}{3}s$$

$$v_1 = 6 \text{ m/s}$$

kretanja:

$$t_1 = \frac{1/3 * s}{v_1} = \frac{1/3 * s}{6} = \frac{s}{18}$$

Za vreme na drugoj etapi, prvo izračunati srednju brzinu na toj etapi:

$$v'_{sr} = \frac{v_1 + v_2}{2} = \frac{6 \text{ m/s} + 4 \text{ m/s}}{2} = 5 \text{ m/s}$$

$$t_2 = \frac{1/3 * s}{v'_{sr}} = \frac{s}{15} \quad \text{treća etapa : } v''_{sr} = \frac{v_2 + v_3}{2} = \frac{4 \text{ m/s} + 0 \text{ m/s}}{2} = 2 \text{ m/s} \quad t_3 = \frac{1/3 * s}{v''_{sr}} = \frac{s}{6}$$

$$s_2 = \frac{1}{3}s$$

$$v_2 = 4 \text{ m/s}$$

$$s_3 = \frac{1}{3}s$$

$$v_3 = 0 \text{ m/s}$$

$$v_{sr} = ?$$

$$\text{ukupno vreme je } t = t_1 + t_2 + t_3 \Rightarrow t = \frac{s}{18} + \frac{s}{15} + \frac{s}{6} \Rightarrow t = \frac{5s}{90} + \frac{6s}{90} + \frac{15s}{90}$$

$$t = \frac{26s}{90} \text{ iz } v_s = \frac{s}{t} \text{ dobije se } v_s = \frac{90}{26} = 3,46 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

**35. Rešenje:** Kod zadatka sa sustizanjem pređeni putevi treba da budu isti. Ovde su ista i vremena kretanja.

$$v = 16 \text{ m/s}$$

$$a = 2 \text{ m/s}^2$$

$$t = ?$$

$$s = ?$$

$$v_{\text{mot}} = ?$$

$$s_{\text{mot}} = s_{\text{aut}} \quad \text{ili} \quad (\text{Obratiti pažnju: motocikl se kreće ubrzano a auto ravnomereno})$$

$$\frac{at^2}{2} = vt \quad \text{ovo je tzv. kvadratna jednačina. Prebacimo oba člana na istu stranu i izvući}$$

$$\text{zajedničko } t \text{ ispred zagrade: } \frac{at^2}{2} - vt = 0 \Rightarrow t \left( \frac{at}{2} - v \right) = 0 \text{ odavde sledi, ili je } t = 0 \text{ (to je bilo}$$

$$\text{na startu!}) \text{ ili je } \frac{at}{2} - v = 0$$

$$\text{dalje je } t = \frac{2v}{a} = \frac{2 * 16 \text{ m/s}}{2 \text{ m/s}^2} = 16 \text{ s} \quad \text{Pređeni put motocikla je } s = \frac{at^2}{2} = 256 \text{ m} \quad \text{brzina motocikla je } v_{\text{mot}} = at$$

$$= 2 \text{ m/s}^2 * 16 \text{ s} = 32 \text{ m/s}$$

**36. Rešenje:**  $t_1 = 40 \text{ s}; a = 0,5 \text{ m/s}^2; t_2 = 40 \text{ s}; v_b = ?$  Uslov sustizanja:  $s_{\text{brod}} = s_{\text{glis}}$  ili

$$v_b(t_1 + t_2) = \frac{at_2^2}{2} \Rightarrow v_b = \frac{\frac{at_2^2}{2}}{t_1 + t_2} \text{ zamenom se dobija } v_b = 5 \text{ m/s}$$

**37. Rešenje:**  $v = 72 \text{ km/h} = 20 \text{ m/s}; t_1 = 120 \text{ s}; a = 3 \text{ m/s}^2; t_2 = 10 \text{ s}; t_{\text{uk}} = ?$

Za vreme ubrzanog kretanja policajac pređe  $s_p = \frac{at_2^2}{2} = \frac{3 \text{ m/s}^2 * 100 \text{ s}^2}{2} = 150 \text{ m}$  i postigne brzinu  $v_p = at_2 = 3 \text{ m/s}^2 * 10 \text{ s} = 30 \text{ m/s}$  za to vreme auto odmakne  $s_1 = 20 \text{ m/s} (120 \text{ s} + 10 \text{ s}) = 2600 \text{ m}$ .

Znači rastojanje auto – policajac je  $s = 2600 \text{ m} - 150 \text{ m} = 2450 \text{ m}$ . Ako zamislimo da auto stoji policajac mu se približava relativnom brzinom  $v_{\text{rel}} = v_p - v = 30 \text{ m/s} - 20 \text{ m/s} = 10 \text{ m/s}$ . Preostalo rastojanje će preći za  $t = \frac{2450 \text{ m}}{10 \text{ m/s}} = 245 \text{ s}$

ukupno od početka vreme iznosi  $= 120 \text{ s} + 10 \text{ s} + 245 \text{ s} = 375 \text{ s}$ .

**38. Rešenje:**  $t_1 = 4 \text{ s}; n = 16; t_{\text{uk}} = ?$

Neka je dužina vagona L. Za prvi vagon važi:  $L = \frac{at_1^2}{2}$  za ceo voz od n vagona važi

$$nL = \frac{at_n^2}{2} \text{ ili } n \frac{at_1^2}{2} = \frac{at_n^2}{2}$$

$$\text{odavde je } t_n = t_1 \sqrt{n} \text{ u našem slučaju } t_{16} = 4 \text{ s} \sqrt{16} = 16 \text{ s.}$$

Za samo sedmi vagon biće  $\Delta t_7 = t_7 - t_6$  tj.  $\Delta t_7 = 4(\sqrt{7} - \sqrt{6})\text{s}$

**39. Rešenje:**  $a = -2 \text{ m/s}^2$ ;  $v_0 = 6 \text{ m/s}$ ;  $t = 6 \text{ s}$ ;  $s = ?$ ;  $v = ?$

računamo put direktno:  $s = v_0 t - \frac{at^2}{2} = 6 \text{ m/s} * 6 \text{ s} - \frac{2 \text{ m/s}^2 * 36 \text{ s}^2}{2} = 0$  ! Nešto nije u redu. Telo se kreće a put je nula. Objasnjenje je u tome što se telo zaustavilo i vratio u početnu tačku! **Znači formula**  $s = v_0 t + \frac{at^2}{2}$  **daje pomeraj!**

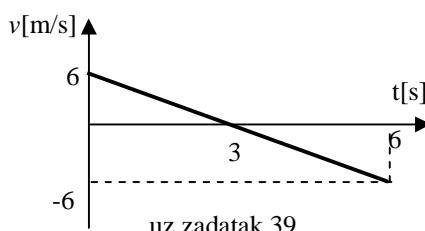
Pomeraj i put su isti dok se telo kreće pravolinijski **i ne menja smer**. Zato treba proveriti da li se telo zaustavljalo.

$$v = v_0 - at \Rightarrow 0 = v_0 - at \Rightarrow t = v_0/a \Rightarrow t = 3 \text{ s}$$

Put računamo u delovima  $s = v_0 t - \frac{at^2}{2} = 6 \text{ m/s} * 3 \text{ s} - \frac{2 \text{ m/s}^2 * 9 \text{ s}^2}{2} = 9 \text{ m}$  Toliko pređe i u povratku. Znači ukupan put je **18m**

Izračunavanje brzine:  $v = v_0 - at \Rightarrow v = 6 \text{ m/s} - 2 \text{ m/s}^2 * 6 \text{ s} = -6 \text{ m/s}$  Potvrda da se telo vratio u početnu tačku sa promenjenim smerom brzine.

Da nacrtamo dijagram brzine:



Vidimo zašto je put nula. Pola površine je iznad t ose, a pola ispod. Matematički posmatrano njihov zbir je nula.

**40.** Uputstvo: Obratiti pažnju da vremena zaustavljanja i vraćanja nisu jednaka, telo se ne vraća u početnu tačku.

**41. Rešenje:** Kuglice se sudaraju jer se prva kuglica zaustavi i vraća nazad. Ako su krenuli iz iste tačke i sudarili – opet su u zajedničkoj tački onda su im **pomeraji isti** (moramo računati sa pomerajima jer prvo telo menja smer kretanja!)

Prvo telo se kretalo 20 s a drugo 10s.

$$s = v_0 t - \frac{at^2}{2} \Rightarrow s_1 = v_0 * 20 \text{ s} - \frac{10 \text{ m/s}^2 * 400 \text{ s}^2}{2} \Rightarrow s_1 = 20v_0 - 2000$$

$$s_2 = v_0 * 10 \text{ s} - \frac{10 \text{ m/s}^2 * 100 \text{ s}^2}{2} \Rightarrow s_2 = 10v_0 - 500$$

Ako izjednačimo ova dva izraza  $s_1 = s_2$   
lako dobijamo  
 $v_0 = 150 \text{ m/s}$

**42. Rešenje:** Na kraju prvih 10 s brzina tela je ( $v_0 = 0$ )  $v = at = 2 \text{ m/s}^2 * 10 \text{ s} = 20 \text{ m/s}$ .

Tom brzinom se kreće i sledećih 5 s, jer je  $a = 0$

Od 15s do 20 s usporava sa početnom brzinom postignutoj u prethodnoj etapi:

$$v = v_0 - at \Rightarrow v = 20 \text{ m/s} - 3 \text{ m/s}^2 * 5 \text{ s} = 5 \text{ m/s}$$

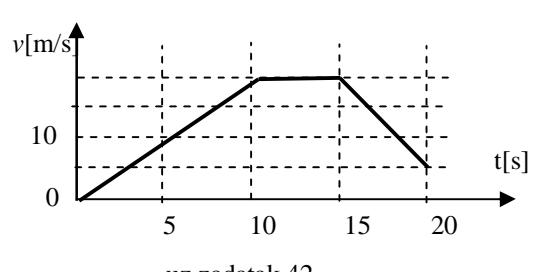
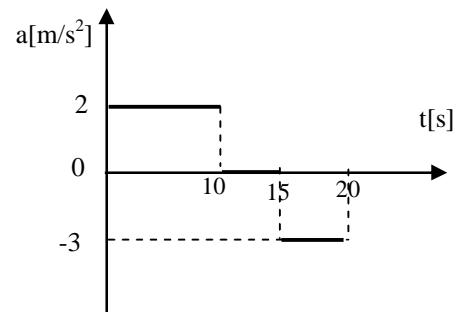
put se može izračunati kao površina na grafiku ili neposredno formulom:

$$s_1 = \frac{at^2}{2} = \frac{2 \text{ m/s}^2 * 100 \text{ s}^2}{2} = 100 \text{ m}$$

$$s_2 = v_1 t_2 = 20 \text{ m/s} * 5 \text{ s} = 100 \text{ m}$$

$$s_3 = v_1 t_3 - \frac{a_3 t_3^2}{2} = 20 \text{ m/s} * 5 \text{ s} - \frac{3 \text{ m/s}^2 * 25 \text{ s}^2}{2} = 62,5 \text{ m}$$

Ukupan put je  $s_{\text{uk}} = s_1 + s_2 + s_3 = 262,5 \text{ m}$ .



uz zadatak 42

### 1.3. Njutnovi zakoni

**43. Rešenje:**  $m = 2 \text{ kg}$ ;  $v_1 = 20 \text{ m/s}$ ;  $v_2 = 80 \text{ m/s}$ ;  $t = 10 \text{ s}$ ;  $F = ?$

Prvo izračunati ubrzanje:  $a = \frac{v_2 - v_1}{t} = \frac{80 - 20}{6} \left[ \frac{\text{m/s}}{\text{s}} \right] = 6 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$  Sad drugi Njutnov zakon:  $F = ma \Rightarrow F = 2 * 6 [\text{kg} \cdot \text{m/s}^2]$   $\mathbf{F = 12 \text{ N}}$ .

Obratiti pažnju na način pisanja jedinica. Možda je preglednije odvojeno pisati brojeve, a odvojeno jedinice. Koristićemo oba načina. Najvažnije je zapamtiti da su brojevi u fizici imenovani, pa se moraju pisati brojne vrednosti zajedno sa jedinicama.

**44. Rešenje:**  $m = 100 \text{ g} = 0,1 \text{ kg}$ ;  $v_0 = 0$ ;  $t = 5 \text{ s}$ ;  $s = 100 \text{ m}$ ;  $F = ?$

Ubrzanje izračunavamo iz pređenog puta:  $s = \frac{at^2}{2} \Rightarrow a = \frac{2s}{t^2} = \frac{2 * 100}{25} \left[ \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right] = 8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$   $F = ma \Rightarrow \mathbf{F = 0,8 \text{ N}}$

**45. Rešenje:**  $s = 5 \text{ m}$ ;  $m_1 = 80 \text{ kg}$ ;  $m_2 = 50 \text{ kg}$ ;  $F = 20 \text{ N}$ ;  $t = ?$ ;  $v_{\text{rel}} = ?$

Ovo je primer trećeg Njutnovog zakona.

Sila i na momka i na devojku je ista. Ubrzanja će biti  $a_1 = \frac{F}{m_1} = \frac{20N}{80kg} = 0,25 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ ;  $a_2 = \frac{F}{m_2} = \frac{20N}{50kg} = 0,4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

pređeni putevi su  $s_1 = \frac{a_1 t^2}{2}$ ;  $s_2 = \frac{a_2 t^2}{2}$  do susreta predu ukupno 4 m.:  $s_1 + s_2 = s \Rightarrow \frac{a_1 t^2}{2} + \frac{a_2 t^2}{2} = s$

vreme kao zajednički činilac možemo izneti ispred zagrade  $\frac{t^2}{2}(a_1 + a_2) = s$  zamenom brojnih vrednosti dobijamo

$$t^2 * 0,325 = 5 \quad \text{ili } t^2 = 15,4 \Rightarrow t = \sqrt{15,4} \approx 4 \text{ s. Postignute brzine su: } v_1 = a_1 t = 1 \text{ m/s i } v_2 = a_2 t = 1,6 \text{ m/s.}$$

relativna brzina je  $v_{\text{rel}} = v_1 + v_2$  jer se približavaju  $v_{\text{rel}} = 2,6 \text{ m/s}$

**46. Rešenje:** Pokazivaće isto po zakonu akcije i reakcije!

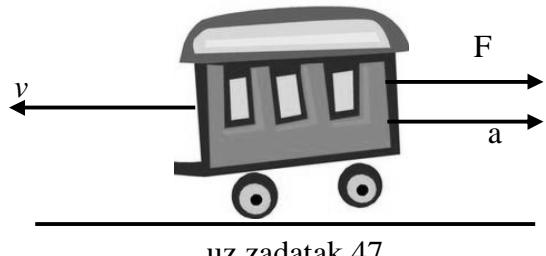
**47. Rešenje:**  $m = 20 \text{ t}$ ;  $a = 0,3 \text{ m/s}^2$ ;  $v = 54 \text{ km/h}$ ;  $F = ?$ ;  $t = ?$

Brzina vagona je usmerena u smeru kretanja. Na vagon deluje sila trenja u suprotnom smeru od smera kretanja jer se brzina smanjuje.

Smer ubrzanja je isti kao i smer sile.

$$\text{Veličina sile } F = ma \Rightarrow F = 20000 \text{ kg} * 0,3 \text{ m/s}^2 = 6000 \text{ N}$$

Kada se vagon zaustavi brzina je nula, znači data je početna brzina.



uz zadatak 47

$$v = v_0 - at \Rightarrow 0 = v_0 - at \Rightarrow t = v_0/a \Rightarrow t = \frac{15}{0,3} \left[ \frac{\text{m/s}}{\text{m/s}^2} \right] = 50 \text{ s.}$$

**48. Rešenje:**

$$m = 500 \text{ kg}$$

$$v = 72 \text{ km/h} = 20 \text{ m/s}$$

$$s = 20 \text{ m}$$

$$v = 0 \text{ jer se zaustavio}$$

$$F = ?$$

$$v_1 = ?$$

$$v_1 = \sqrt{v_0^2 - 2as} = \sqrt{v_0^2 - as} = \sqrt{400 \text{ m}^2/\text{s}^2 - 10 \text{ m/s}^2 * 20 \text{ m}} = 14,1 \text{ m/s}$$

Pošto se auto zaustavio, onda 20 m/s predstavlja početnu brzinu  $v_0$ !

Zapazimo da ni vreme nije dato. Zato koristimo formulu  $v^2 = v_0^2 - 2as$

$$0 = v_0^2 - 2as \Rightarrow a = \frac{v_0^2}{2s} = \frac{400}{2 * 20} \left[ \frac{\text{m}^2/\text{s}^2}{\text{m}} \right] = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

sila je  $F = ma \Rightarrow \mathbf{F = 5000 \text{ N.}}$

brzina na sredini zaustavnog puta može se izračunati po istoj formuli:

**49. Rešenje:**  $m = 4 \text{ kg}$ ;  $v_1 = 16 \text{ m/s}$ ;  $v_2 = 20 \text{ m/s}$ ;  $s = 144 \text{ m}$ ;  $F = ?$

Vreme nije dato pa je najbolje upotrebiti formulu  $v^2 = v_0^2 + 2as$  ili po našim oznakama:  $v_2^2 = v_1^2 + 2as$  odavde je  $2as = v_2^2 - v_1^2$   $a = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2s} = \frac{400 - 256}{2 * 144} \left[ \frac{\text{m}^2/\text{s}^2}{\text{m}} \right] = 0,5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \Rightarrow F = ma \Rightarrow F = 2 \text{ N.}$

**50. Rešenje:**  $a = 1 \text{ dm}$ ;  $v_0 = 0$ ;  $t = 3 \text{ s}$ ;  $s = 1,5 \text{ m}$ ;  $\rho = 800 \text{ kg/m}^3$ ;  $F = ?$

Zapremina kocke je  $V = a^3$  tj.  $V = 1 \text{ dm}^3 = 0,001 \text{ m}^3$  Iz gustine možemo izračunati masu kocke:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho V = 800 * 0,001 \left[ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} * \text{m}^3 \right] = 0,8 \text{ kg}$$

dat je i put i odatle nalazimo ubrzanje:

$$s = \frac{at^2}{2} \Rightarrow a = \frac{2s}{t^2} = \frac{2 * 1,5}{9} \left[ \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right] = \frac{1}{3} \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \Rightarrow F = ma = 0,8 \text{ kg} * \frac{1}{3} \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \approx 0,27 \text{ N.}$$

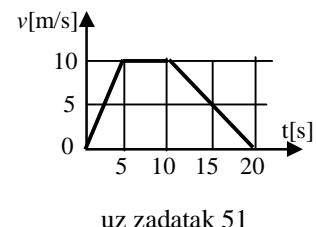
**51. Rešenje:**  $m = 2 \text{ kg}$ ;  $F = ?$

Treba izračunati ubrzanje na svakom delu i primeniti drugi Njutnov zakon.

$$a_1 = \frac{v_2 - v_1}{t_1 - t_2} = \frac{10 - 0}{5 - 0} \left[ \frac{\text{m/s}}{\text{s}} \right] = 2 \left[ \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right] \quad a_2 = 0 \text{ (ravnomerno kretanje!)}$$

$$a_2 = \frac{0 - 10}{20 - 10} \left[ \frac{\text{m/s}}{\text{s}} \right] = -1 \left[ \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right]$$

$$F_1 = ma_1 = 2 \text{ kg} * 2 \text{ m/s}^2 = 4 \text{ N}; \quad F_2 = 0; \quad F_3 = -2 \text{ N} \text{ (sila koči telo)}$$



uz zadatak 51

**52. Rešenje:**  $m = 2 \text{ kg}$

Do šeste sekunde na telo deluje stalna sila  $10 \text{ N}$  i daje mu ubrzanje

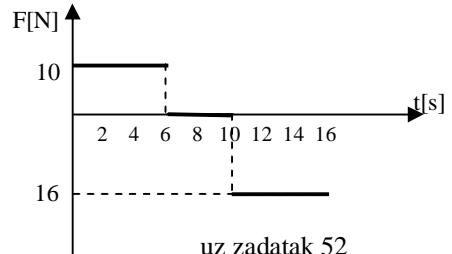
$$a_1 = \frac{F}{m} = \frac{10 \text{ N}}{2 \text{ kg}} = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \quad \text{Telo dobije brzinu } v_1 = a_1 t_1 = 5 \text{ m/s}^2 * 6 \text{ s} = 30 \text{ m/s.}$$

Dalje se ( $F = 0$ ) telo kreće ravnomerno  $t_2 = 4 \text{ s}$  tako da je na kraju desete sekunde brzina isto **30 m/s**. Dalje je sila negativna što zači da

$$\text{telo usporava sa usporenjem } a_2 = \frac{-16 \text{ N}}{2 \text{ kg}} = -8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \quad \text{Na taj način se telo}$$

kreće sledeće  $4 \text{ s}$  (do  $14$  – te-početna brzina je  $30 \text{ m/s!}$ ):  $v = v_0 - at \Rightarrow v = 30 \text{ m/s} - 8 \text{ m/s}^2 * 4 \text{ s} = -2 \text{ m/s.}$

Ovo je brzina na kraju  $14$  – te sekunde. Obratiti pažnju da je u međuvremenu telo promenilo smer kretanja i vraća se unazad.



uz zadatak 52

Možemo i izračunati kada se telo zaustavilo:  $0 = v_0 - at_z \Rightarrow t_z = v_0/a \Rightarrow t_z = \frac{30}{8} \left[ \frac{\text{m/s}}{\text{s}} \right] = 3,75 \text{ s}$  Ovo posle  $10$  – te sekunde.

Znači telo se zaustavilo u  $13,75 \text{ s}$ . Unazad se kretalo  $0,25 \text{ s}$ .

Pređeni put računamo u etapama:  $s_1 = \frac{a_1 t_1^2}{2} = \frac{5 * 36}{2} \left[ \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right] = 90 \text{ m}; s_2 = v_1 t_2 = 30 \text{ m/s} * 4 \text{ s} = 120 \text{ m.}$

(ravnomerno kretanje).

Do zaustavljanja telo pređe

$$s_3 = v_1 t_z - \frac{a_2 t_z^2}{2} = 30 * 3,75 \left[ \frac{\text{m}}{\text{s}} \right] - \frac{8 * 3,75^2}{2} \left[ \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right] = 56,25 \text{ m.}$$

$$\text{Unazad telo pređe: } s_4 = \frac{8 * 0,25^2}{2} \left[ \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right] = 0,25 \text{ m}$$

Ukupan put je  $s = s_1 + s_2 + s_3 + s_4 = \mathbf{266,5 \text{ m.}}$

Da se podsetimo pomeraja:  
 $\Delta r = s_1 + s_2 + s_3 - s_4 \Rightarrow \Delta r = \mathbf{266 \text{ m.}}$

### 1.4. Kretanje pod uticajem sile Zemljine teže

**53. Rešenje:**  $h = 80 \text{ m}$ ;  $g = 10 \text{ m/s}^2$ ;  $\Delta s = ?$

Prvo treba naći vreme padanja:

$$h = \frac{gt^2}{2} \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2h}{g}} \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2 * 80 \text{ m}}{10 \text{ m/s}^2}} = 4 \text{ s} \quad \text{znači poslednja sekunda je } 4 - \text{ta. Put za } 3 \text{ s iznosi}$$

$$h_3 = \frac{gt_3^2}{2} = 45 \text{ m} \quad \Delta s = h - h_3 = 80 \text{ m} - 45 \text{ m} = \mathbf{35 \text{ m.}}$$

**54. Rešenje:** Treba zapamtiti da je vreme penjanja kod hica uvis jednako vremenu slobodnog pada. Znači da je vreme penjanja u ovom slučaju jednako  $t_p = 2 \text{ s}$ . U navišoj tački brzina je nula  $v = v_0 - gt \Rightarrow 0 = v_0 - gt_p \Rightarrow v_0 = gt_p = 10 \text{ m/s}^2 * 2 \text{ s} = \mathbf{20 \text{ m/s.}}$

Maksimalna visina se dobija iz istog uslova:  $0 = v_0^2 - 2gh_{\max}$   $h_{\max} = \frac{v_0^2}{2g} = \frac{400 \text{ m/s}^2}{2 * 10 \text{ m/s}^2} = 20 \text{ m}$

**55. Rešenje:**  $h = 45 \text{ m}$ ;  $t_1 = 1 \text{ s}$ ;  $v_0 = ?$

Naći vreme padanja prvog kamenja:

$$h = \frac{gt^2}{2} \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2h}{g}} \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2 * 45 \text{ m}}{10 \text{ m/s}^2}} = 3 \text{ s} \quad \text{znači drugi kamen je padao } t_2 = 2 \text{ s.}$$

$$h = v_0 t_2 + \frac{gt_2^2}{2} \Rightarrow v_0 t = h - \frac{gt_2^2}{2} \Rightarrow v_0 = \frac{h - \frac{gt_2^2}{2}}{t_2} = \frac{45 \text{ m} - \frac{10 \text{ m/s}^2 * 4 \text{ s}^2}{2}}{2 \text{ s}} = 12,5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

**56. Rešenje:**  $h = 200 \text{ m}$ ;  $v = 150 \text{ m/s}$ ;  $v_0 = ?$ ;  $h_{\max} = ?$ ;  $t_{\text{uk}} = ?$

Kretanje uvis je usporeno, a nije dato vreme:  $v^2 = v_0^2 - 2gh$  odavde je  $v_0 = \sqrt{v^2 + 2gh}$

$$v_0 = \sqrt{150^2 \left[ \text{m}^2/\text{s}^2 \right] + 2 * 10 * 200 \left[ \text{m/s}^2 * \text{m} \right]} \approx 163 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

U najvišoj tački brzina je nula:  $0 = v_0^2 - 2gh_{\max}$  odavde je  $h_{\max} = \frac{v_0^2}{2g} = \frac{163^2}{2 * 10} \left[ \frac{\text{m}^2/\text{s}^2}{\text{m/s}^2} \right] = 1328 \text{ m}$

I u drugoj formuli brzina je nula u najvišoj tački:  $v = v_0 - gt \Rightarrow 0 = v_0 - gt \Rightarrow t = v_0/g \Rightarrow t = 16,3 \text{ s.}$

Kretanje je simetrično, koliko vremena treba telu da se popne do najviše tačke toliko mu treba i da se vrati  $\Rightarrow t_{\text{uk}} = 2 * 16,3 = \mathbf{32,6 \text{ s}}$

**57. Rešenje:**  $v_0 = 40 \text{ m/s}$ ;  $h = 80 \text{ m}$ ;  $h_1 = ?$ ;  $v_1 = ?$

Sa slike se vidi da pređeni putevi oba tela daju ukupnu visinu. (Opet značaj crteža!)

$$h_1 = v_0 t - \frac{gt^2}{2} \quad h_2 = v_0 t + \frac{gt^2}{2} \quad \text{Znači, } h = h_1 + h_2 \quad \text{Kvadratni članovi se potiru pa ostaje } h = 2v_0 t$$

Odarde je  $t = \frac{h}{2v_0} = \frac{80 \text{ m}}{2 * 40 \text{ m/s}} = 1 \text{ s}$

$$\text{Visina susreta je } h_1 = v_0 t - \frac{gt^2}{2} \quad h_1 = 40 * 1 \left[ \frac{\text{m}}{\text{s}} \right] - \frac{10 * 1^2}{2} \left[ \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right] = 35 \text{ m}$$

Brzine su  $v_1 = v_0 - gt \Rightarrow v_1 = 40 \text{ m/s} - 10 * 1 [\text{m/s}^2 * \text{s}] = \mathbf{30 \text{ m/s}}$ ;  $v_2 = \mathbf{50 \text{ m/s.}}$

uz zadatak 57

**58. Rešenje:**  $v_1 = 2 \text{ m/s}$ ;  $v_2 = 6 \text{ m/s}$ ;  $\Delta t = ?$ ;  $\Delta h = ?$

Može se odmah izračunati vreme slobodnog pada u oba slučaja:  $v_1 = gt_1 \Rightarrow t_1 = \frac{v_1}{g} = \frac{2 \text{ m/s}}{10 \text{ m/s}^2} = 0,2 \text{ s}$  takođe

$$t_2 = \frac{v_2}{g} = 0,6 \text{ s} \quad \text{Znači traženo vreme je } \Delta t = 0,6 \text{ s} - 0,2 \text{ s} = \mathbf{0,4 \text{ s}.}$$

Rastojanje između tačaka je  $\Delta h = h_2 - h_1$

$$h_1 = \frac{gt_1^2}{2} = \frac{10 \text{ m/s}^2 \cdot 0,2^2 \text{ s}^2}{2} = 0,2 \text{ m}; h_2 = \frac{gt_2^2}{2} = \frac{10 \text{ m/s}^2 \cdot 0,6^2 \text{ s}^2}{2} = 1,8 \text{ m.} \Rightarrow \Delta h = 1,6 \text{ m.}$$

**59. Rešenje:** Najveću visinu u odnosu na toranj izračunaćemo iz uslova da je u najvišoj tački brzina nula.  $v^2 = v_0^2 - 2gh$

$$h = 15 \text{ m}$$

$$v_0 = 20 \text{ m/s}$$

$$h_{\max} = ?$$

$$h_{\text{uk}} = ?$$

$$t_1 = ?$$

$$t_2 = ?$$

$$t_{\text{uk}} = ?$$

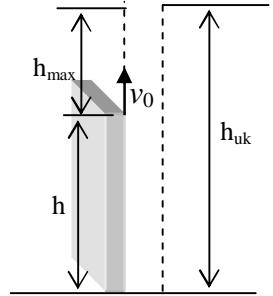
$$s_{\text{uk}} = ?$$

$$h_{\max} = \frac{v_0^2}{2g} = \frac{400 \text{ m}^2/\text{s}^2}{2 \cdot 10 \text{ m/s}^2} = 20 \text{ m} \quad \text{sa slike se vidi da je } h_{\text{uk}} = \mathbf{35 \text{ m}.}$$

$$Vreme do najviše tačke dobijamo iz istog uslova  $v = v_0 - gt$$$

$$\Rightarrow t_1 = \frac{v_0}{g} = \frac{20 \text{ m/s}}{10 \text{ m/s}^2} = 2 \text{ s} \quad \text{Da padne sa visine 35 m (na zemlju) treba}$$

$$h = \frac{gt^2}{2} \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 35 \text{ m}}{10 \text{ m/s}^2}} = 2,64 \text{ s} \quad t_{\text{uk}} = t_1 + t_2 = \mathbf{4,64 \text{ s}.}$$



uz zadatak 59

Ukupan put je  $s = h_{\max} + h_{\text{uk}} = 55 \text{ m}$ . A koliki je pomeraj? Odgovor: 15 m.

**60. Rešenje:** Ako ukupan put telo pređe za vreme  $t$  onda će prvu – polovinu preći za vreme  $t - 1$  možda je najjednostavnije podeliti jednačine, levu stranu i

levu, a desnu i desnu:

$$h = \frac{gt^2}{2}; \quad \frac{h}{2} = \frac{g(t-1)^2}{2}$$

$$\frac{\frac{h}{2}}{\frac{h}{2}} = \frac{\frac{gt^2}{2}}{\frac{g(t-1)^2}{2}} \Rightarrow 2 = \frac{t^2}{(t-1)^2} \quad \text{ili} \quad 2 = \left(\frac{t}{t-1}\right)^2 \Rightarrow \frac{t}{t-1} = \sqrt{2} = 1,41$$

$$\text{ili } t = 1,41(t-1) \Rightarrow t = \mathbf{3,46 \text{ s}} \quad \text{Visina sa koje je telo palo} \quad h = \frac{gt^2}{2} = 59,9 \text{ m}$$

**61. Rešenje:** Ako ukupan put pređe za vreme  $t$  onda će prethodne  $3/4$  preći za  $(t-3)$  sekunde.

$$h = \frac{gt^2}{2}; \quad \frac{3}{4}h = \frac{g(t-3)^2}{2} \quad \text{Opet podelimo jednačine:}$$

$$\frac{\frac{h}{4}}{\frac{3h}{4}} = \frac{\frac{gt^2}{2}}{\frac{g(t-3)^2}{2}} \Rightarrow \frac{4}{3} = \frac{t^2}{(t-3)^2} \quad \text{ili} \quad \frac{4}{3} = \left(\frac{t}{t-3}\right)^2 \quad \text{odavde je} \quad \frac{t}{t-3} = 1,15 \quad \Rightarrow t = 1,15(t-3) \Rightarrow t = \mathbf{23 \text{ s}.}$$

$$\text{Visina sa koje je palo:} \quad h = \frac{gt^2}{2} = 2645 \text{ m}$$

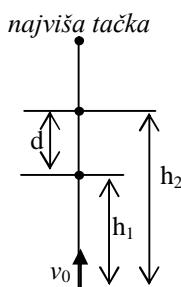
**62. Rešenje:**  $h = 25 \text{ m}$ ;  $t_1 = 4 \text{ s}$ ,  $v_0 = ?$

Od tačke B do najviše tačke treba 2 s, takođe i nazad do tačke B treba 2 s. Znači od najviše tačke do tačke B telo pređe  $h_1 = \frac{gt^2}{2} = \frac{10 \cdot 2^2}{2} \left[ \frac{m}{s^2} s^2 \right] = 20 \text{ m}$ . Znači ukupna visina je  $h_{\text{uk}} = 25 \text{ m} + 20 \text{ m} = 45 \text{ m}$ .

$$\text{Brzina slobodnog pada je } v^2 = 2gh$$

$$v = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \cdot 10 \text{ m/s}^2 \cdot 45 \text{ m}} = 30 \text{ m/s}.$$

**63. Rešenje:** Neka su  $h_1$  i  $h_2$  visine pomenutih tačaka. Opet koristimo svojstvo da je kretanje simetrično:  $v_{\text{odozdo}} = v_{\text{odozgo}}$



$$\text{za kretanje odozdo nemamo vreme pa čemo upotrebiti izraz} \\ v = \sqrt{v_0^2 - 2gh}$$

od najviše tačke do posmatrane telo se kreće  $t/2$

$$\text{pa upotrebljavamo izraz } v = g \frac{t}{2}$$

znači za označene tačke biće:

$$\sqrt{v_0^2 - 2gh_1} = g \frac{t_1}{2} \quad (\text{donja}) \quad \Rightarrow v_0^2 - 2gh_1 = g^2 \frac{t_1^2}{4}$$

(ako podignemo na kvadrat obe strane jednačine, koren se uništava.)

$$\sqrt{v_0^2 - 2gh_2} = g \frac{t_2}{2} \quad (\text{gornja}) \quad v_0^2 - 2gh_2 = g^2 \frac{t_2^2}{4}$$

Iz obe jednačine izračunamo  $v_0^2$  i izjednačimo:  $2gh_1 + g^2 \frac{t_1^2}{4} = 2gh_2 + g^2 \frac{t_2^2}{4}$  ako grupišemo članove i izdvojimo zajednički činilac, dobijao:  $\frac{g^2}{4}(t_1^2 - t_2^2) = 2g(h_2 - h_1)$  jedno g se skrati pa dobijamo konačan rezultat:  $g = \frac{8d}{t_1^2 - t_2^2}$ .

Ovaj zadatak donosi neke nove matematičke metode, ali za mlade specijalce ovo ne bi trebalo da predstavlja problem!

**64. Rešenje:**  $t_1 = 3 \text{ s}$ ;  $v_0 = 20 \text{ m/s}$ ;  $t = ?$

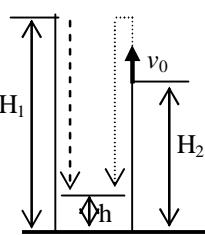
Susret je jedino moguć ako je prvo telo došlo do najviše tačke i pada nazad. Pošto se sudaraju nalaze se na istoj visini, tj. isto su udaljeni od početne tačke ili **imaju isti pomeraj!**

$$h_1 = v_0 t - \frac{gt^2}{2} \text{ drugo telo je krenulo } 3 \text{ s kasnije: } h_2 = v_0(t-3) - \frac{g(t-3)^2}{2} \text{ znači } h_1 = h_2$$

$$v_0 t - \frac{gt^2}{2} = v_0(t-3) - \frac{g(t-3)^2}{2} \Rightarrow v_0 t - \frac{gt^2}{2} = v_0 t - 3v_0 - \frac{g(t^2 - 6t + 9)}{2} \text{ ako celu jednačinu pomnožimo sa } 2 \Rightarrow 2v_0 t - gt^2 = 2v_0 t - 6v_0 - g(t^2 - 6t + 9) \Rightarrow 2v_0 t - gt^2 = 2v_0 t - 3v_0 - gt^2 + 6gt - 9g \text{ isti članovi na suprotnim stranama jednačina se potiru pa ostaje } 0 = -6v_0 + 6gt - 9g \text{ odavde je lako (lako za specijalce!) izračunati vreme } t = \frac{6v_0 + 9g}{6g} = 3,5 \text{ s.}$$

**65. Rešenje:** Ako su se sustigli znači da je  $h_1 = h_2$ . Ipak treba skicirati položaj tela.

$$H_1 = 10 \text{ m} \\ H_2 = 8 \text{ m} \\ h = 1 \text{ m} \\ v_0 = ?$$



$$h_1 = H_1 - \frac{gt^2}{2} \quad h_2 = H_2 + v_0 t - \frac{gt^2}{2} \text{ ako izjednačimo visine kvadratni član}$$

$$\text{se skrati i preostaje } v_0 = \frac{H_1 - H_2}{t} \text{ Vreme čemo izračunati iz prve relacije}$$

$$h = H_1 - \frac{gt^2}{2}$$

$$t = \sqrt{\frac{2(H_1 - h)}{g}} = \sqrt{\frac{2(10-1)m}{10 \text{ m/s}^2}} = 1,34 \text{ s} \Rightarrow v_0 = 1,5 \text{ m/s.}$$

**66. Rešenje:**  $v_0 = 24 \text{ m/s}$ ;  $t = 4 \text{ s}$ ;  $s = ?$

Oprez! Prvo proveriti gde se telo nalazi. Sa ovom početnom brzinom do najviše tačke mu treba

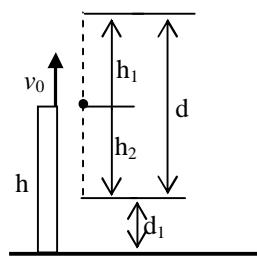
$$t_p = \frac{v_0}{g} = 2,4 \text{ s}$$

Znači, vraća se i već slobodno pada 1,6 s. Dostignuta maksimalna visina je  $h_{\max} = \frac{v_0^2}{2g} = \frac{576 \text{ m}^2/\text{s}^2}{2 * 10 \text{ m/s}^2} = 28,8 \text{ m}$ .

U slobodnom padu pređe  $h = \frac{gt^2}{2} = \frac{10 \text{ m/s}^2 * 1,6^2 \text{ s}^2}{2} = 12,8 \text{ m}$ . ukupno je  $s = h_{\max} + h = 41,6 \text{ m}$

brzina je  $v = v_0 - gt$ ,  $v = 24 \text{ m/s} - 10 \text{ m/s}^2 * 4 \text{ s} = -16 \text{ m/s}$ ;  $h_{\text{konačno}} = h_{\max} - h = 16 \text{ m}$ ; ili  $h = v_0 t - \frac{gt^2}{2} = 16 \text{ m}$ .

**67. Rešenje:**  $h = 100 \text{ m}$ ;  $v_0 = 10 \text{ m/s}$ ;  $t_1 = 2,5 \text{ s}$ ;  $d = ?$ ;  $d_1 = ?$



prvo telo se kreće uvis:  $h_1 = v_0 t - \frac{gt^2}{2}$

drugo telo slobodno pada  $h_2 = \frac{gt^2}{2}$

do zemlje je ostalo:  $d_1 = h - h_2$ ,  $d_1 = h - \frac{gt^2}{2} = 100 \text{ m} - \frac{10 \text{ m/s}^2 * 2,5^2 \text{ s}^2}{2} = 68,75 \text{ m}$ .

rastojanje između njih je:

$$\mathbf{d} = \mathbf{h}_1 + \mathbf{h}_2$$

$$\text{ili } d = v_0 t$$

$$d = 10 \text{ m/s} * 2,5 \text{ s} = 25 \text{ m}$$

Treba obratiti pažnju na ovakav način rešavanja. Bez obzira što prvo telo dostiže maksimum i vraća se nazad formula važi!

Razlog: formula za visinu daje pomeraj!

**68. Rešenje:**  $v_0 = 5 \text{ m/s}$ ;  $t = 5 \text{ s}$ ;  $t_x = ?$

Novo je da iz vremena padanja tela možemo izračunati visinu tornja:  $h_t = v_0 t + \frac{gt^2}{2}$

$$h_t = 5 \text{ m/s} * 5 \text{ s} + \frac{10 \text{ m/s}^2 * 25 \text{ s}^2}{2} = 150 \text{ m}. \text{ Desetina iznosi } 15 \text{ m.}$$

Rastojanje između tela je  $d = h_1 + h_2$  gde je  $h_1 = v_0 t - \frac{gt^2}{2}$  kad ide naviše,  $h_2 = v_0 t + \frac{gt^2}{2}$  naniže.

$$\text{Zbir iznosi } d = 2v_0 t \Rightarrow t = \frac{d}{2v_0} = \frac{15 \text{ m}}{2 * 5 \text{ m/s}} = 1,5 \text{ s}$$

**69. Rešenje:**  $h = 245 \text{ m}$ ;  $h_1 = ?$ ;  $h_2 = ?$ ;  $h_3 = ?$

Ukupno vreme kretanja je  $h = \frac{gt^2}{2} \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{2 * 180 \text{ m}}{10 \text{ m/s}^2}} = 6 \text{ s}$ . Znači vremenski interval je 2 s.

Prvi deo iznosi  $h_1 = \frac{gt^2}{2} = \frac{10 \text{ m/s}^2 * 4 \text{ s}^2}{2} = 20 \text{ m}$  Dva dela pređe za 4 s.  $h_1 + h_2 = \frac{10 \text{ m/s}^2 * 16 \text{ s}^2}{2} = 80 \text{ m}$ .

Drugi deo iznosi  $h_2 = 60 \text{ m}$ . Za treći deo preostaje  $h_3 = 180 - 80 = 100 \text{ m}$ .

**70. Rešenje:**  $v_0 = 2 \text{ m/s}$ ;  $t = 3 \text{ s}$ ;  $t_{\text{zvuka}} = ?$

Možemo odmah izračunati dubinu bunara i brzinu kojom kamen udari u dno:

$$h = v_0 t + \frac{gt^2}{2} = 2 \text{ m/s} * 3 \text{ s} + \frac{10 \text{ m/s}^2 * 9 \text{ s}^2}{2} = 51 \text{ m.}$$

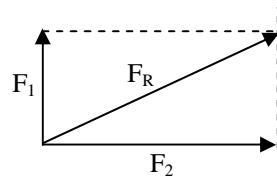
$$v = v_0 + gt = 2 \text{ m/s} + 10 \text{ m/s}^2 * 3 \text{ s} = 32 \text{ m/s.}$$

brzina zvuka je  $v_{\text{zv}} = 10,5 * 32 \text{ m/s} = 336 \text{ m/s}$   
vreme kretanja zvuka je

$$t_{\text{zv}} = \frac{h}{v_{\text{zv}}} = \frac{51 \text{ m}}{336 \text{ m/s}} = 0,15 \text{ s}$$

## 1.5. Slaganje i razlaganje vektora

**71.** Rešenje:  $F_1 = 12 \text{ N}$ ;  $F_2 = 9 \text{ N}$ ;  $\alpha = 90^\circ$ ;  $F_R = ?$

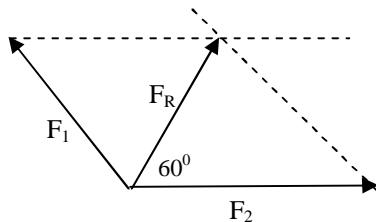


Primenićemo Pitagorinu teoremu

$$F_R^2 = F_1^2 + F_2^2 \Rightarrow F_R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2} \quad F_R = \sqrt{144 \text{ N}^2 + 81 \text{ N}^2} = 15 \text{ N}.$$

**72.** Rešenje:  $F_1 = F_2 = 10 \text{ N}$ ;  $F_R = ?$

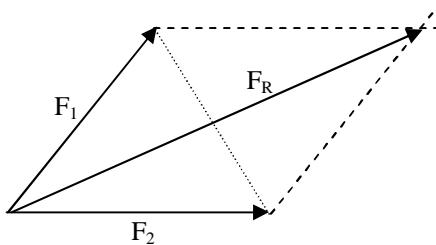
a)  $\alpha = 120^\circ$



Dobili smo romb! dijagonala romba je ujedno i simetrala ugla, pa dobijamo dva jednakostranična trougla. Rezultanta iznosi:

$$F_R = F_1 = F_2 = 10 \text{ N}.$$

b)  $\alpha = 60^\circ$

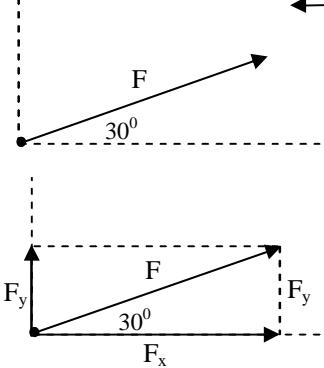


Opet smo dobili romb! Ako povučemo kraću dijagonalu dobijamo dva jednakostranična trougla, tako da se vidi da rezultanta predstavlja dve visine:

$$F_R = 10\sqrt{3} \text{ N}$$

**73.**

Rešenje: a)  $\alpha = 30^\circ$

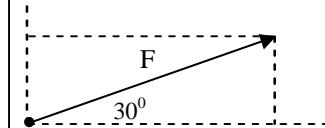


Prvo povučemo dve uzajamno normalne poluprave iz napadne tačke sile (malo duže, kao mi ne znamo dokle će trebati); pod zadatim uslovom  $30^\circ$ . Zatim iz vrha vektora sile spuštamo paralelu sa jednom polupravom na drugu polupravu.

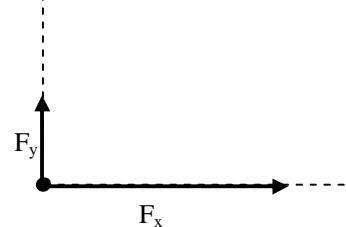
Vidimo da smo dobili polovicu jednakostraničnog trougla pa je

$$F_y = \frac{F}{2} = 5 \text{ N}; \quad F_x = \frac{F\sqrt{3}}{2} = 5\sqrt{3} \text{ N}$$

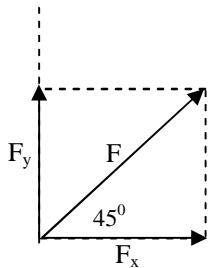
Odsečci na polupravama čine komponente i treba ih podebljati



Ove dve komponente u potpunosti zamenjuju datu silu i može se nacrtati  $\Rightarrow$



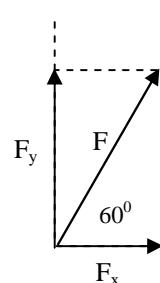
Prethodni postupak ponovimo sa novim uglom: b)  $\alpha = 45^\circ$



Komponente su stranice kvadrata:

$$F_x = F_y = \frac{F\sqrt{2}}{2} = 5\sqrt{2} \text{ N}$$

c)  $\alpha = 60^\circ$



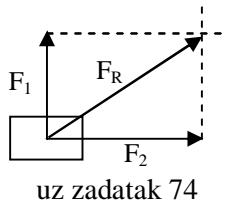
Opet polovina jednakostraničnog trougla:

$$F_x = \frac{F}{2} = 5 \text{ N}$$

$$F_y = \frac{F\sqrt{3}}{2} = 5\sqrt{3} \text{ N}$$

### 1.6. Drugi Njutnov zakon i rezultujuća sila. Sila trenja

**74. Rešenje:** Treba prvo izračunati rezultantu:



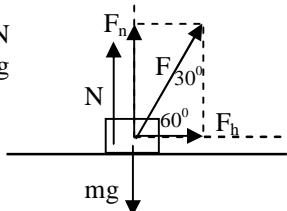
$$F_R^2 = F_1^2 + F_2^2 \Rightarrow F_R^2 = 9 \text{ N}^2 + 16 \text{ N}^2 \Rightarrow F_R = 5 \text{ N} \text{ (Egipatski trougao!)}$$

$$a = \frac{F_R}{m} = \frac{5 \text{ N}}{5 \text{ kg}} = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

uz zadatak 74

**75. Rešenje:** Neophodno je naći silu koja deluje u smeru kretanja. To znači da silu treba razložiti. Nacrtaćemo i sve sile koje deluju na telo, a to su još sila Zemljine teže i sila otpora podlove.

$$\begin{aligned} F &= 100 \text{ N} \\ m &= 10 \text{ kg} \\ \alpha &= 60^\circ \\ a &=? \\ N &=? \end{aligned}$$



$$\text{Horizontalna komponenta iznosi } F_h = \frac{F}{2} = 50 \text{ N}$$

$$\text{Vertikalna komponenta iznosi } F_n = \frac{F\sqrt{3}}{2} = 50\sqrt{3} = 86,6 \text{ N}$$

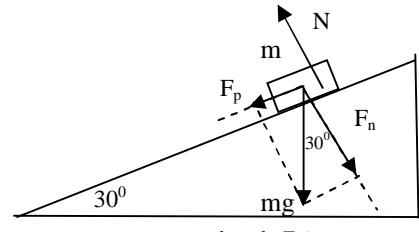
Na ubrzanje tela utiče samo horizontalna komponenta jer jedino u tom pravcu telo može da se kreće.  $a = \frac{F_h}{m} = \frac{50 \text{ N}}{10 \text{ kg}} = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

Duž vertikale telo se ne kreće pa je zbir sile nula.  $N + F_n - mg = 0 \Rightarrow N = mg - F_n$   
 $N = 10 \text{ kg} \cdot 10 \text{ m/s}^2 - 86,6 \text{ N} = 13,4 \text{ N}$ .

**76. Rešenje:** Na pločicu deluje sila Zemljine teže  $mg$  i reakcija podlove. Pločica može da se kreće duž strme ravni, znači u tom pravcu treba razložiti silu teže. Tu komponentu zovemo paralelna  $F_p$ ; druga komponenta je normalna na podlogu  $F_n$ .

Komponente sile teže su (opet imamo polovinu jednakostaničnog trougla)

$$F_p = \frac{mg}{2}, F_n = \frac{mg\sqrt{3}}{2} \text{ Jednačina kretanja je } ma = F_p \text{ ili } ma = \frac{mg}{2} \text{ odavde}$$



$$\text{je } a = \frac{g}{2} \text{ Duž normale na strmu ravan telo se na kreće pa je } N = F_n$$

$$\Rightarrow N = \frac{mg\sqrt{3}}{2} \text{ Ovo je sila kojom podloga deluje na telo, a po zakonu akcije i reakcije sila kojom telo pritiska podlogu.}$$

**77. Rešenje:**  $m = 10 \text{ kg}; a = 0,5 \text{ m/s}^2; F = ?$

Nacrtaćemo kompletну sliku. Na telo sem sile  $F$  deluje i sila Zemljine teže.

Drugi Njutnov zakon primenjujemo u obliku:

$$ma = F_{\text{rez}}$$

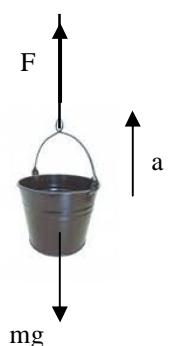
$$ma = F - mg \Rightarrow F = mg + ma$$

$$F = 10 \text{ kg} \cdot 10 \text{ m/s}^2 + 10 \text{ kg} \cdot 0,5 \text{ m/s}^2 \Rightarrow F = 105 \text{ N.}$$

Ako se kofa izvlači ravnometerno tada je  $\mathbf{a} = \mathbf{0}$ . Znači  $F = mg \Rightarrow F = 100 \text{ N.}$

Zapazite da je u slučaju ubrzanog kretanja težina tela veća nego u slučaju ravnometernog kretanja!

(Setite se definicije: Težina je sila kojom telo zateže konac o koji je okačeno ...)



uz zadatak 77

**78. Rešenje:**  $m = 10 \text{ kg}$ ;  $a = 0,5 \text{ m/s}^2$ ;  $F = ?$ 

Opet ćemo nacrtati sliku i primeniti Drugi Njutnov zakon:

$$ma = F_{\text{rez}} \Rightarrow ma = mg - F \quad (\text{sada prvo pišemo } mg \text{ jer je ubrzanje usmereno u tom smeru})$$

$$F = mg - ma = 95 \text{ N}. \text{ Težina je sad smanjena!}$$

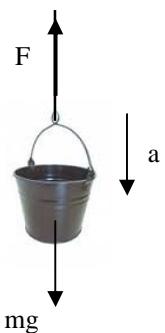
Ako čovek ispusti kofu ona će biti u slobodnom padu  $a = g$ . Težina će biti:

$$F = mg - mg = 0.$$

Ovo se zove **bestežinsko stanje**. Ako je telo u slobodnom padu nalazi se u bestežinskom stanju – nema podlove, nema konopca o koji je okačeno – pa nema težine!

Promenu težine možete osetiti u liftovima ako se vozite gore – dole.

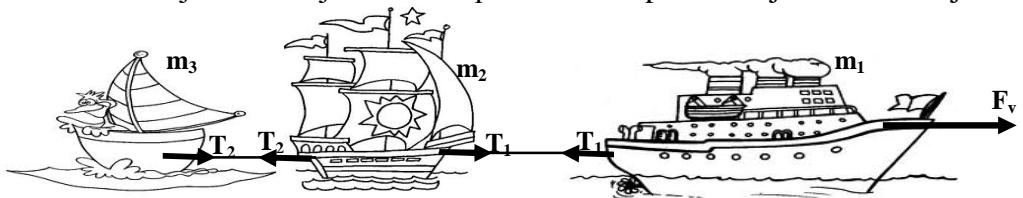
Kasnije ćemo uraditi koji primer na tu temu.

**79. Rešenje:**  $m_1 = 5000 \text{ kg}$ ;  $m_2 = 5000 \text{ kg}$ ;  $m_3 = 10000 \text{ kg}$ ;  $F_v = 10000 \text{ N}$ ;  $a = ?$ ;  $T_1 = ?$ ;  $T_2 = ?$ 

Uvek moramo imati na umu rečenicu: **analiziramo sile koje deluju na svako telo!**

Na brod deluje vučna sila ali i sila zatezanja lanca kojim vuče šlepove. I na šlepove deluju sile zatezanja lanaca. Napr. u prvom

lancu je sila zatezanja  $T_1$  i na brod i na šlep (isti lanac ista sila) a u drugom  $T_2$ . Ako to nacrtamo izgledaće ovako:



uz zadatak 79

Drugi Njutnov zakon primenjujemo u obliku:

$$ma = F_{\text{rez}} \Rightarrow$$

Ako sve ove jednačine saberemo, leve strane sa levim stranama, a desne sa desnim, dobijamo

$$\begin{aligned} m_1a &= F_v - T_1 \\ m_2a &= T_1 - T_2 \\ m_3a &= T_2 \end{aligned}$$

$$m_1a + m_2a + m_3a = F_v \quad (\text{sile zatezanja se potiru}) \Rightarrow a(m_1 + m_2 + m_3) = F_v$$

$$a = \frac{F_v}{m_1 + m_2 + m_3} = \frac{10000N}{20000kg} = 0,5 \frac{m}{s^2}. \text{ Dalje je } T_1 = F_v - m_1a = 10000 \text{ N} - 5000 \text{ kg} * 0,5 \text{ m/s}^2 = 7500 \text{ N}.$$

$$T_2 = m_3a = 10000 \text{ kg} * 0,5 \text{ m/s}^2 = 5000 \text{ N}.$$

Treba napomenuti da smo ubrzanje povorke mogli **da nađemo odmah** razmišljajući da sistem

posmatramo kao celinu: jedina spoljašnja koja deluje na sistem je  $F_v$ , a ukupna masa sistema je zbir svih masa. Znači odmah:

$$a = \frac{F_v}{m_1 + m_2 + m_3} = \frac{10000N}{20000kg} = 0,5 \frac{m}{s^2}.$$

Zašto je rečeno da su **lanci neistegljivi?**  
Zato što je tek tada ubrzanje svakog člana povorke isto!

Ova prepostavka će biti i u ostalim zadacima.

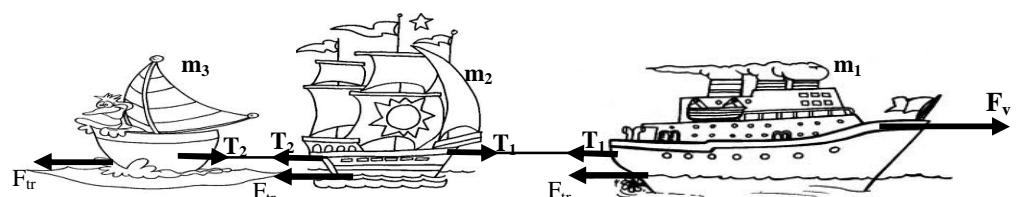
**80. Rešenje:** Na slici treba dodati još sile trenja. Sila trenja je usmerena suprotno od smera kretanja,

Opet izgovorimo rečenicu:  
**analiziramo sile koje deluju na svako telo!**

$$m_1a = F_v - T_1 - F_{\text{tr}}$$

$$m_2a = T_1 - T_2 - F_{\text{tr}}$$

$$m_3a = T_2 - F_{\text{tr}}$$



sila trenja koči telo.

Ako opet saberemo jednačine dobijamo:  $m_1a + m_2a + m_3a = F_v - 3F_{\text{tr}}$  ili  $a(m_1 + m_2 + m_3) = F_v - 3F_{\text{tr}}$

$$a = \frac{F_v - 3F_{\text{tr}}}{m_1 + m_2 + m_3} = \frac{1000N}{20000kg} = 0,05 \frac{m}{s^2}. \text{ Sile zatezanja su } T_1 = F_v - m_1a - F_{\text{tr}} =$$

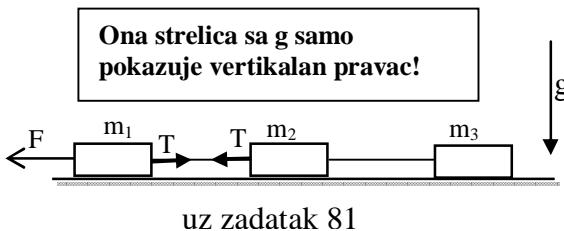
$$10000 \text{ N} - 5000 \text{ kg} * 0,05 \text{ m/s}^2 - 3000 \text{ N} = 6750 \text{ N}; T_2 = m_3a + F_{\text{tr}} = 3500 \text{ N}.$$

**81. Rešenje:**  $m_1 = 1 \text{ kg}$ ;  $m_2 = 0,5 \text{ kg}$ ;  $m_3 = 2 \text{ kg}$ ;  $F = 10 \text{ N}$ ;  $T = ?$

Prva mera je: **analiziramo sile koje deluju na svako telo!** (čarobna rečenica) Zbog neistegljivosti kanapa ubrzanje svih tela je isto.

Posmatramo sistem kao celinu:

$$a = \frac{F}{m_1 + m_2 + m_3} = \frac{10 \text{ N}}{3,5 \text{ kg}} = 2,86 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$



Sada je dovoljno nacrtati samo prvu silu zatezanja. Druga se ne traži.

Dруги Нјутнов закон за прво тело гласи  $ma = F_{\text{rez}} \Rightarrow m_1 a = F - T_1 \Rightarrow T_1 = F - m_1 a \Rightarrow T_1 = 10 \text{ N} - 1 \text{ kg} * 2,86 \text{ m/s}^2 = 7,14 \text{ N}$ .

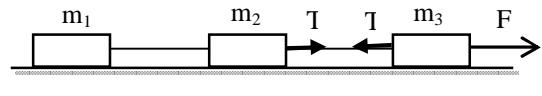
**U drugom slučaju** ubrzanje je isto (ista sila, ista ukupna masa)

$$a = 2,86 \text{ m/s}^2$$

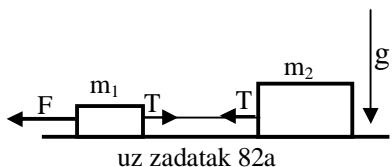
$$m_3 a = F - T \Rightarrow T = F - m_3 a$$

$$T = 10 \text{ N} - 2 \text{ kg} * 2,86 \text{ m/s}^2 = 4,28 \text{ N}$$

Sila nije ista jer тело  $m_3$  nema istu masu као  $m_1$ .



**82. Rešenje:**  $m_1 = 50 \text{ g}$ ;  $m_2 = 100 \text{ g}$ ;  $T_{\max} = 5 \text{ N}$ ;  $F = ?$



Sad, систем као целина ( $m_1 + m_2$ ) $a = F$

$$F = 50 \text{ m/s}^2 * 0,15 \text{ kg} = 7,5 \text{ N}$$

Ovo је највећа дозвољена сила.

Значи решење је  $F \leq 7,5 \text{ N}$

Ako је конак неистеглив значи да су убрзанја иста, ако је конак без мase значи да су сile zatezanja iste.

Najbolje је поставити други Нјутнов закон за друго тело јер сад зnamо силу zatezanja:  $a = T_{\max}/m_2 = 50 \text{ m/s}^2$

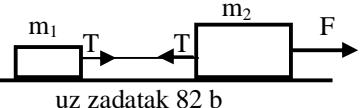
2) Sad сила zatezanja deluje на тело  $m_1$  па ће убрзанje бити:

$$a = \frac{T_{\max}}{m_1} = \frac{5 \text{ N}}{0,05 \text{ kg}} = 100 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Други случај ипак захтева poseban crtež radi objašnjenja

$$\text{Оpet систем као целина } F = (m_1 + m_2)a = 0,15 \text{ kg} * 100 \text{ m/s}^2 \Rightarrow F = 15 \text{ N.}$$

Решење је  $F \leq 15 \text{ N}$ .



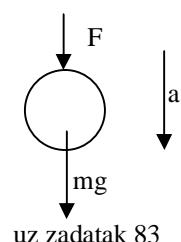
**83. Rešenje:**  $m = 600 \text{ g}$ ;  $a = 15 \text{ m/s}^2$ ;  $F = ?$

Dato убрзанje је веће од убрзанja слободног пада. Значи сили Земљине теже треба мало помоći.

$$ma = F_{\text{rez}}$$

$$ma = mg + F \Rightarrow F = ma - mg \Rightarrow F = m(a - g)$$

$$F = 0,6 \text{ kg} * (15 - 10) \text{ m/s}^2 = 3 \text{ N.}$$



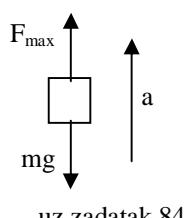
**84. Rešenje:**  $m = 2 \text{ kg}$ ;  $F_{\max} = 22 \text{ N}$ ;  $h = 30 \text{ cm}$ ;  $t = ?$

Сила Земљине теже која делује на тело износи  $mg = 2 \text{ kg} * 10 \text{ m/s}^2 = 20 \text{ N}$ . Значи канап може да izdrži teg ako on miruje (ili se kreće ravnomerno). Ако се тело kreće убрзано uvis težina му се povećava (setite se kofe za vodu):

$$ma = F_{\text{rez}} \Rightarrow ma = F_{\max} - mg \Rightarrow a = \frac{F_{\max} - mg}{m} = \frac{22 \text{ N} - 20 \text{ N}}{2 \text{ kg}} = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

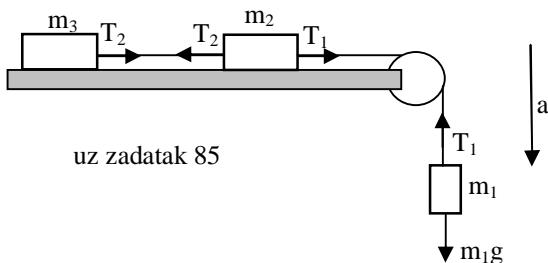
Значи највише овогим убрзаниjem сме да се kreće тело. Pređeni put ruke је  $0,3 \text{ m}$ , па

$$\text{vreme можемо izračunati: } h = \frac{at^2}{2} \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2h}{a}} = \sqrt{\frac{2 * 0,30 \text{ m}}{1 \text{ m/s}^2}} = 0,77 \text{ s.}$$



**85. Rešenje:**  $m_1 = 1 \text{ kg}$ ;  $m_2 = 2 \text{ kg}$ ;  $m_3 = 2 \text{ kg}$ ;  $a = ?$ ;  $T = ?$

Jedina sila koja pokreće sistem je sila Zemljine teže  $m_1g$ .



Napisaćemo Drugi Njutnov zakon za svako telo:

$$m_1a = m_1g - T_1$$

$$m_2a = T_1 - T_2$$

$$m_3a = T_2$$

Ovo je već viđeno. Saberemo jednačine:

$$a(m_1 + m_2 + m_3) = m_1g$$

$$a = \frac{m_1g}{m_1 + m_2 + m_3} = \frac{1\text{kg} * 10\text{m/s}^2}{5\text{kg}} = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

sile zatezanja su.

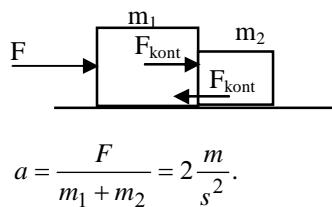
$$T_1 = m_1g - m_1a = 8\text{N}$$

$$T_2 = m_3a = 4 \text{ N.}$$

**86. Rešenje:**  $m_1 = 5\text{kg}$ ;  $m_2 = 3 \text{ kg}$ ;  $F = 16 \text{ N}$ ;  $F_{\text{kont}} = ?$

Prvo telo deluje na drugo silom  $F_{\text{kont}}$ , a i drugo deluje na prvo istom tolikom silom (po zakonu akcije i reakcije)

Ako posmatramo sistem kao celinu, rezultujuća sila koja deluje na sistem je  $F$ , a ukupna masa  $m_1 + m_2$

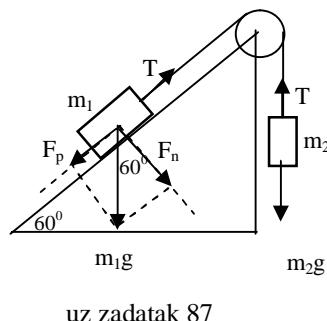


$$a = \frac{F}{m_1 + m_2} = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

Na drugo telo deluje samo  $F_{\text{kont}}$ :

$$F_{\text{kont}} = m_2a = 3\text{kg} * 2\text{m/s}^2 = 6 \text{ N.}$$

**87. Rešenje:**  $m_1 = 2 \text{ kg}$ ;  $m_2 = 3 \text{ kg}$ ; ugao je  $60^\circ$   $a = ?$ ;  $T = ?$  Kao prvo treba razložiti  $m_1g$



Prvo geometrija:  
Koristimo osobine jednakostraničnog trougla:

$$F_p = \frac{m_1g\sqrt{3}}{2} = 17,3\text{N}$$

$$F_n = \frac{m_1g}{2} = 10\text{N}$$

Postavljamo drugi Njutnov zakon za svako telo:  
 $m_2a = m_2g - T$   
 $m_1a = T - F_p$   
ako saberemo jednačine:

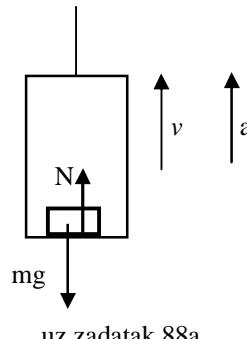
$$a = \frac{m_2g - F_p}{m_1 + m_2} = 2,54 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Silu zatezanja nalazimo kao:  
 $T = m_2g - m_2a$   
 $T = 22,4 \text{ N.}$

**88. Rešenje:** Treba se opet podsetiti definicije težine: **Težina tela je sila kojom telo pritiska podlogu ili zateže konac o koji je okačeno.**

Sila kojom telo pritiska podlogu jednaka je otporu podloge (Treći Njutnov zakon). Znači, treba odrediti otpor podloge. Zato ćemo nacrtati sve sile koje deluju na telo. To su sila zemljine teže **mg** i otpor podloge **N**. Zapazite da je raspored tih sila u svim slučajevima isti („paket aranžman“). Ono što se menja je smer ubrzanja, brzina je nacrtana samo da bi bili sigurniji u kom smeru treba nacrtati ubrzanje.

a)  $ma = F_{\text{rez}}$   
 $ma = N - mg$  (prvo se piše sila u smeru ubrzanja)  
 $N = mg + ma$   
 $N = m(g + a)$   
 $N = 2\text{kg}(10 + 5)\text{m/s}^2$   
 $N = 2\text{kg} * 15 \text{ m/s}^2$   
**N = 30 N = težina!**

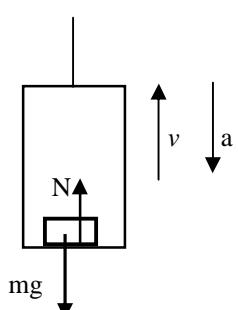


b)  $ma = F_{\text{rez}} \Rightarrow ma = mg - N$

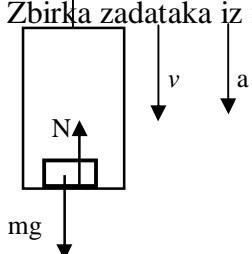
$$N = mg - ma = m(g - a)$$

$$N = 2\text{kg} * 5\text{m/s}^2 = 10 \text{ N}$$

Ove rezultate možemo da tumačimo i ovako: lift miruje a mi se nalazimo na nekoj drugoj planeti! (Čije je ubrzanje slobodnog pada  $15\text{m/s}^2$  tj.  $5\text{m/s}^2$ ) Uostalom, lift nema prozore i na možete da virite napolje! (Pa niste sigurni šta se dešava)

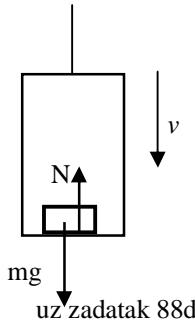


c)  $ma = F_{\text{rez}}$   
 $ma = mg - N$   
 $N = mg - ma$   
 **$N = 10 \text{ N}$**



uz zadatak 88c

d)  $ma = F_{\text{rez}}$   
 $ma = N - mg$   
 $N = mg + ma$   
 **$N = 30 \text{ N}$**



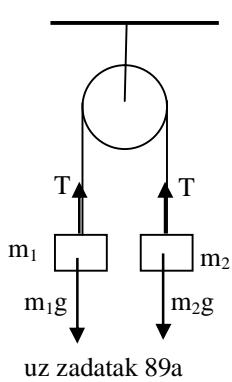
e) sada je  $a = 0!$   $\Rightarrow 0 = N - mg \Rightarrow$

$N = mg \Rightarrow N = 20 \text{ N}$

Najzad je težina jednaka sili Zemljine teže!

f) Ako se uže prekine, lift slobodno pada ubrzanjem  $g$  naniže (kao slučaj pod c))  $N = mg - mg = 0$  **bestežinsko stanje!**

**89. Rešenje:**  $m_1 = 2 \text{ kg}$ ;  $m_2 = 3 \text{ kg}$ ;  $a = ?$ ;  $T = ?$



uz zadatak 89a

a) Treba nacrtati sve sile koje deluju u sistemu.

$T = m_2 g - m_2 a = 24 \text{ N}$ .

Tegovi će se kretati u smjeru padanja većeg tega tj.  $m_2$ :

$m_2 a = m_2 g - T$

$m_1 a = T - m_1 g$  (prvo se piše  $T$  jer  $m_1$  ide uvis)

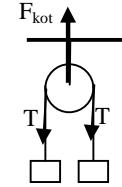
Ako saberemo jednačine  $T$  se potire

$m_1 a + m_2 a = m_2 g - m_1 g$

$a(m_1 + m_2) = g(m_2 - m_1)$

$a = \frac{g(m_2 - m_1)}{m_1 + m_2} = 2 \frac{m}{s^2}$

b) Od kotura polaze dva konca, u svakom deluje sila  $T$ , pa je  $F_{\text{kot}} = 2T = 48 \text{ N}$



uz zadatak 89b

c) Ovde treba primetiti da se oba tega kreću, tako da je dovoljno da pređu po 5 cm da bi bili udaljeni 10 cm!

$$s = \frac{at^2}{2} \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2s}{a}} = \sqrt{\frac{2 * 0,05 \text{ m}}{2 \text{ m/s}^2}} = 0,22 \text{ s}$$

**90. Rešenje:**  $T_{\max} = 10 \text{ N}$ ;  $F_{\max} = ?$

Treba proceniti u kom kanapu deluje veća sila, taj će prvi da pukne.

Za sistem kao celinu važi:  $F = 6ma$

Za prvo telo važi:  $ma = F - T_1$  ili  $T_1 = F - ma \Rightarrow T_1 = 5ma$

Za drugo telo važi  $2ma = T_1 - T_2$  odakle je  $T_2 = 3ma$ .

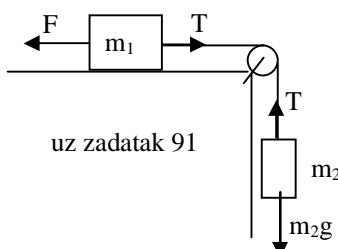
Znači prvi bi pukao prvi kanap i maksimalna sila u njemu je  $T_1 = 10 \text{ N}$ . Znači da je  $ma = 2N$ . Konačno je  $F = 6ma = 12 \text{ N}$ .

(Pokušajte da izračunate kolikom silom smemo vući sistem ako bi sila delovala na telo 3m? –Rez.: 20 N.)

**91. Rešenje:**  $m_1 = 500 \text{ g}$ ;  $m_2 = 1 \text{ kg}$ ;  $F = 15 \text{ N}$ ;  $s = 0,2 \text{ m}$ ;  $T = ?$ ;  $v_{sr} = ?$

Izračunaćemo ubrzanje sistema:

$$\begin{aligned} m_1 a &= F - T \\ m_2 a &= T - m_2 g \\ \text{saberemo jednačine} \\ a(m_1 + m_2) &= F - m_2 g \\ a &= \frac{F - m_2 g}{m_1 + m_2} = 3,33 \frac{m}{s^2} \end{aligned}$$



uz zadatak 91

Iz prve jednačine:  $T = F - m_1 a = 13,33 \text{ N}$

Krajnja brzina tela posle 0,2 m može se izračunati

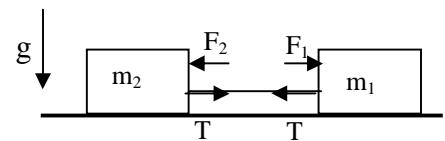
$$(\text{nemamo vreme}) \quad v^2 = 2as \Rightarrow v = \sqrt{2as} = 0,15 \text{ m/s}$$

srednja brzina je

$$v_{sr} = \frac{v_0 + v}{2} = \frac{0 + 0,15 \text{ m}}{2} = 0,075 \text{ m/s}$$

**92. Rešenje:**  $m_1 = 4 \text{ kg}$ ;  $m_2 = 6 \text{ kg}$ ;  $F_1 = 30 \text{ N}$ ;  $F_2 = 10 \text{ N}$ ;  $v_0 = 0$ ;  $T = ?$ ;  $\Delta s_8 = ?$

Na postojeću sliku treba samo dočrtati sile zatezanja. Sistem će se kretati u smjeru sile  $F_1$ .



uz zadatak 92

$$m_1 a = F_1 - T \Rightarrow a = \frac{F_1 - F_2}{m_1 + m_2} = 2 \frac{m}{s^2}.$$

$m_2 a = T - F_2$  Sila zatezanja je  $T = F_1 - m_1$  odavde je  $\mathbf{T} = 22 \text{ N}$ .

$$a(m_1 + m_2) = F_1 - F_2$$

Put u toku osme sekunde dobijamo kad od puta za 8s oduzmememo put za 7 s.

$$\Delta s_8 = s_8 - s_7 \Rightarrow \Delta s_8 = \frac{at_8^2}{2} - \frac{at_7^2}{2} \Rightarrow \Delta s_8 = 15 \text{ m}.$$

**93. Rešenje:**  $F_1 = 20 \text{ N}$ ;  $t_1 = 10 \text{ s}$ ;  $\Delta F = 5 \text{ N}$ ;  $t_2 = 35 \text{ s}$ ;  $v = 0$ ;  $F_2 = ?$

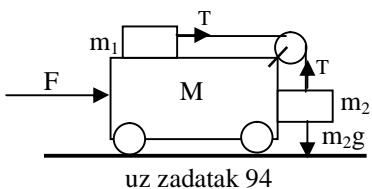
Podeličemo zadatak po etapama. Telo će krenuti ubrzanjem  $a = \frac{F_1}{m}$ . Telo postiže brzinu  $v = at_1$

To će biti početna brzina za drugi deo puta. Da doskočimo autoru zadatka, zamenićemo brojne vrednosti koje imamo (mada je to protiv pravila):

$$v_0 = \frac{F_1}{m} t_1 = \frac{20N}{m} 10s = \frac{200}{m}. \text{ Po uslovu zadatka telo treba da se zaustavi za daljih } 25 \text{ s (35s je od početka!).}$$

Za to mu je potrebno usporenje:  $0 = v_0 - at \Rightarrow a = \frac{v_0}{t} = \frac{\frac{200}{m}}{25s} = \frac{8}{m}$  i zaustavna sila  $F = ma \Rightarrow F = 8\text{N}$ . To je razlika sile  $F_2$  i smanjene sile  $F_1$  (sada je 15 N). Znači  $F_2 - 15 \text{ N} = 8\text{N} \Rightarrow \mathbf{F}_2 = 23 \text{ N}$ !

**94. Rešenje:**  $M = 1 \text{ kg}$ ;  $m_1 = 0,4 \text{ kg}$ ;  $m_2 = 0,2 \text{ kg}$ ;  $F = ?$



Posmatramo sistem kao celinu. U horizontalnom pravcu deluje samo sila  $F$  i sva tri tela se kreću istim ubrzanjem:  $F = (M + m_1 + m_2)a$ .

Telo  $m_2$  se ne kreće po vertikali pa je  $T = m_2 g$

Ako posmatramo samo telo  $m_1$ , i ono se kreće ubrzanjem  $a$  i vuče ga sila  $T$ :  $T = m_1 a$ . Odavde sledi da je  $m_1 a = m_2 g$

$$a = \frac{m_2 g}{m_1} = \frac{0,2 * 10}{0,4} \left[ \frac{\text{kg} \cdot \text{m/s}^2}{\text{kg}} \right] = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}. \Rightarrow F = (1 + 0,4 + 0,2) * 5[\text{kgm/s}^2] = 8 \text{ N}.$$

**95. Rešenje:**  $F = 1,5 \text{ N}$ ;  $m = 1 \text{ kg}$ ;  $v = \text{const}$ ,  $\mu = ?$

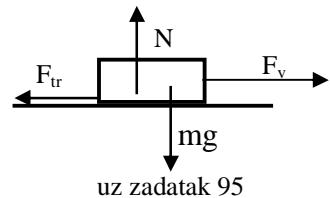
Ako se telo kreće ravnomerno znači da je rezultujuća sila koja deluje na njega nula.  $\mathbf{F}_{rez} = 0$  i  $\mathbf{a} = 0$

Nacrtaćemo sve sile koje deluju na telo. Telo se kreće u horizontalnom pravcu i uzimamo sile koje deluju u tom pravcu:

$$ma = \mathbf{F}_{rez} \text{ tj. } ma = F - F_{tr}$$

Sila trenja je po definiciji  $F_{tr} = \mu N$ , u ovom slučaju je  $N = mg$  jer se telo ne kreće duž vertikale i nema nikakve druge sile u tom pravcu.

$$0 = F - \mu mg \Rightarrow \mu = \frac{F}{mg} = \frac{1,5N}{1kg * 10m/s^2} = 0,15 \text{ koeficijent trenja je neimenovan broj, što znači da nema jedinicu.}$$



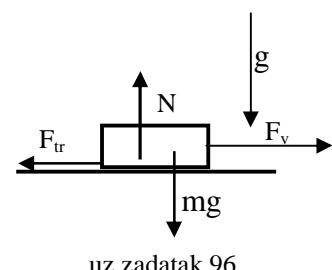
**96. Rešenje:**  $m = 400 \text{ kg}$ ;  $F = 300 \text{ N}$ ;  $a = 0,5 \text{ m/s}^2$ ;  $\mu = ?$

Opet ćemo nacrtati sliku:

$$\text{a)} ma = \mathbf{F}_{rez} \text{ tj. } ma = F - F_{tr} \Rightarrow ma = F - \mu mg \text{ odavde je } \mu mg = F - ma$$

$$\mu = \frac{F - ma}{mg} = \frac{300N - 400kg * 0,5 m/s^2}{400kg * 10 m/s^2} = 0,025$$

$$\text{b)} \text{ Opet je } a = 0. \quad 0 = F - \mu mg \Rightarrow \mu = \frac{F}{mg} = \frac{300N}{400kg * 10 m/s^2} = 0,075$$



Ona strelica sa  $g$  samo pokazuje vertikalni pravac!

**97. Rešenje:**  $m = 3000\text{kg}$ ;  $v_0 = 0$ ;  $t = 5 \text{ s}$ ;  $s = 10 \text{ m}$ ;  $\mu = 0,4$ ;  $F = ?$

$$\text{Ubrzanje možemo izračunati iz izraza za put: } s = \frac{at^2}{2} \Rightarrow a = \frac{2s}{t^2} = \frac{2 \cdot 10 \text{ m}/\text{s}^2}{25 \text{ s}^2} = 0,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Drugi Njutnov zakon u ovom slučaju glasi:  $ma = F - \mu mg \Rightarrow F = ma + \mu mg$   $F = 3000\text{kg} \cdot 0,8\text{m/s}^2 + 0,4 \cdot 3000\text{kg} \cdot 10\text{m/s}^2 = 14400 \text{ N}$

**98. Rešenje:**  $v = 18 \text{ km/h} = 5 \text{ m/s}$ ;  $\mu = 0,2$ ;  $v = 0$  kada se zaustavi, znači data brzina je početna brzina.

Tramvaj koči jer na njega više ne deluje vučna sila već samo sila trenja.  $ma = F_{\text{tr}}$  ili  $ma = \mu mg$ .

Odavde je  $a = \mu g \Rightarrow a = 2 \text{ m/s}^2$ . Krajnja brzina je nula:  $0 = v_0 - at \Rightarrow t = v_0/a = 2,5 \text{ s}$ . Imamo još jedan izraz za brzinu:  $0 = v_0^2 - 2as$ .

Odavde je put kočenja  $s = v_0^2/2a = 6,25 \text{ m}$ .

**99. Rešenje:**  $F = 24 \text{ N}$ ;  $m = 1\text{kg}$ ;  $F_{\text{tr}} = 4 \text{ N}$ ;  $a = ?$

Nacrtáćemo sve sile koje deluju na sistem, to su još sile zatezanja konca, i sile trenja. Ne treba crtati  $mg$  i  $N$  jer je sila trenja data, a i telo se ne kreće duž vertikale.

Analiziramo sile koje deluju na

svako telo!

$$ma = F - T_1 - F_{\text{tr}}$$

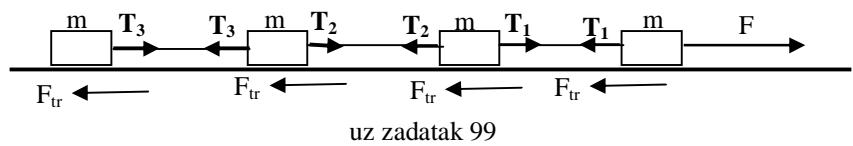
$$ma = T_1 - T_2 - F_{\text{tr}}$$

$$ma = T_2 - T_3 - F_{\text{tr}}$$

$$ma = T_3 - F_{\text{tr}}$$

Ako saberemo jednačine:

$$4ma = F - 4F_{\text{tr}} \Rightarrow a = \frac{F - 4F_{\text{tr}}}{4m} = \frac{24\text{N} - 16\text{N}}{4\text{kg}} = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$



uz zadatak 99

sile zatezanja iznose:

$$T_1 = F - F_{\text{tr}} - ma = 24\text{N} - 4\text{N} - 2\text{kg} \cdot 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 18 \text{ N}$$

Slično se dobija  $T_2 = 12 \text{ N}$ ;  $T_3 = 6 \text{ N}$ .

**100. Rešenje:** Potrebno je izračunati masu kocke. Zapremina je  $V = a^3 \Rightarrow V = (0,1\text{m})^3$

$$V = 0,001 \text{ m}^3. \text{ Masu dobijamo iz gustine } m = \rho V = 5000 * 0,001 [\text{kg/m}^3 * \text{m}^3] \Rightarrow m = 5 \text{ kg.}$$

$$a = 10 \text{ cm}$$

$$F_1 = 20 \text{ N}$$

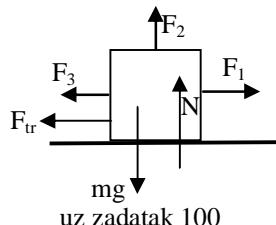
$$F_2 = 18 \text{ N}$$

$$F_3 = 8 \text{ N}$$

$$\rho = 5 \text{ g/cm}^2$$

$$\mu = 0,1$$

$$a = ?$$



Sem ove tri sile na telo deluju još sila zemljine teže, sila trenja i otpor podloge. Telo će se kretati u smeru sile  $F_1$  i sila trenja deluje u suprotnom pravcu od nje.

za brzo pretvaranje jedinica za gustinu koristiti gustinu vode:

$$1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

Obratiti pažnju na određivanje sile trenja:

Po definiciji  $F_{\text{tr}} = \mu N$ .

Telo se ne kreće duž vertikale pa je  $N + F_2 = mg \Rightarrow N = mg - F_2$  (otpornost podloge je smanjen!)

$$N = 5 \text{ kg} \cdot 10 \text{ m/s}^2 - 18 \text{ N} = 32 \text{ N}$$

$$\text{Sila trenja iznosi } F_{\text{tr}} = 0,1 \cdot 32 \text{ N} = 3,2 \text{ N}$$

Drugi Njutnov zakon glasi  $ma = F_{\text{rez}}$   $\Rightarrow ma = F_1 - F_2 - F_{\text{tr}} \Rightarrow$

$$a = \frac{F_1 - F_2 - F_{\text{tr}}}{m} = \frac{20 - 8 - 3,2}{5} \left[ \frac{\text{N}}{\text{kg}} \right] = 1,76 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

**101. Rešenje:**  $h = 60 \text{ m}$ ;  $m = 1 \text{ kg}$ ;  $t = 4 \text{ s}$ ;  $F_{\text{tr}} = ?$

Treba izračunati ubrzanje kojim telo padne:  $h = \frac{at^2}{2} \Rightarrow a = \frac{2h}{t^2} = 7,5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ . Ubrzanje je manje od  $g$ , znači da na telo, pored sile Zemljine teže, deluje sila trenja koja ga usporava. Drugi Njutnov zakon sada glasi:

$$ma = mg - F_{\text{tr}} \Rightarrow F_{\text{tr}} = mg - ma = 1\text{kg} \cdot 10 \text{m/s}^2 - 1\text{kg} \cdot 7,5 \text{m/s}^2 = 2,5 \text{ N}$$

**102. Rešenje:** Nacrtaćemo sliku i razložiti silu zemljine teže. Da ponovimo, jedina mogućnost kretanja tela je niz strmu ravan, zato u tom pravcu tražimo komponentu Zemljine teže. Na telo još deluje sila otpora podlove kao i sila trenja. Ako se setimo jednakoststraničnog trougla, komponente su:

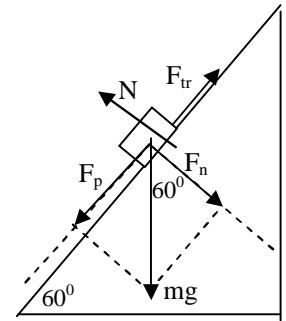
$F_p = \frac{mg\sqrt{3}}{2}$ ;  $F_n = \frac{mg}{2}$  Otpor podlove u ovom slučaju je  $N = F_n$  (nije  $mg$ !), tako da je sila trenja  $F_{tr} = \mu F_n$

a) Drugi Njutnov zakon u ovom slučaju je:  $ma = F_p - F_{tr} \Rightarrow$

$ma = \frac{mg\sqrt{3}}{2} - \mu \frac{mg}{2} \Rightarrow ma = \frac{mg}{2}(\sqrt{3} - \mu)$  masa se može skratiti:  $a = \frac{g}{2}(\sqrt{3} - \mu)$  zamenom se dobija  $\mathbf{a} = 7,15 \text{ m/s}^2$

b) Ako se telo kreće ravnomerno ubrzanje ja nula! Znači,  $\mathbf{0} = \mathbf{F}_p - \mathbf{F}_{tr}$

Postupajući kao pod a) dobijamo  $\mu = \sqrt{3}$



uz zadatak 102

**103. Rešenje:**  $m = 10 \text{ kg}$ ;  $F = 100 \text{ N}$ ;  $\alpha = 30^\circ$ ;  $\mu = 0,2$ ;  $a = ?$

Telo se kreće u horizontalnom pravcu znači silu treba razložiti i uzeti komponentu u pravcu kretanja.

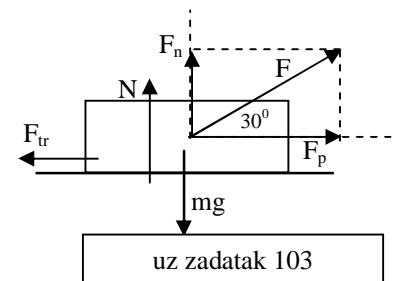
Prvo geometrija! Opet koristimo svojstva jednakoststraničnog trougla:

$$F_p = \frac{F\sqrt{3}}{2} = \frac{100\sqrt{3}}{2} N = 86,6N, F_n = \frac{F}{2} = 50N.$$

Obratiti pažnju na određivanje sile trenja:  $F_{tr} = \mu N$ . Sada duž normale deluje više sila. Pošto se telo ne kreće u tom pravcu, zbir sila duž vertikale treba da je nula.

$N + F_n = mg \Rightarrow N = mg - F_n \Rightarrow N = 10\text{kg} \cdot 10\text{m/s}^2 - 50 \text{ N} = 50 \text{ N}$ . Znači sila trenja iznosi  $F_{tr} = \mu N = 0,2 \cdot 50 \text{ N} = 10 \text{ N}$ .

Drugi Njutnov zakon glasi:  $ma = F_p - F_{tr} \Rightarrow a = \frac{F_p - F_{tr}}{m} = \frac{86,6 - 10}{10} \left[ \frac{\text{N}}{\text{kg}} \right] = 7,66 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ .



uz zadatak 103

**104. Rešenje:**  $m = 30 \text{ kg}$ ;  $\alpha = 45^\circ$ ;  $\mu = 0,2$ ;  $F = ?$

Opstvo geometrija! Samo sada setite se kvadrata.

$$F_p = F_n = \frac{F\sqrt{2}}{2} \text{ Opstvo duž vertikale važi: } N + F_n = mg \Rightarrow N = mg - F_n$$

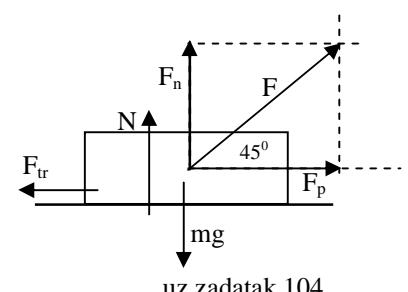
Sila trenja je  $F_{tr} = \mu N = \mu(mg - F_n)$

Telo se kreće ravnomerno, znači da je ubrzanje nula:  $0 = F_p - F_{tr} \Rightarrow \mathbf{F}_p = \mathbf{F}_{tr}$

$$\frac{F\sqrt{2}}{2} = \mu \left( mg - \frac{F\sqrt{2}}{2} \right) \Rightarrow \frac{F\sqrt{2}}{2} = \mu mg - \mu \frac{F\sqrt{2}}{2} \text{ ako grupišemo članove koji}$$

sadrže silu i izdvojimo zajednički član:

$$\frac{F\sqrt{2}}{2}(1 + \mu) = \mu mg \text{ odavde je } F = \frac{2\mu mg}{\sqrt{2}(1 + \mu)} = 71N.$$



uz zadatak 104

**105. Rešenje:**  $m = 30 \text{ kg}$ ;  $\alpha = 45^\circ$ ;  $\mu = 0,2$ ;  $F = ?$

Ovde treba obratiti pažnju na razlaganje sile.

Komponente su iste kao u prethodnom zadatku. Sada je otpor podlove

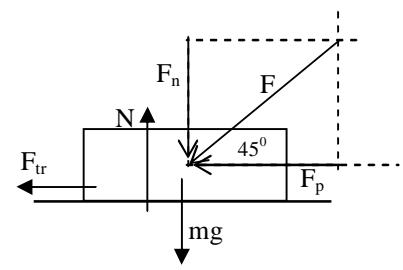
$$\mathbf{N} = \mathbf{mg} + \mathbf{F}_n$$

Zbog ravnomernog kretanja i ovde važi  $\mathbf{F}_p = \mathbf{F}_{tr}$

Istim postupkom kao u prethodnom zadatku dobijamo:

$$F = \frac{2\mu mg}{\sqrt{2}(1 - \mu)} = 106,4N \text{ Potrebna sila je povećana zbog veće sile trenja.}$$

Ekonomičnije je vući telo.



uz zadatak 105

**106. Rešenje:**  $v = 2 \text{ m/s}$ ;  $\mu_1 = 0,1$ ;  $\mu_2 = 0,15$ ;  $s = ?$

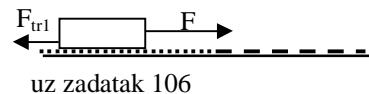
Na prvoj podlozi telo se kreće ravnomerno, tj. ubrzanje je nula.

$0 = F - F_{\text{tr}1} \Rightarrow F = \mu_1 mg$ . Ustvari izračunali smo vučnu silu, što ćemo da primenimo na drugi deo puta (drugu podlogu):

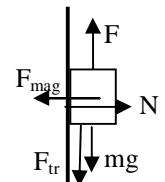
$ma = F - F_{\text{tr}2} \Rightarrow ma = \mu_1 mg - \mu_2 mg$  dalje je  $ma = mg(\mu_1 - \mu_2)$  i  $a = g(\mu_1 - \mu_2)$ . Zamenom brojnih vrednosti dobijamo

$a = -0,5 \text{ m/s}^2$  Ubrzanje je negativno jer telo koči. Početna brzina kočenja je brzina kod

ravnometernog kretanja. Ovo što sledi je već viđeno:  $0 = v_0^2 - 2as \Rightarrow s = \frac{v_0^2}{2a} = \frac{(2 \text{ m/s})^2}{2 * 0,5 \text{ m/s}^2} = 4 \text{ m}$



uz zadatak 106

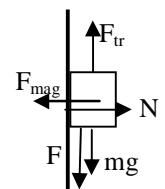


uz zadatak 107a

**107. Rešenje:**  $m = 100 \text{ g}$ ;  $F = 5 \text{ N}$ ;  $a = 5 \text{ m/s}^2$ ;  $\mu = 0,1$ ;  $F_{\text{mag}} = ?$

a) U horizontalnom pravcu nema kretanja tako da je  $F_{\text{mag}} = N$ , pa je sila trenja  $F_{\text{tr}} = \mu F_{\text{mag}}$ . Drugi Njutnov zakon imaće oblik:  $ma = F - mg - F_{\text{tr}} \Rightarrow F_{\text{tr}} = F - mg - ma \Rightarrow F_{\text{tr}} = 3,5 \text{ N} \Rightarrow F_{\text{mag}} = F_{\text{tr}}/\mu \Rightarrow F_{\text{mag}} = 35 \text{ N}$ .

b) naniže se magnet kreće ravnometerno  $a = 0 \Rightarrow 0 = F + mg - \mu F_{\text{mag}} \Rightarrow F = \mu F_{\text{mag}} - mg \Rightarrow F = 2,5 \text{ N}$ .



uz zadatak 107b

**108. Rešenje:**  $M = 10 \text{ kg}$ ;  $m = 2 \text{ kg}$ ;  $\mu = 0,2$ ;  $F_1 = 3 \text{ N}$ ;  $F_2 = 6 \text{ N}$ ;  $a = ?$

Prvo treba izračunati moguću silu trenja kada počne da deluje sila i otpočne kretanje.

$$F_{\text{tr}} = \mu mg = 0,2 * 2 \text{ kg} * 10 \text{ m/s}^2 = 4 \text{ N}$$

a) Vučna sila je u ovom slučaju manja od sile trenja pa će se sistem kretati kao celina, (sa podlogom nema trenja):

$$F = (m + M)a \Rightarrow a = \frac{F}{m + M} = \frac{3 \text{ N}}{12 \text{ kg}} = 0,25 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

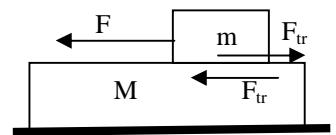
b) Vučna sila je veća od sile trenja. To znači da će telo proklizavati u odnosu na dasku. Istovremeno će telo povlačiti za sobom dasku. Primer zakona akcije i reakcije. Telo i daska će se kretati različitim ubrzanjima. Ova situacija zahteva crtež:

$$\text{Za gornje telo važi } ma_1 = F - F_{\text{tr}}$$

$$a_1 = \frac{F - F_{\text{tr}}}{m} = \frac{6 \text{ N} - 4 \text{ N}}{2 \text{ kg}} = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$\text{Za dasku važi: } Ma_2 = F_{\text{tr}}$$

$$a_2 = \frac{F_{\text{tr}}}{M} = \frac{4 \text{ N}}{10 \text{ kg}} = 0,4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$



uz zadatak 108

**109. Rešenje:**  $m_1 = m_2 = 2 \text{ kg}$ ;  $\alpha = 30^\circ$ ;  $\mu_1 = 0,1$ ;

$$\mu_2 = 0,2; T = ?$$

Prvo moramo nacrtati strmu ravan i tela (setite se korisnosti crteža!)

Zatim sledi geometrija: (Za oba tela su iste komponente.)

$$F_p = \frac{mg}{2} = 10 \text{ N}, F_n = \frac{mg\sqrt{3}}{2} = 17,3 \text{ N}$$

Stvarno ima mnogo sila! Da se ne bi izgubili u ovoj šumi opet izgovorimo (čarobnu) rečenicu: **analiziramo sile koje deluju na svako telo!**

Za niže telo Drugi Njutnov zakon glasi:  $ma = F_p - F_{\text{tr}1} - T$

Za više telo:  $ma = F_p + T - F_{\text{tr}2}$

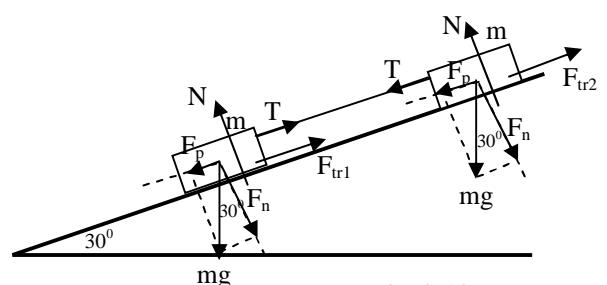
Ako saberemo jednačine:

$$2ma = 2F_p - F_{\text{tr}1} - F_{\text{tr}2}$$

$$2ma = 2F_p - \mu_1 F_n - \mu_2 F_n$$

$$a = \frac{2F_p - \mu_1 F_n - \mu_2 F_n}{2m} = \frac{2 * 10 \text{ N} - 0,1 * 17,3 \text{ N} - 0,2 * 17,3 \text{ N}}{2 * 2 \text{ kg}} = 3,7 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Silu zatezanja možemo izračunati, naprimjer, iz prve jednačine:  $T = F_p - F_{\text{tr}1} - ma \Rightarrow T = 10 \text{ N} - 0,1 * 17,3 \text{ N} - 2 * 3,7 \text{ N} = 0,87 \text{ N}$ .



uz zadatak 109

sila trenja je  $F_{\text{tr}} = \mu N$ . U našem slučaju je:  
 $F_{\text{tr}1} = \mu_1 F_n$ ;  $F_{\text{tr}2} = \mu_2 F_n$

**A ovo je zadatak sa državnog takmičenja!:****110. Rešenje:**  $m_1 = m_2$ ;  $\mu = 0,2$ ;  $a = ?$ 

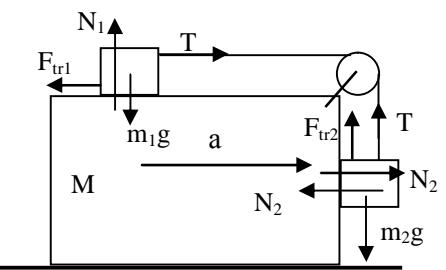
Opet prvo slika sa svim silama.

Ceo sistem se kreće u horizontalnom pravcu ubrzanjem  $a$ . U tom pravcu na telo  $m_2$  deluje samo sila  $N_2$ :  $N_2 = m_2a$ . Po zakonu akcije i reakcije i telo mase  $m_2$  deluje na telo  $M$  istom tolikom silom  $N_2$ .Tako da je to normalna sila na podlogu, pa je  $F_{tr2} = \mu N_2 = \mu m_2 a$ . (Ovo je bio najteži momenat za razumevanje).Dalje, telo  $m_2$  se ne kreće duž vertikale pa važi: $0 = m_2 g - F_{tr2} - T$  Telo  $m_1$  se kreće duž horizontale (zajedno sa ostalima) ubrzanjem  $a$ :

$$m_1 a = T - F_{tr1} \quad \text{Inače, } F_{tr1} = \mu N_1 = \mu m_1 g \text{ (uobičajeno)}$$

Ako saberemo jednačine dobijamo:  $m_1 a = m_2 g - F_{tr1} - F_{tr2}$ , dalje je  $m_1 a = m_2 g - \mu m_1 g - \mu m_2 a$ . Grupisanjem članova dobijamo:  $a(m_1 + \mu m_2) = g(m_2 - \mu m_1)$ . Ako se uzme u obzir da su mase jednake:

$$a = \frac{g(m_2 - \mu m_1)}{m_1 + \mu m_2} = \frac{g(1 - \mu)}{1 + \mu} = 6,67 \frac{m}{s^2}.$$



uz zadatak 110

## 2. RAVNOTEŽA TELA



nepokretna, poluga oko nje vrši kružno kretanje.

Zamišljena linija koja prolazi kroz oslonac i normalna je na ravan u kojoj se poluga kreće naziva se **osa rotacije**. Normalno rastojanje između oslonca poluge i pravca delovanja sile naziva se krak sile  $r_1$ , a normalno rastojanje između oslonca poluge i pravca delovanja tereta jeste krak tereta  $r_2$ .

**MOMENT SILE** je jednak proizvodu kraka sile i sile.

$$M = r * F$$

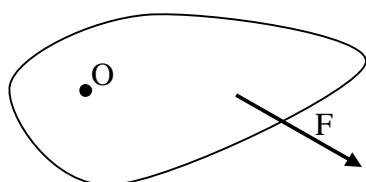
Jedinica za moment sile je Njutn metar [Nm]



Može li Arhimed da podigne Zemlju?

Obratiti pažnju na određivanje momenta sile u složenijim slučajevima.

Odrediti moment sile u odnosu na tačku O.



Produžiti pravac delovanja sile i spustiti normalu iz tačke O na taj pravac.

45

Često se događa da telo ostaje u stanju mirovanja iako na njega deluje više sile. U tom slučaju se kaže da su sile u ravnoteži.



$$F_1 = F_2$$

Pod ravnotežom se ne podrazumeva samo stanje mirovanja tela. Ravnoteža sile može da bude i kod tela koje se kreće ako sile koje deluju na njega ne menjaju brzinu tela. (ravnometerno pravolinjsko kretanje)

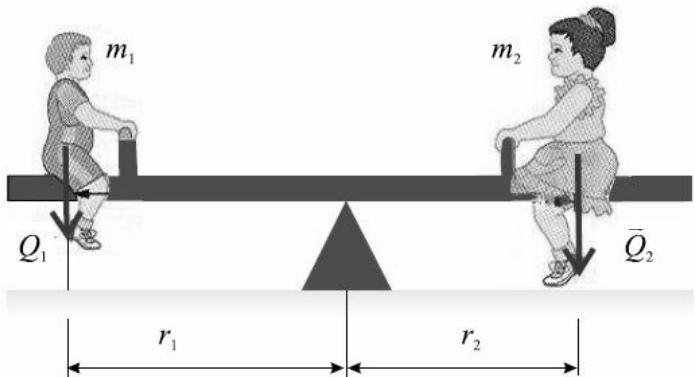
**Telo je u ravnoteži ako je rezultanta svih sila koje na njega deluju jednaka nuli.**

Uslove ravnoteže tela proučava oblast fizike **statika**.

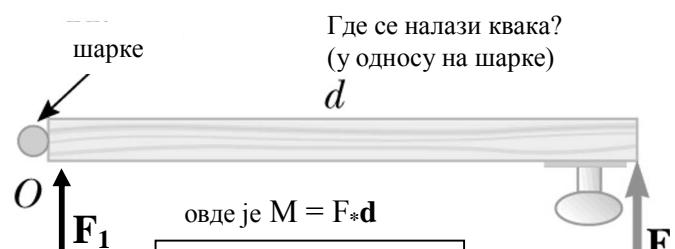
**Moment sile** je uzrok promene obrtnog kretanja.

Ovaj nov pojam može se objasniti na primeru klackalice – poluge.

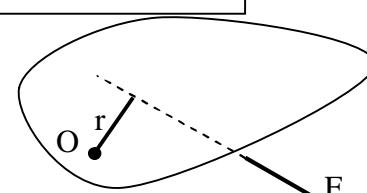
**Poluga** je svako čvrsto telo koje može da se obrće oko nepokretnog oslonca. Pošto ima jednu tačku koja je



Ravnoteža kod ove klackalice se postiže pri uslovu da su momenti sile jednak.  $Q_1 * r_1 = Q_2 * r_2$



овде је  $M = F * d$   
могу ли се врата отворити  
силом  $F_1$ ?



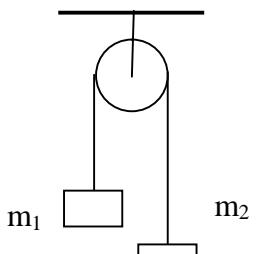
moment je  
 $M = r * F$

**Zadaci:**

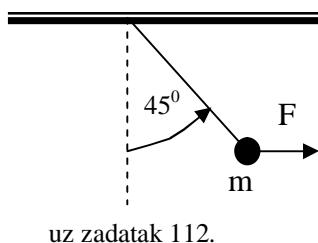
**111.** U sistemu prikazanom na slici je  $m_1 = 2 \text{ kg}$ ,  $m_2 = 5 \text{ kg}$ . Sistem je u ravnoteži. Naći silu zatezanja konca i silu reakcije podloge koja deluje na telo  $m_2$ . (Rez.: 20 N; 30N)

**112.** Masa tela je 20 kg. Naći silu kojom je telo otklonjeno od ravnotežnog položaja kao i silu zatezanja konca. (Rez.: 200 N;  $200\sqrt{2}$  N.)

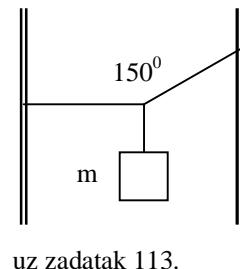
**113.** Masa tela je 40 kg. Naći sile zatezanja u užadima. (Rez.: 800 N;  $400\sqrt{3}$  N)



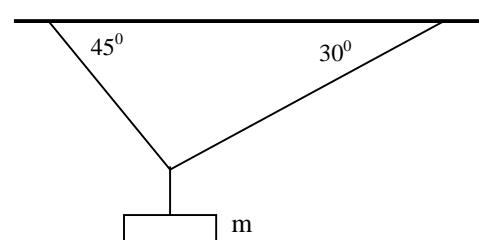
uz zadatak 111.



uz zadatak 112.



uz zadatak 113.

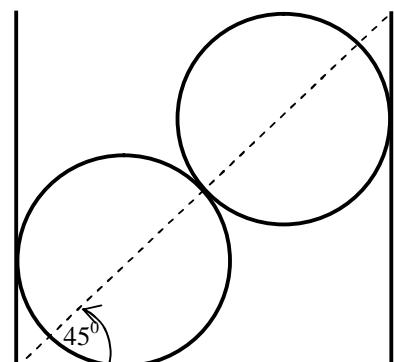


uz zadatak 114.

**114.** Odrediti sile zatezanja niti koje drže teg mase 10 kg. Niti su neistegljive i zanemarljive mase. (Rez.: 89,36 N; 73,26 N)

**115.** Dve jednakе glatke kugle mase po 1 kg nalaze se između dva vertikalna zida kao na slici.

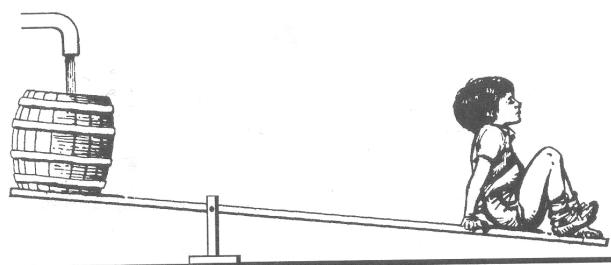
- Naći silu kojom kugle deluju na pod. (Rez.: 20 N)
- Naći silu kojom gornja kugla deluje na desni zid. (Rez.: 10 N)
- Naći silu kojom jedna kugla deluje na drugu. (Rez.: 14,1 N)
- Naći silu kojom donja kugla deluje na levi zid. (Rez.: 10 N)



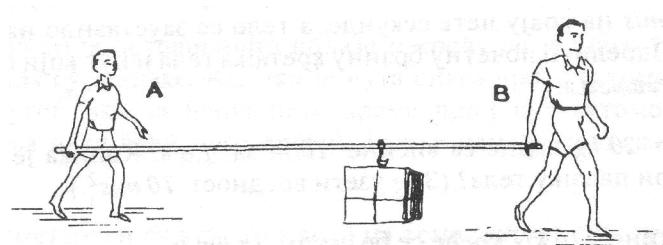
uz zadatak 115.

**116.** Na jednom kraju klackalice, prikazane na crtežu, sedi dečak mase 24 kg, udaljen od osovine klackalice 1,5 m. Na drugom kraju se nalazi plastično bure zanemarljive mase u koje dolivamo šmrkom 2 litra vode u svakoj sekundi. Ako je bure udaljeno 0,5 m od osovine posle kojeg vremena će klackalica biti u ravnoteži? (Rez.: 36 s)

**117.** Dečak i čovek, držeći štap za krajeve, nose na njemu teret mase 45 kg. Teret je za  $1/3$  dužine štapa udaljen od ruke čoveka. Odrediti kolika sila deluje na čovekovu ruku, a kolika na dečakovu ruku? (Rez.: 300 N; 150 N)

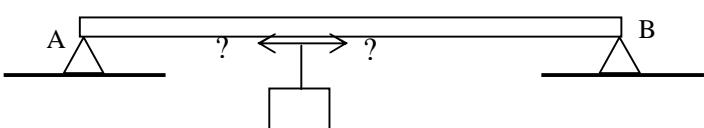


uz zadatak 116.



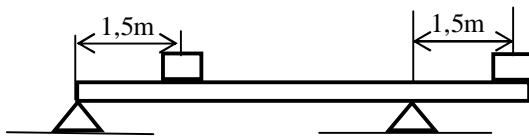
uz zadatak 117.

**118.** Greda leži na dva oslonca A i B. Dužina grede je 7 m. Na kolikom rastojanju od tačke A treba okačiti telo mase 140 kg, tako da na oslonac A deluje sila od 500 N?. Težinu grede ne uzimati u obzir. (Rez.: 4,5 m)



uz zadatak 118.

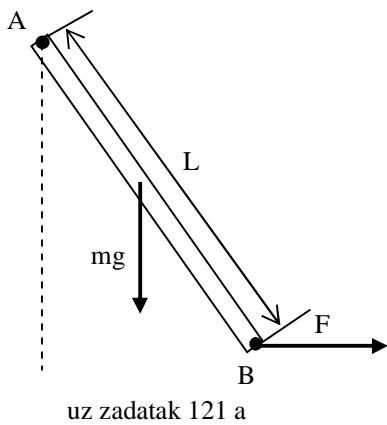
- 119.** Na homogenoj gredi mase 20 kg nalaze se dva tega, svaki od po 10 kg, kao na slici. Rastojanje između oslonaca je 4m. Naći sile pritiska na oslonce.  
(Rez.: 87,5 N; 312,5 N)



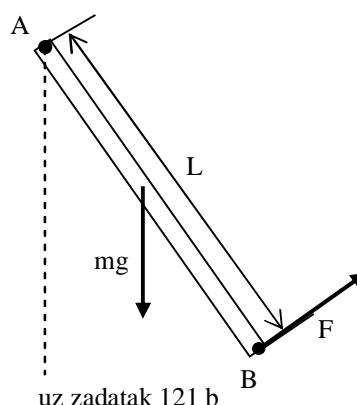
uz zadatak 119.

- 120.** Telo mase  $m$ , u obliku kocke, leži na horizontalnoj hrapavoj podlozi. Kolikom najmanjom silom treba delovati u težištu tela da bi se telo prevrnulo oko jedne svoje ivice? Može li se prevrnuti manjom silom? (Rez.:  $mg$ ;  $mg/2$ )

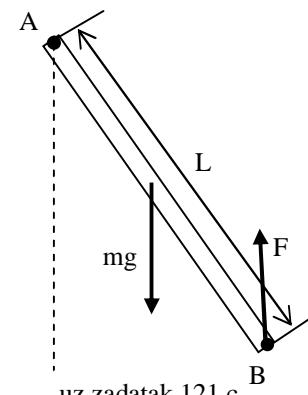
- 121.** Tanka prava homogena greda AB, mase 6 kg i dužine 2 m, zglobno je učvršćena u tački A. Ako na njega deluje sila kao na crtežu greda se otkloni za ugao  $30^0$ . Kolika je jačina te sile?  
Uraditi ovaj zadatak kada je pravac sile kao u slučajevim a) b) c) (Rez.: $10\sqrt{3}N$  ;b) (Rez.: $15 N$ ;  
c) (Rez.: $30 N$ )



uz zadatak 121 a

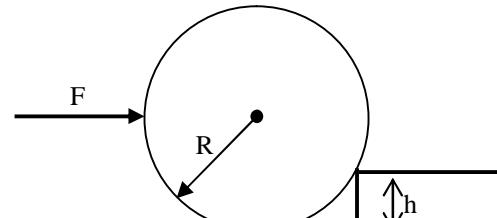


uz zadatak 121 b



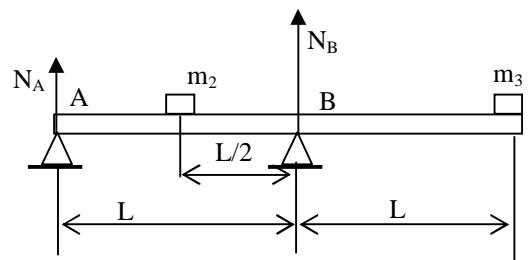
uz zadatak 121 c

- 122.** Kolikom minimalnom silom treba delovati na valjak mase 100 kg poluprečnika 25 cm da se popne uz stepenik visine 15 cm? (Rez.: 2300N)



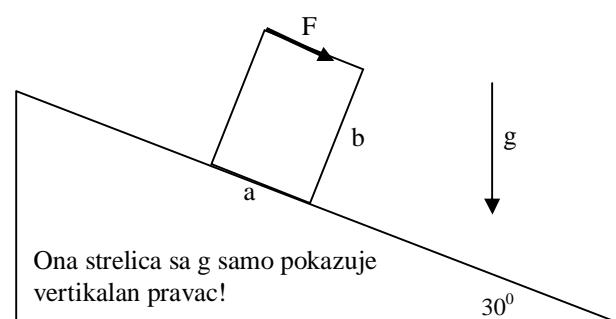
uz zadatak 122

- 123.** Homogena greda mase  $m_1 = 15 \text{ kg}$  i dužine  $2L$  slobodno leži na dva oslonca A i B između kojih je rastojanje  $L$ . Na sredini rastojanja AB nalazi se teg mase  $m_2 = 10 \text{ kg}$  a na isturenem kraju teg mase  $m_3 = 3 \text{ kg}$ , kao na slici. Naći reakciju podloge u tačkama A i B. (Rez.: $20 \text{ N}$  i  $260 \text{ N}$ )



uz zadatak 123

- 124.** Na koju maksimalnu visinu se može popeti čovek mase 60 kg po lestvicom koje su postavljene uz vertikalni gladak zid pod uglom  $30^0$  u odnosu na taj zid. Masa lestvica je 20 kg, a dužina tri metra. Koeficijent trenja između lestvica i podloge (zemlje) je 0,5. Težište lestvica je na sredini njihove dužine. (Rez.: 2,57 m)



Ona strelica sa  $g$  samo pokazuje vertikaljan pravac!

30°

- 125.** Kvadar mase 2 kg, čije stranice imaju dužine  $a = 30 \text{ cm}$  i  $b = 45 \text{ cm}$ , miruje na strmoj ravni nagibnog ugla  $30^0$ . Na njega počne da deluje stalna sila  $F$ , kao što je prikazano na slici. Koliki treba da bude intenzitet te sile da bi se kvadar prevrnuo bez klizanja? (Rez. 0,77 N)

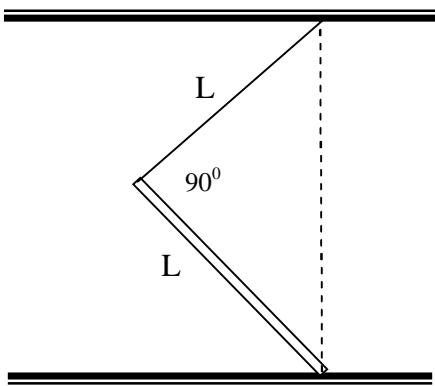
uz zadatak 125

**126.** Na centar tela mase 4 kg, deluju šest sila koje zaklapaju jedna u odnosu na drugu susedne uglove od  $60^0$ . Intenziteti sila su uzastopno 1 N, 2 N, 3 N, 3 N, 4 N, 5 N, 6 N. Ako sile deluju u jednoj ravni u kom pravcu i sa kojim ubrzanjem će se kretati telo? (Rez.:  $1,5 \text{ m/s}^2$ )

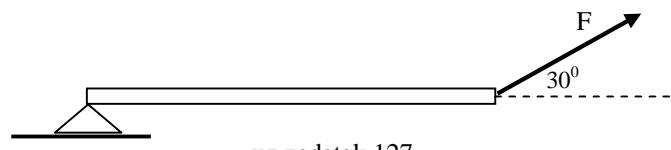
**127.** U sredini poluge teret 50 N. Kolikom silom treba delovati na kraj poluge u pravcu koji zaklapa sa njom ugao  $30^0$ , ako treba da poluga bude u horizontalnom položaju. Težinu poluge zanemariti. (Rez.: 50N)

**128.** Koliki treba da bude koeficijent trenja između homogenog štapa i podloge, tako da štap ostane u položaju kao na slici? Dužine štapa i užeta jednake, a ugao između štapa i užeta je prav. (Rez.:  $1/3$ )

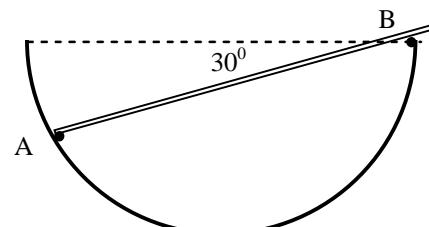
**129.** U glatkoj polusfernoj posudi leži homogeni tanki štap mase m. Naći sile pritiska štapa na posudu u tačkama A i B,



uz zadatak 128



uz zadatak 127



uz zadatak 129



## 2. RAVNOTEŽA TELA - REŠENJA:

**111.**  $m_1 = 2 \text{ kg}$ ;  $m_2 = 5 \text{ kg}$ ;  $T = ?$ ;  $N = ?$

Prvo treba nacrtati sve sile koje deluju u sistemu. To su sile zemljine teže tegova, otpor podloge i sila zatezanja konca.

Sistem je u ravnoteži pa je težina prvog tega jednaka sili zatezanja konca:

$$T = m_1 g = 2 \cdot 10 [\text{kgm/s}^2] = 20 \text{ N.}$$

Za telo  $m_2$  važi ravnoteža sila  $T + N = m_2 g$ .  $\Rightarrow N = m_2 g - T = 30 \text{ N.}$

**112.**  $m = 20 \text{ kg}$ .  $T = ?$ ;  $F = ?$

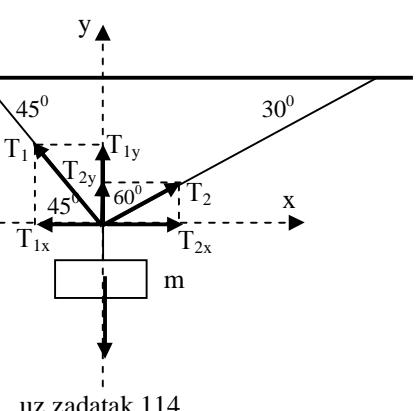
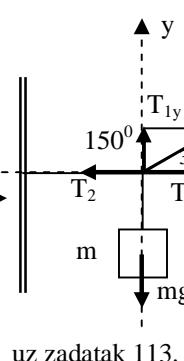
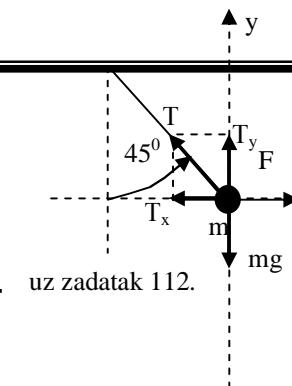
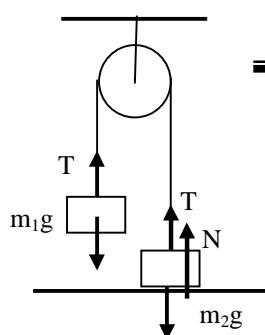
Na telo deluju: sila  $F$ , sila zemljine teže  $mg$  i sila zatezanja konca  $T$ . Uslov ravnoteže je da se sile duž vertikale i horinzotale uravnotežavaju. Zato treba silu zatezanja konca razložiti. Obeležićemo pravac duž horizontale sa  $x$  a duž vertikale sa  $y$ .

Prvo geometrija:  $T_x = T_y = \frac{T\sqrt{2}}{2}$  (kao stranice kvadrata dijagonale  $T$ )

Ravnoteža duž vertikale:  $T_y = mg$ . Odavde je  $T_y = 200 \text{ N}$ . Onda je i  $T_x = 200 \text{ N}$ .

Iz  $T_y$  možemo izračunati силу zatezanja  $T = 200\sqrt{2} \text{ N}$ .

Ravnoteža duž horizontale daje:  $F = T_x$ . Znači sila je  $F = 200 \text{ N}$ .



**113.**  $m = 40 \text{ kg}$ ;  $T_1 = ?$ ;  $T_2 = ?$

Sile koje deluju na telo su  $T_1$ ,  $T_2$  i  $mg$ . Opet ćemo silu  $T_1$  razložiti da bi mogli da primenimo uslove ravnoteže:

$$\text{(setite se jednakost raničnog trougla): } T_{1y} = \frac{T_1}{2}, \quad T_{1x} = \frac{T_1\sqrt{3}}{2}$$

Duž vertikale važi  $T_{1y} = mg$ ,  $T_{1y} = 400 \text{ N}$ .  $\Rightarrow T_1 = 800 \text{ N}$ .

$$\text{Duž horizontalnog pravca je } T_2 = T_{1x} \text{ tj. } T_2 = \frac{T_1\sqrt{3}}{2} = 400\sqrt{3} \text{ N.}$$

**114.**  $m = 10 \text{ kg}$ ;  $T_1 = ?$ ;  $T_2 = ?$

Ovde imamo složeniji slučaj. (Zadatak je bio predložen na opštinskom takmičenju 1995 godine. Veoma mali broj takmičara ga je rešio. Mišljenja sam da je zadatak znatno višeg nivoa). Zato treba pažljivo razgledati sliku. Razlaganje sila ne bi trebalo da predstavlja problem. Zato je najbolje opet prvo krenuti sa geometrijom:

$$T_{1x} = T_{1y} = \frac{T_1\sqrt{2}}{2} \text{ (kao stranice kvadrata)} \text{ U drugom slučaju imamo polovinu jednakost raničnog trougla}$$

$$T_{2x} = \frac{T_2\sqrt{3}}{2}, \quad T_{2y} = \frac{T_2}{2}$$

Ravnoteža duž horizontalne ose daje:  $T_{1x} = T_{2x}$  Odavde dobijamo vezu između sila zatezanja:

$$\frac{T_1\sqrt{2}}{2} = \frac{T_2\sqrt{3}}{2} \text{ ili } T_1 = \frac{T_2\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$$

Ravnoteža duž vertikale daje  $T_{1u} + T_{2u} = mg \Rightarrow \frac{T_1\sqrt{2}}{2} + \frac{T_2}{2} = mg \Rightarrow T_1\sqrt{2} + T_2 = 2mg$ . Zamenom izraza za  $T_1$  dobijamo:  $\frac{T_2\sqrt{3}}{\sqrt{2}}\sqrt{2} + T_2 = 2mg \Rightarrow T_2 = \frac{2mg}{1+\sqrt{3}}$ . Onda je  $\mathbf{T}_1 = 89,72 \text{ N}$ .

**115.**  $m = 1 \text{ kg}$ ;  $N_C = ?$ ;  $N_A = ?$ ;  $N_1 = ?$ ;  $N_B = ?$

Prvo nacrtati sve sile koje deluju na sistem. Silu  $N_1$  kojom jedna kugla deluje na drugu treba razložiti na horizontalnu i vertikalnu komponentu da bi mogli primeniti uslove ravnoteže.

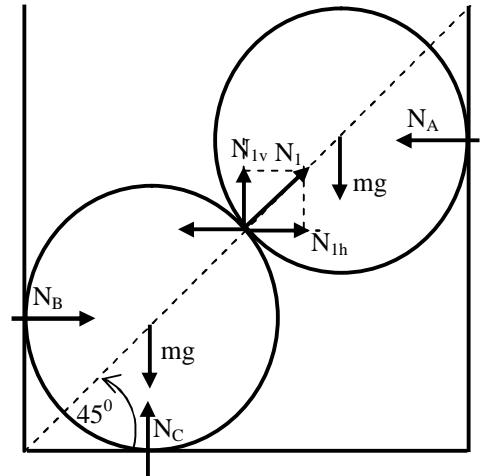
a) Ovo je najlakše. Težine obe kugle deluju vertikalno a jedina sila koja im se suprostavlja je  $N_C$ . Znači  $N_C = 2 mg$  ili  $\mathbf{N}_C = 20 \text{ N}$ .

b) Za gornju kuglu uslov ravnoteže u horizontalnom pravcu glasi  $N_A = N_{1h}$

U vertikalnom pravcu važi  $N_{1v} = mg$ . Vertikalna i horizontalna komponenta čine kvadrat pa je  $\mathbf{N}_A = mg = 10 \text{ N}$ .

v) Sila kojom kugle međusobno deluju je  $N_1$ , a to je dijagonala pomenutog kvadrata. Znači  $\mathbf{N}_1 = 14,1 \text{ N}$ .

g) Po zakonu akcije i reakcije i gornja kugla deluje na donju istom silom i istim komponentama. Po istom rezonu kao gore zaključujemo da je  $\mathbf{N}_B = 10 \text{ N}$ .



**116.**  $m = 24 \text{ kg}$ ;  $L_1 = 1,5 \text{ m}$ ;  $L_2 = 0,5 \text{ m}$ , protok  $q = 2 \text{ litra/s}$ ;  $t = ?$

Ravnoteža na klackalici se postiže kada su momenti sila jednaki:  $mgL_1 = m_{bure}gL_2$  odavde dobijamo

potrebnu masu bureta:  $m_{bure} = \frac{mL_1}{L_2} = \frac{24 \text{ kg} * 1,5 \text{ m}}{0,5 \text{ m}} = 72 \text{ kg}$  masa jednog litra vode je 1 kg. znači traženo

vreme je  $t = \frac{m_{bure}}{q} = \frac{72 \text{ kg}}{2 \text{ l/s}} = 36 \text{ s}$ .

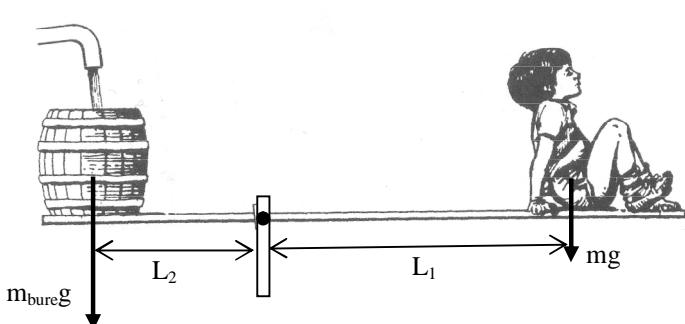
**117.**  $m = 45 \text{ kg}$ ;  $F_1 = ?$ ;  $F_2 = ?$

**Štap se ne obrće jer se momenti sila koje deluju na štap uravnotežavaju.**

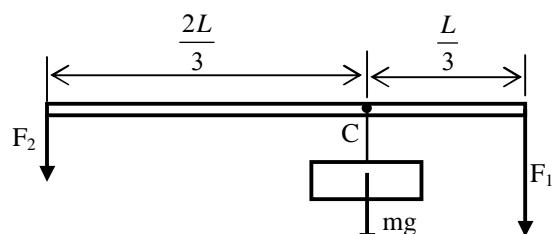
Odabroćemo tačku u kojoj deluje teret – tačka C

Momenti sila treba da budu jednaki: (Postoji i treća sila mg. Zapaziti da je moment od te sile nula jer pravac te sile prolazi kroz C – zato smo i izabrali tu tačku).

$F_1 \cdot \frac{L}{3} = F_2 \cdot \frac{2L}{3} \Rightarrow F_1 = 2F_2$  Ove dve sile nose teret  $\Rightarrow F_1 + F_2 = mg$  ili  $3F_2 = mg$ . Dobija se  $F_2 = 150 \text{ N}$  i  $F_1 = 300 \text{ N}$ .



uz zadatak 116.



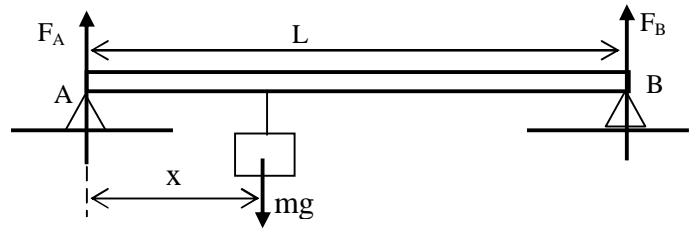
uz zadatak 117.

**118.**  $L = 7 \text{ m}$ ;  $m = 140 \text{ kg}$ ;  $F_A = 500 \text{ N}$ ;  $x = ?$

Ravnoteža sile duž vertikale glasi  $F_A + F_B = mg$ , odavde je  $F_B = mg - F_A$ ;  $F_B = 140\text{kg} \cdot 10\text{m/s}^2 - 500 \text{ N} \Rightarrow F_B = 900 \text{ N}$ .

Greda se ne obrće pa se momenti sile moraju uravnotežavati. Posmatramo tačku A. Oko te tačke gredu obrću sile  $mg$  i  $F_B$ . Moment sile  $F_A$  je nula, jer sila prolazi kroz tu tačku!

$$mgx = F_B \cdot L \Rightarrow x = \frac{F_B \cdot L}{mg} = \frac{900 \text{ N} \cdot 7 \text{ m}}{1400 \text{ N}} = 4,5 \text{ m}.$$



uz zadatak 118.

**119.**  $m = 20 \text{ kg}$ ;  $m_1 = 10 \text{ kg}$ ;  $L = 4 \text{ m}$ ;  $L_1 = 1,5 \text{ m}$ ;

Treba nacrtati sve sile koje deluju na gredu. Obratiti pažnju da težina grede deluje na sredini. Udaljenost sredine grede od levog oslonca je  $L_3 = 2,75 \text{ m}$ .

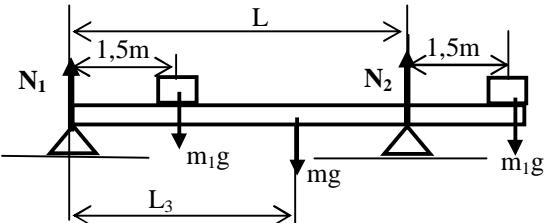
U zadatku se traže sile pritiska na oslonce. One su jednake silama reakcije oslonaca  $N_1$  i  $N_2$ .

Da bi greda bila u ravnoteži neophodno je da se momenti sile i sile uravnotežavaju.

Posmatramo levi oslonac. Ravnoteža momenata daje:  $m_1gL_1 + mgL_3 + m_1g(L + L_1) = N_2L$  Odavde je  $N_2$ :

$$\text{Ravnoteža sile daje: } N_1 + N_2 = m_1g + mg + m_1g \Rightarrow$$

$$N_2 = \frac{m_1gL_1 + mgL_3 + m_1g(L + L_1)}{L} = 312,5 \text{ N} \quad N_1 = m_1g + mg + m_1g - N_2 = 87,5 \text{ N}.$$



uz zadatak 119.

**120.** Težina kocke deluje u težištu. Kocka može da se prevrne oko tačke A.

Krak težine iznosi  $a/2$ , tj. rastojanje pravca sile od te tačke. Ako sila F deluje u visini težišta, onda je i njen krak  $a/2$ .

Uslov obrtanja je da moment sile bude veći od momenta težine, ili bar jednak.

$$F \frac{a}{2} \geq mg \frac{a}{2} \quad \text{Vidi se da treba da sila bude jednaka težini tela } F = mg$$

Da bi se prevrnuo manjom silom treba povećeti krak sile. Naprimjer da deluje duž gornje ivice.

Moment težine ostaje isti, a krak sile je sada  $a$  (rastojanje pravca delovanja sile od tačke A)

$$Fa \geq mg \frac{a}{2} \text{ odavde je } F = \frac{mg}{2}$$

Da li se još može povećati krak sile? Kako treba da deluje sila?

**121.**  $m = 6 \text{ kg}$ ;  $L = 2 \text{ m}$ .

Ovde se opet primenjuje ravnoteža momenata. Treba odrediti krake sile.

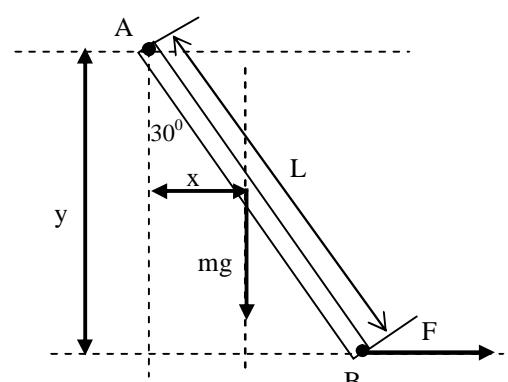
Treba produžiti pravac delovanje sile pa povući paralelu kroz osu obrtanja (tačku A).

Krak sile je (setiti se jednakostraničnog trougla):

a)

$$y = \frac{L\sqrt{3}}{2}; x = \frac{L/2}{2} \Rightarrow x = \frac{L}{4} \quad \text{uslov ravnoteže momenata je: } F \cdot y = mg \cdot x$$

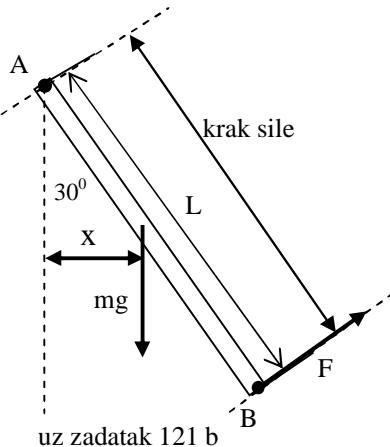
$$F \cdot \frac{L\sqrt{3}}{2} = mg \cdot \frac{L}{4} \Rightarrow F = \frac{mg}{2\sqrt{3}} = 10\sqrt{3} \text{ N.}$$



uz zadatak 121 a

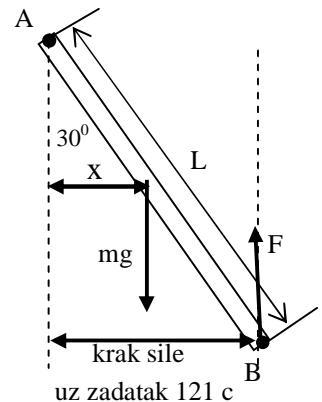
b) U ovom slučaju krak sile je očigledno L, a moment težine ostaje isti.

$$F \cdot L = mg \cdot \frac{L}{4} \Rightarrow F = \frac{mg}{4} \Rightarrow F = 15 N.$$



$$F \cdot \frac{L}{2} = mg \cdot \frac{L}{4} \Rightarrow F = \frac{mg}{2} \Rightarrow F = 30 N.$$

c)



**122.** m = 100 kg; R = 0,25 m; h = 0,15 m; F = ?

Valjak se obrće oko ivice stepenika tj. tačke A. Za tu tačku tražimo moment sile i moment težine. Za određivanje momenta sile produžimo pravac delovanja sile.

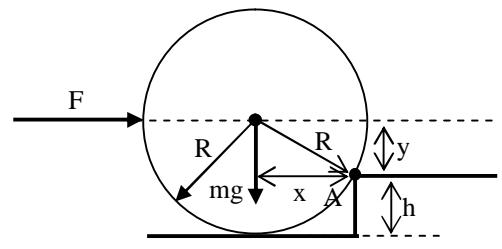
Krak sile je y = R - h = 0,1 m.

Krak težine je x. Njega ćemo izračunati po Pitagorinom teoremi:

$$x = \sqrt{R^2 - y^2} \quad x = \sqrt{0,25^2 - 0,1^2} = 0,23 m.$$

Ravnoteža momenata daje  $F \cdot y = mg \cdot x$

$$F = \frac{mg \cdot x}{y} = \frac{100 \text{ kg} \cdot 10 \text{ m/s}^2 \cdot 0,23 \text{ m}}{0,1 \text{ m}} = 2300 \text{ N.}$$



uz zadatak 122

**123.** m<sub>1</sub> = 15 kg; m<sub>2</sub> = 10 kg; m<sub>3</sub> = 3 kg; N<sub>A</sub> = ? N<sub>B</sub> = ?

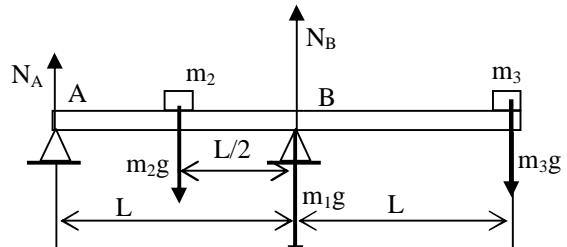
Težina grede deluje na sredini tj. u tački B.

Ravnoteža momenata za tačku B glasi:

$$N_A L + m_3 g L = m_2 g \frac{L}{2} \text{ odavde je}$$

$$N_A = \frac{m_2 g \frac{L}{2} - m_3 g L}{L} = 20 \text{ N. Ravnoteža sila glasi:}$$

$$N_A + N_B = m_2 g + m_1 g + m_3 g \Rightarrow N_B = m_2 g + m_1 g + m_3 g - N_A \Rightarrow N_B = 260 \text{ N.}$$



uz zadatak 123

**124.** m<sub>1</sub> = 60 kg ; m<sub>2</sub> = 20 kg; L = 3 m; α = 30°; μ = 0,5; h = ?

Otpori na osloncima leštvice uvek su normalni na zid odnosno pod.

Ravnoteža sila duž vertikale daje  $F_A = m_1 g + m_2 g$ , tako da je  $F_A = 800 \text{ N.}$

Tako da možemo odmah izračunati silu trenja:  $F_{tr} = \mu F_A$  tj.  $F_{tr} = 0,5 \cdot 800 \text{ N} = 400 \text{ N.}$

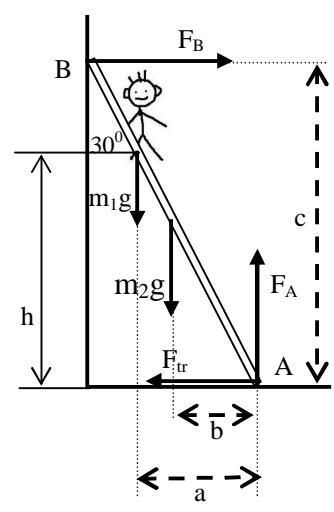
Onda je i  $F_B = F_{tr} = 400 \text{ N}$  (ravnoteža duž horizontalnog pravca)

Uslov ravnoteže momenata najbolje je tražiti za tačku A, jer kroz nju prolaze dve sile pa je njihov moment nula. (Podebljane isprekidane linije daju krake sile).

$$m_1 g a + m_2 g b = F_B c$$

Na osnovu osobina jednakostraničnog trougla važi:

$$c = \frac{L\sqrt{3}}{2} = 2,6 \text{ m}, b = \frac{L/2}{2} = \frac{L}{4} = 0,75 \text{ m}, a = \frac{h}{\sqrt{3}}$$



uz zadatak 124

$a = \frac{F_{BC} - m_2 gb}{m_1 g} = \frac{400 * 2,6 - 20 * 10 * 0,75}{60 * 10} \left[ \frac{Nm}{N} \right] = 1,4833m$ .  $h = a\sqrt{3} \Rightarrow h = 2,57$  m. Znači, praktično se popeo do vrha stepenica, jer je  $c = 2,6$  m.

**125.**  $m = 2$  kg;  $a = 30$  cm;  $b = 45$  cm.  $F = ?$

Nacrtaćemo sile koje deluju na kvadar. To su sila Zemljine teže  $mg$ , sila  $F$ , sila trenja  $F_{tr}$  i sila reakcije podloge  $N$ .

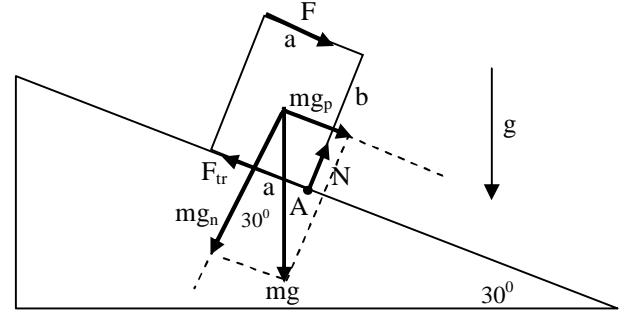
Kvadar može da se prevrne oko tačke A. Za tu tačku je i najbolje tražiti momente jer  $F_{tr}$  i  $N$  prolaze kroz tu tačku pa su njihovi momenti nula. Te dve sile ne utiču na rotaciju tela. Da bi našli moment težine kvadra najbolje je tu silu razložiti na komponente. Ako se setimo polovine jednakostrojčnog trougla Komponente težine iznose:

$$mg_p = \frac{mg}{2}, \quad mg_n = \frac{mg\sqrt{3}}{2}$$

Očigledno je da je krak sile  $F \rightarrow b$ ;  $mg_p \rightarrow b/2$ ;  $mg_n \rightarrow a/2$ .

Ravnoteža momenata glasi:  $Fb + mg_p \frac{b}{2} = mg_n \frac{a}{2}$  Odavde je

$$F = \frac{\frac{mg_n}{2} \frac{a}{2} - mg_p \frac{b}{2}}{b} \Rightarrow F = \frac{\frac{mg\sqrt{3}}{2} \frac{a}{2} - \frac{mg}{2} \frac{b}{2}}{b}$$

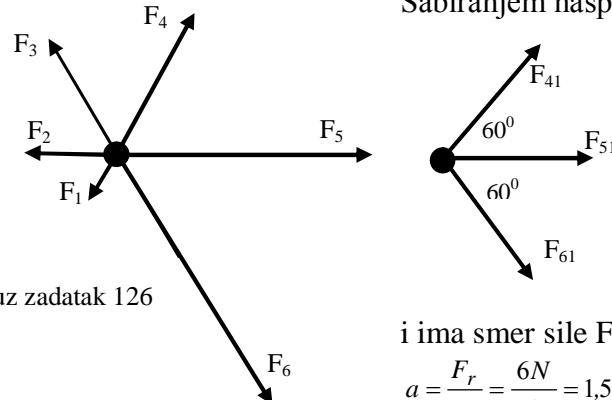


uz zadatak 125

Zamenom se dobija  $F = 0,77$  N. Znači, sila F treba da bude veća od ove vrednosti.

**126.**  $m = 4$  kg;  $F_1 = 1$  N;  $F_2 = 2$  N;  $F_3 = 3$  N;  $F_4 = 4$  N;  $F_5 = 5$  N;  $F_6 = 6$  N;  $F_{rez} = ?$   $a = ?$

Sabiranjem naspramnih sila dolazimo do sledeće



uz zadatak 126

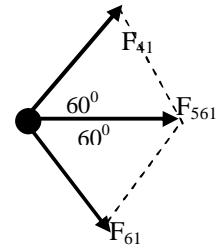
situacije:

gde je  $F_{41} = F_{51} = F_{61} = 3$  N

Sada ćemo sabrati sile  $F_{41}$  i  $F_{61}$ . Ako se nacrta paralelogram sile, treba zapaziti da one čine romb sa jednom uglom  $120^0$ .

Dijagonala tog romba je  $F_{561} = 3$  N i ima smer sile  $F_{51}$ . Tako da je ukupna rezultanta  $\mathbf{F}_r = 6$  N.

$a = \frac{F_r}{m} = \frac{6N}{4kg} = 1,5 \frac{m}{s^2}$  Smer ubrzanja je u smeru sile  $F_5$

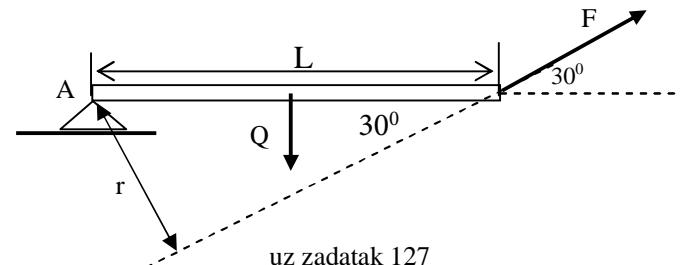


**127.**  $Q = 50$  N;  $F = ?$

Neka je dužina opruge L. Opruga se ne obrće pa je moment sila naprimjer za tačku A jednak nuli, tj. momenti sila za tačku A se uravnovežavaju.

$F_r = Q \frac{L}{2}$  Sa slike se vidi da je  $r = \frac{L}{2}$  (Polovina jednakostrojčnog trougla),

$$F \frac{L}{2} = Q \frac{L}{2} \text{ Odavde je } F = Q \Rightarrow F = 50 \text{ N.}$$



uz zadatak 127

**128.**  $\mu = ?$

Prvo ćemo razložiti silu zatezanja užeta;

$$T_v = T_h = \frac{T\sqrt{2}}{2} \quad \text{Još geometrije: krak težine je } \frac{L\sqrt{2}}{4}$$

Štap se ne obrće pa se momenti sila za tačku oslonca A uravnotežavaju.

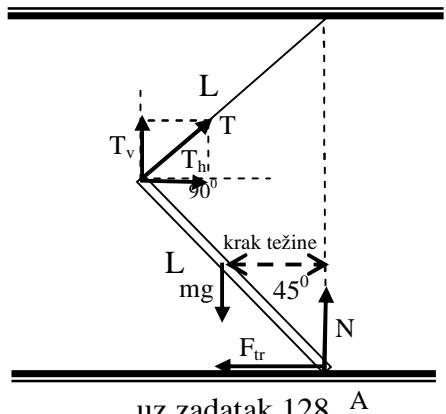
$$T * L = mg \frac{L\sqrt{2}}{4} \Rightarrow T = \frac{mg\sqrt{2}}{4} \quad \text{Znači komponente sile zatezanja su}$$

$T_v = T_h = \frac{mg}{4}$  Duž horizontalnog pravca deluju samo sila trenja i  $T_h$ :

$$F_{tr} = T_h \Rightarrow F_{tr} = \frac{mg}{4} \quad \text{Duž vertikalnog pravca važi uslov}$$

ravnoteže:  $N + T_v = mg$ . Odavde je

$$N = \frac{3mg}{4} \quad \text{Sila trenja je po definiciji: } F_{tr} = \mu N, \text{ odavde je } \mu = \frac{1}{3}$$



uz zadatak 128 A

**129.** Sila pritiska štapa jednaka je silama kojima posuda deluje na štap. Otpor podloge je normalan na podlogu.

Ako se otpori podloge razlože (setite se jednakost straničnog trougla!)

$$N_{Ah} = \frac{N_A}{2}, \quad N_{Av} = \frac{N_A\sqrt{3}}{2}; \quad N_{Bh} = \frac{N_B}{2}, \quad N_{Bv} = \frac{N_B\sqrt{3}}{2}$$

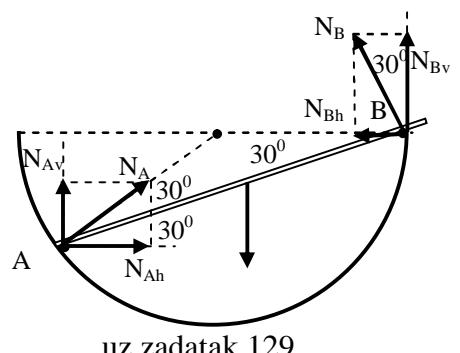
Duž horizontalnog pravca jedine dve sile koje deluju su  $N_{Ah}$  i  $N_{Bv}$  pa moraju biti jednake,  $N_{Ah} = N_{Bv}$ . Odavde sledi da je  $N_A = N_B$

Duž vertikalnog pravca težini  $mg$  ravnotežu drže  $N_{Av}$  i  $N_{Bv}$  tj.

$$N_{Av} + N_{Bv} = mg$$

$$\frac{N_A\sqrt{3}}{2} + \frac{N_B\sqrt{3}}{2} = mg. \quad \text{Uzevši u obzir da je } N_A = N_B \text{ dobija se}$$

$$\text{rešenje: } N_A = N_B = \frac{mg\sqrt{3}}{3}$$



uz zadatak 129



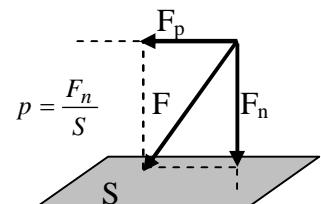
### 3. SILA POTISKA I ARHIMEDOV ZAKON

**Pritisak** je brojno jednak količniku normalne sile i površine na koju sila deluje:

$$p = \frac{F}{S} \quad \text{Jedinica za pritisak je paskal} \quad 1\text{Pa} = 1 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$$

Ako sila **nije normalna** silu treba razložiti. Pritisak je tada jednak količniku normalne komponente sile i površine

**Fluid** je zajednički naziv za tečnosti i gasove.



**Gustina tela** je jednak količniku mase tela i njegove zapremine:  $\rho = \frac{m}{V} \left[ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right]$

Ako je telo sastavljeno od više delova tada je gustina jednak količniku ukupne mase i ukupne zapremine sistema:  $\rho = \frac{m_1 + m_2 + \dots}{V_1 + V_2 + \dots}$

korisno je zapamtiti:  
 $1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$   
gustina vode

Hidrostaticki pritisak je pritisak slojeva fluida iznad posmatrane tačke:  $p = \rho gh$

1. pritisak koji vrši voda na zidove suda i sva tela potopljenih u njoj

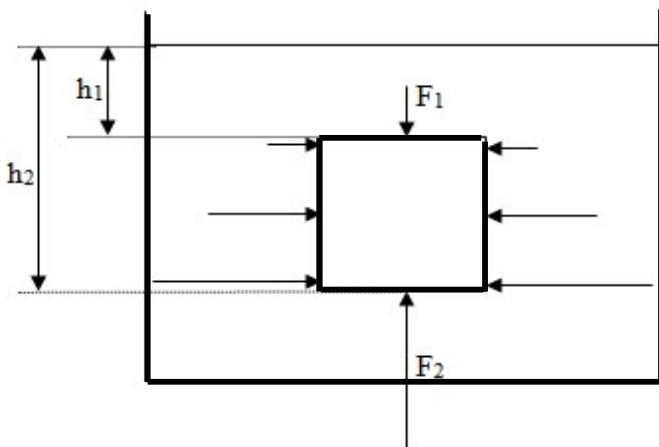
2. deluje na sve strane

3. na istoj dubini jednak je u svim pravcima

4. zavisi od dubine i vrste tečnosti

Hidrostaticki pritisak deluje na sve strane.

Na telo potopljeno u tečnost deluje hidrostaticki pritisak, tj. na sve njegove površine zbog ovog pritiska deluju sile.



Analiza:  
bočne strane - sile uravnovežene  
 $F_1$  - deluje na gornju površinu, potiče od hidrostatickog pritiska na dubini  $h_1$   
 $F_2$  - deluje na gornju površinu, potiče od hidrostatickog pritiska na dubini  $h_2$

$$h_2 > h_1 \Rightarrow p_2 > p_1 \Rightarrow F_2 > F_1$$

$$F_p = F_2 - F_1$$

Sila kojom tečnost deluje na tela koja se u njoj nalaze naziva se **sila potiska**, a njen dejstvo **potisak**.

Sila potiska jednaka je razlici vertikalnih sila, od kojih veća sila deluje sa donje, a manja sa gornje strane tela zaronjenog u tečnosti.

Sila potiska deluje na svako telo koje je delimično ili potpuno potopljen u tečnosti. Ona deluje u pravcu vertikale i usmerena je naviše.

Kada se telo potopi u tečnosti, iako masa ostaje ista, težina tela kao sila koja zateže oprugu je manja.

Zbog sile potiska, telo potopljeno u tečnosti manje zateže oprugu o koju je obešeno, pa može da se kaže da telo potopljeno u tečnosti ima manju težinu nego u vazduhu.

**сила потиска = тежина течности коју истисне тело**

$$Q = mg \quad m = \rho V$$

$$Q = \rho V g = F_p$$

$$F_p = \rho V g$$

$F_p$  - сила потиска

$\rho$  - густина воде (течности)

$V$  - запремина тела (потопљени део тела)

$g$  - убрзање Земљине теже

**Arhimedov zakon:**

**Na svako telo potopljeno u tečnosti deluje sila potiska koja je jednakata težini tečnosti koja je istisnuta telom.**

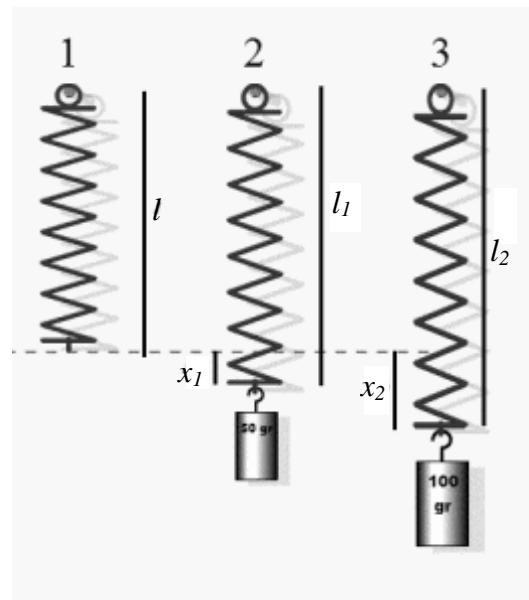
Sila potiska, takođe, deluje i na sva tela koja se nalaze u vazduhu ili nekom drugom gasu, ali je njena jačina znatno manja (zbog male gustine gasova). Zato se sila potiska u gasovima često zanemaruje. Međutim, mora da se uzme u obzir kada se radi o telima velikih zapremina. (vazdušni baloni – njih sila potiska održava)

Posmatramo elastičnu oprugu (u neistegnutom stanju ima dužinu  $l$ ) na koju se kače jednaki tegovi. Pri svakom kačenju opruga se dodatno izdužuje. Mere se izduženja opruge. Koliko puta se poveća jačina sile, toliko puta se poveća i izduženje opruge, odnosno, izduženje opruge je direktno srazmerno jačini sile koja izaziva deformaciju.

Šta to znači? Ako se pri delovanju sile  $F_1$  opruga istegne (ili sabije) za  $x_1$ , a pri delovanju sile  $F_2$  deformacija je  $x_2$ , onda važi:

$$\frac{F_1}{x_1} = \frac{F_2}{x_2} \text{ ili } \mathbf{F} = kx \text{ tj. sila je upravo srazmerna izduženju opruge}$$

$k$  je konstanta elastičnosti, zavisi od vrste opruge.



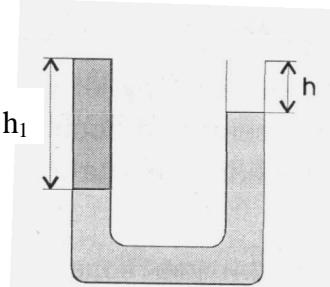
### Zadaci:

*Potrebno je prvo da se podsetimo zadataka iz šestog razreda (za svaki slučaj!):  
(od 130 do 139)*

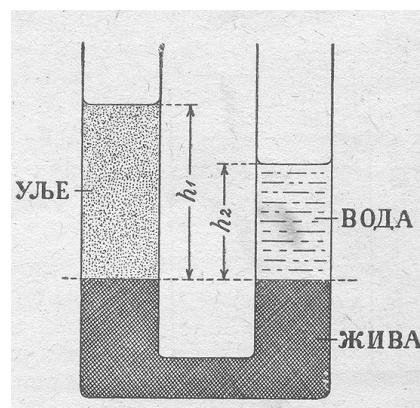
**130.** U cevi se nalaze voda i ulje. Te dve tečnosti se ne mešaju. Izračunati gustinu ulja ako je visina  $h_1 = 8 \text{ cm}$ , a visina  $h = 2 \text{ cm}$ . (Rez.:  $750 \text{ kg/m}^3$ )

**131.** Dve šire staklene cevi, među sobom spojene, postavljene su vertikalno. U cevi se najpre uspe izvesna količina žive, a zatim se u jednu cev (na slici - levu) ulije ulje do visine 20 cm, a u drugu cev (na slici - desnu) voda do visine 16 cm. Kolika je gustina ulja ako se nivoi žive u obe cevi nalaze na istoj visini? (Rez.:  $800 \text{ kg/m}^3$ )

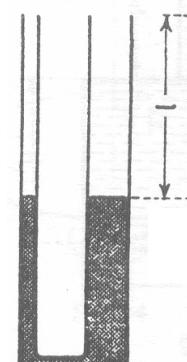
**132.** U vertikalnoj „U“ cevi površina jednog preseka je  $S_1$  a drugog  $S_2 = 3S_1$ . U takvu cev se sipa živa tako da je njen nivo 30 cm niže od vrha cevi. Za koliko će se povisiti nivo žive u širem delu cevi ako se u uži deo nalije voda do vrha? (Rez.: 6 mm)



uz zadatak 130



uz zadatak 131



uz zadatak 132

**133.** Kartonska kutija dimenzija 50cm, 25cm, 32cm služi za pakovanje lomljivih predmeta. U kutiju se pakaju male kocke ivice 6cm. Između kockica sipa se piljevina. Koliko kockica se može spakovati u kutiju? Kolika je zapremina piljevine? (Rez.: 160;  $5440 \text{ cm}^3$ )

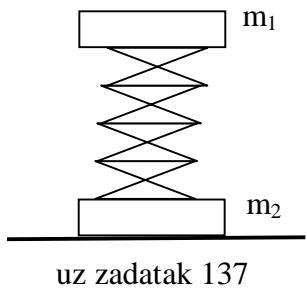
**134.** Kolika je zapremina vode potrebna da se napravi 100 kockica leda? Kockice su ivice 2 cm. Gustina leda je  $900 \text{ kg/m}^3$ , a gustina vode  $1000 \text{ kg/m}^3$ . (Rez.:  $V=720 \text{ cm}^3$ )

**135.** Masa prazne čaše je 30 g, a kada je napunjena vodom 50 g. Kolika je masa čaše kada se napuni živom? Gustina vode je  $1000 \text{ kg/m}^3$ , a žive  $13\,600 \text{ kg/m}^3$ . (Rez.: 302g)

**136.** Pod dejstvom sile 3N opruga ima dužinu od 12 cm, a pod dejstvom sile od 6N ima dužinu od 14 cm. Kolika je dužina nedeformisane opruge? (Rez.: 10 cm)

**137.** U sistemu na slici  $m_1=1\text{kg}$ ,  $m_2=0,5\text{kg}$ , a opruga je sabijena za 2cm. Za koliko će biti sabijena opruga ako tela zamene mesta? (Rez.: 1 cm)

**138.** U kuglici od gvožđa ( $\rho = 7,8 \text{ g/cm}^3$ ) nalazi se šupljina potpuno ispunjena živom ( $\rho = 13,6 \text{ g/cm}^3$ ). Masa cele kuglice je  $m = 237,2 \text{ g}$ , a njena zapremina  $20 \text{ cm}^3$ . Kolika je zapremina šupljine? (Rez.:  $14 \text{ cm}^3$ )



uz zadatak 137

**139.** U cilindrični sud sipane su živa i voda istih masa. Ukupna visina stuba tečnosti u sudu je 29,2 cm. Koliki je pritisak tečnosti na dno suda? (Rez.:  $5337 \text{ Pa}$ )

**140.** Šupalj predmet od gvožđa teži u vazduhu  $270 \text{ N}$  a u vodi  $180 \text{ N}$ . Izračunati zapreminu šupljina u predmetu. Gustina gvožđa iznosi  $7800 \text{ kg/m}^3$  a vode  $1000 \text{ kg/m}^3$ . (Rez.:  $0,0055 \text{ m}^3$ )

**141.** U sudu se nalaze voda i živa jedna iznad druge. Koliki deo kugle, koja pliva između dve tečnosti, se nalazi u vodi? Gustina vode je  $1000 \text{ kg/m}^3$ , žive  $13600 \text{ kg/m}^3$ , kugle  $7700 \text{ kg/m}^3$ . (Rez.: 0,47)

**142.** "To je samo vrh ledenog brega". Tako se kaže kada hoćemo da naglasimo da se nešto slabo vidi ili poznaje. Odredi deo ledenog brega ispod morske površine. Gustina morske vode je  $1030 \text{ kg/m}^3$ , a gustina leda  $920 \text{ kg/m}^3$ . (Rez.: 89%)

**143.** Komad leda pliva u posudi sa vodom. Šta će biti sa nivoom vode u posudi ako se led potpuno istopi? Gustina vode je  $1 \text{ g/cm}^3$ , a leda  $0,9 \text{ g/cm}^3$ .

**144.** Dva tela istih zapremina a različitih masa potopljeni su u vodu. Jedno od njih, koje ima masu  $1\text{kg}$ , pada kroz vodu vertikalno naniže ubrzanjem  $3 \text{ m/s}^2$ , a drugo telo penje se vertikalno naviše kroz vodu istim ubrzanjem. Izračunati masu drugog tela. Trenje zanemariti. (Rez.:  $0,54 \text{ kg}$ )

**145.** Balon mase  $m$  spušta se stalnom brzinom u vazduhu. Koliku masu balasta treba izbaciti da bi se balon podizao istom brzinom? Sila potiska je poznata. (Trenje nije zanemareno) (Rez.:  $m_x = 2(mg - F_p)/g$ )

(Балон је аеростатички ваздухоплов без властитог погона, чији је главни део испуњен гасом лакшим од ваздуха)



uz zadatak 145

**146.** Sa visine 1m iznad nivoa mirne jezerske vode pusti se da pada sferna kuglica od materijala gustine  $0,92 \text{ g/cm}^3$  Na kojoj dubini u vodi će se zaustaviti ta kuglica? Koliko vremena će se kretati kuglica kroz vodu? Trenje zanemariti. Gustina vode je  $1 \text{ g/m}^3$ . (Rez.:  $11,5\text{m}; 10,4 \text{ s}$ )

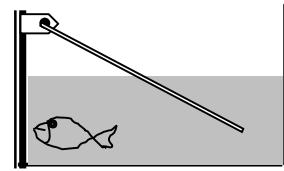
**147.** Na krajeve horizontalne poluge obešena su dva tela gustina  $\rho_1$  i  $\rho_2$  koja se uravnovežuju. Kada tela potoplimo u različite tečnosti ravnoteža se ne poremeti. Kako se odnose gustine tečnosti međusobno?

**148.** U vodi kada je potpuno potopljena olovna kugla ima težinu 10 N. Aluminijumska kugla potopljena u vodu ima u vodi takođe težinu 10 N. Koja kugla ima veću masu? Gustina olova je  $11,3 \text{ g/cm}^3$ , gustina aluminijuma  $2,7 \text{ g/cm}^3$ , gustina vode je  $1 \text{ g/cm}^3$ . (Rez.: Pb 1,097 kg, Al 1,588 kg)

**149.** Odrediti masu pojasa za spasavanje izrađenog od plute, koji može da drži čoveka mase 60 kg na vodi, tako da mu glava i ramena ( $1/8$  zapremine) budu iznad vode. Gustina čoveka je  $1070 \text{ kg/m}^3$ , vode  $1000 \text{ kg/m}^3$ , plute  $200 \text{ kg/m}^3$ . (Rez.: 2,73 kg)

**150.** Na vodi plivaju kocka i lopta načinjena od istog drveta. Ivica kocke je 10 cm, a poluprečnik lopte 14 cm. Gornja stranica kocke je paralelna sa površinom vode i nalazi se 5 cm iznad nje. Odrediti koliki deo zapremine lopte je pod vodom. (Rez.: 1/2)

**151.** Homogena šipka je zglobno učvršćena za zid, a njen drugi kraj je u vodi. U stanju ravnoteže šipka je iskošena i u vodi je polovina šipke. Kolika je gustina materijala od kojeg je napravljena šipka? (Rez.:  $750 \text{ kg/m}^3$ )



uz zadatak 151

**152.** Homogena kocka pliva na površini žive. Pri tome je potopljena  $1/5$  zapremine kocke. Ako se na tu kocku postavi još jedna, iste veličine ali od drugog materijala, u živi će biti potopljena polovina prve kocke. Odrediti gustinu obe kocke. (Rez.:  $2720 \text{ kg/m}^3$ ;  $4080 \text{ kg/m}^3$ )

### 3. SILA POTISKA I ARHIMEDOV ZAKON – REŠENJA:

**130.**  $h_1 = 8 \text{ cm}$ ;  $h = 2 \text{ cm}$ ;  $\rho_{\text{ulje}} = ?$

Važan stav: **U homogenoj tečnosti koja miruje pritisak je isti u svim tačkama koje se nalaze na istoj visini.**

Ili: Ista tečnost, isti nivo, isti pritisak.

Da nije tako tečnost bi se kretala usled različitih pritisaka.

Znači, pritisici u tačkama A i B su jednaki.

$$p_A = p_B$$

Gustina vode je veća od gustine ulja, znači voda ima visinu  $h_2$  (manja je od  $h_1$ )

Očigledno je  $h_2 = 6 \text{ cm}$ .

$$\rho_{\text{ulje}}gh_1 = \rho_{\text{voda}}gh_2 \Rightarrow \rho_{\text{ulje}} = \frac{\rho_{\text{voda}}h_2}{h_1} = \frac{1000 \text{ kg/m}^3 \cdot 6 \text{ cm}}{8 \text{ cm}} = 750 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

**131.**  $h_1 = 20 \text{ cm}$ ;  $h_2 = 16 \text{ cm}$ ;  $\rho_{\text{ulje}} = ?$

Opet su pritisici u tačkama A i B jednaki (isti nivo – ista tečnost – isti pritisak)

$$\rho_{\text{ulje}}gh_1 = \rho_{\text{voda}}gh_2 \Rightarrow \rho_{\text{ulje}} = \frac{\rho_{\text{voda}}h_2}{h_1} = \frac{1000 \text{ kg/m}^3 \cdot 16 \text{ cm}}{20 \text{ cm}} = 800 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

**132.**  $l = 30 \text{ cm}$ ;  $\rho_z = 13600 \text{ kg/m}^3$ ;  $\rho_{\text{voda}} = 1000 \text{ kg/m}^3$ ;  $h_2 = ?$

Usled sisanja vode u uži deo cevi nivo žive u širem će se povisiti sve dok se pritisici u tačkama A i B ne izjednače.

Novo je da kraci „U“ nisu istog poprečnog preseka. Zato visine  $h_1$  i  $h_2$  nisu isti. Sada treba uzeti u obzir da su tečnosti **nestišljive**. To znači da se zapremina tečnosti ne može smanjiti! Ili, zapremina tečnosti ostaje ista.

$V_1 = V_2$ . Zapremina se dobija kada se površina osnove pomnoži sa visinom.

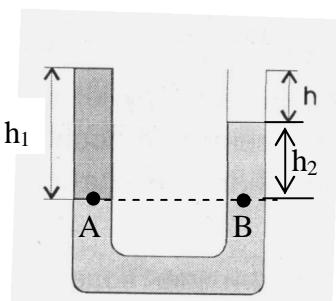
$$S_1h_1 = S_2h_2 \Rightarrow S_1h_1 = 3S_2h_2 \text{ . Odavde je } h_1 = 3h_2.$$

$$p_A = p_B \text{ (Primenimo formulu: } p = \rho gh)$$

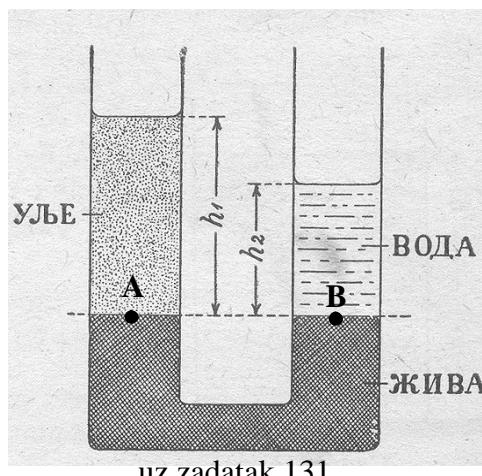
$$\rho_{\text{vode}}g(l + h_1) = \rho_zg(h_1 + h_2) \text{ odavde je } \rho_{\text{vode}}(l + 3h_2) = 4\rho_zh_2$$

$$\rho_{\text{vode}}l + 3\rho_{\text{vode}}h_2 = 4\rho_zh_2$$

$$h_2 = \frac{\rho_{\text{vode}}l}{4\rho_z - 3\rho_{\text{vode}}} \approx 0,6 \text{ cm}$$

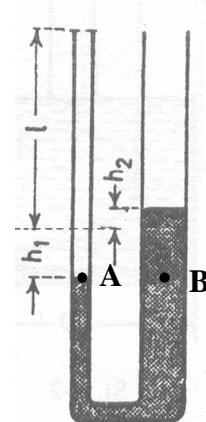


uz zadatak 130



uz zadatak 131

Treba uočiti da nigde nismo uračunavali atmosferski pritisak jer deluje na obe strane „U“ cevi pa se njegovo delovanje potire.



uz zadatak 132

**133.**  $a = 50 \text{ cm}$ ;  $b = 25 \text{ cm}$ ;  $c = 32 \text{ cm}$ ,  $n = ?$ ;  $V_{\text{piljevina}} = ?$

Po **dužini** može stati  $50:8=8$  kockica po **širini**  $25:6=4$  kocke, po **visini**  $32:6=5$  kocki.

Ukupno ima  $8 \cdot 4 \cdot 5 = 160$  kockica.

Zapremina jedne kockice  $6 \cdot 6 \cdot 6 = 216 \text{ cm}^3$ . Zapremina svih kockica je  $160 \cdot 216 = 34560 \text{ cm}^3$ .

Zapremina cele kutije je  $50 \cdot 25 \cdot 32 = 40000 \text{ cm}^3$ .

**Razlika je  $5440 \text{ cm}^3$**  što predstavlja zapreminu piljevine.

**134.** n = 100; a = 2 cm; V<sub>vode</sub> = ?

**Masa leda jednaka je masi vode! (početna ideja)**

Zapremine jedne kockice leda je 8 cm<sup>3</sup> a zapremine svih 100 je 800 cm<sup>3</sup> definicija gustine je  $\rho = \frac{m}{V}$  pa je m =  $\rho V$  tj masa leda je m = 0,9 g/cm<sup>3</sup>\*800cm<sup>3</sup> = 720g. Tolika je i masa vode. Zapremina vode je V = m/ρ ili **V=720 cm<sup>3</sup>**.

**135.** m<sub>č</sub> = 30 g; m<sub>2</sub> = 50 g; m<sub>žive i čaše</sub> = ?

**Voda se sipa da se odredi zapremina čaše!**

Masa vode u čaši je 20 grama. Znači da je zapremina čaše  $V = \frac{m}{\rho} = \frac{20g}{1g/cm^3} = 20cm^3$

U ovu zapreminu može stati žive (m=ρV) m=13,6g/cm<sup>3</sup>\*20cm<sup>3</sup> tj. m= 272 g. Masa žive zajedno sa čašom iznosi **302g**.

**136.** L<sub>1</sub>=12cm, L<sub>2</sub>=14cm, F<sub>1</sub>=3N, F<sub>2</sub>=6N. L<sub>0</sub>=?

Sile elastičnosti su upravo srazmerne deformacijama

$$\frac{F_1}{L_1 - L_0} = \frac{F_2}{L_2 - L_0} \text{ unakrsnim množenjem dobija se } F_1(L_2 - L_0) = F_2(L_1 - L_0) \text{ ili } F_1 L_2 - F_2 L_0 = F_2 L_1 - F_1 L_0$$

Ako je lakše, zameniti cifre: 3N\*14cm – 3N\* L<sub>0</sub>=6N\*12cm – 6N \*L<sub>0</sub>

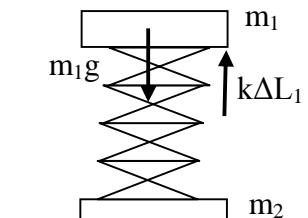
grupisanjem članova dobija se 6N \*L<sub>0</sub> - 3N\* L<sub>0</sub>= 72Ncm – 42Ncm ⇒ 3N\* L<sub>0</sub>=30Ncm ili **L<sub>0</sub>=10cm**

**137.** m<sub>1</sub> = 1 kg; m<sub>2</sub> = 0,5 kg; ΔL<sub>1</sub> = 2 cm; ΔL<sub>2</sub> = ?

U prvom slučaju oprugu sabija težina prvog tela, znači m<sub>1</sub>g = kΔL<sub>1</sub>

U drugom slučaju oprugu sabija težina drugog tela, znači m<sub>2</sub>g = k ΔL<sub>2</sub>  
ako podelimo jednačine

$$\frac{m_1g}{m_2g} = \frac{k\Delta L_1}{k\Delta L_2} \text{ skraćivanjem i unakrsnim množenjem dobija se } \Delta L_2 = 1\text{cm}$$



uz zadatak 137

**138.** m<sub>uk</sub> = 237,2 g; ρ<sub>1</sub> = 7,8 g/cm<sup>3</sup>; ρ<sub>2</sub> = 13,6 g/cm<sup>3</sup>; g = 9,81 m/s<sup>2</sup>; V = 20 cm<sup>3</sup>; V<sub>2</sub> = ?

$$m_{uk} = m_1 + m_2 \text{ ili } m_{uk} = \rho_1 V_1 + \rho_2 V_2$$

ovde je m<sub>1</sub> – masa kuglice, m<sub>2</sub> – masa žive, V<sub>1</sub> – zapremina gvožđa kuglice, V<sub>2</sub> – zapremina šupljine treba nam V<sub>2</sub>, znači eliminisati V<sub>1</sub>. V<sub>1</sub> = V – V<sub>2</sub>.

Možda je lakše ako odmah zamenimo brojne vrednosti

$$237,2 = 7,8(20 - V_2) + 13,6V_2 \text{ ili } 237,2 = 156 - 7,8V_2 + 13,6V_2 \text{ tj } 237,2 = 156 + 5,8 V_2 \text{ odavde je } 5,8V_2 = 81,2 \text{ konačno } \mathbf{V_2=14\text{ cm}^3}, \text{ zapremina šupljine.}$$

**139.** h = 29,2 cm; ρ<sub>v</sub> = 1000 kg/m<sup>3</sup>; ρ<sub>ž</sub> = 13 600 kg/m<sup>3</sup>, p = ?

Ukupan pritisak na dno suda jednak je zbiru hidrostatičkih pritisaka vode i žive  $p = \rho_{ž}gh_1 + \rho_vgh_2$

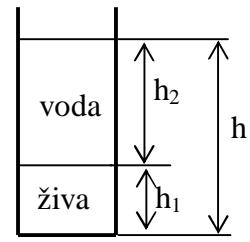
Treba naći pojedinačne visine. Za to ćemo iskoristiti podatak da su mase jednake:

$$m_1 = m_2 \Rightarrow \rho_{ž}Sh_1 = \rho_vSh_2 \Rightarrow 13600h_1 = 1000h_2 \Rightarrow \mathbf{h_2 = 13,6h_1}$$

$$\text{Ukupna visina je } h = h_1 + h_2 \Rightarrow h = h_1 + 13,6h_1 \Rightarrow \mathbf{h_1 = 2\text{ cm}}, \mathbf{h_2 = 27,2\text{ cm}}.$$

Zamenom u izraz za pritisak dobija se:

$$p = 13600\text{kg/m}^3 * 9,81\text{m/s}^2 * 0,02\text{m} + 1000\text{kg/m}^3 * 9,81\text{m/s}^2 * 0,272\text{m} = 5337 \text{ Pa.}$$



uz zadatak 139

**140.** Q<sub>1</sub> = 270 N; Q<sub>2</sub> = 180 N; ρ<sub>Fe</sub> = 7800 kg/m<sup>3</sup>; ρ<sub>v</sub> = 1000 kg/m<sup>3</sup>; g = 10 m/s<sup>2</sup>; V<sub>s</sub> = ?

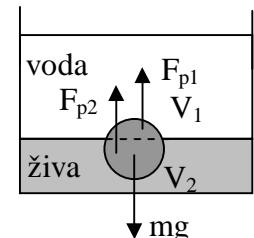
Iz težine predmeta u vazduhu može se odmah izračunati masa predmeta i zapremina gvožđa:

$$Q_1 = m_1g \Rightarrow m_{Fe} = \frac{Q_1}{g} = \frac{270N}{10\text{ m/s}^2} = 27\text{ kg}. \text{ Odavde je } V_{Fe} = \frac{m}{\rho} = \frac{27kg}{7800\text{kg/m}^3} = 0,0035\text{m}^3.$$

Razlika u tezinama u vazduhu i vodi potiče od sile potiska: F<sub>p</sub> = Q<sub>1</sub> – Q<sub>2</sub> ⇒ F<sub>p</sub> = 90 N.

Po definiciji sile potiska je  $F_p = \rho_v g V$  gde je  $V$  zapremina potopljenog tela – gvožđe zajedno sa šupljinom:  $V = \frac{F_p}{\rho_v g} = \frac{90N}{1000 \text{ kg/m}^3 \cdot 10 \text{ m/s}^2} = 0,009 \text{ m}^3$ .

Znači zapremina šupljine je  $V_s = V - V_{Fe} \Rightarrow V_s = 0,0055 \text{ m}^3$ .



**141.**  $\rho_v = 1000 \text{ kg/m}^3$ ;  $\rho_z = 13\,600 \text{ kg/m}^3$ ;  $\rho_k = 7700 \text{ kg/m}^3$ ,  $V_1 = ?$

Na telo deluju sile potiska od obe tečnosti,  $F_{p1}$  i  $F_{p2}$ . Te dve sile se uravnovežavaju sa silom zemljine teže:

$$mg = F_{p1} + F_{p2}$$

$mg = \rho_v g V_1 + \rho_z g V_2$  Ako izrazimo i masu kugle preko gustine, ceo izraz može da se skrati sa  $g$ :

$$\rho_k V = \rho_v V_1 + \rho_z V_2$$

$\rho_k V = \rho_v V_1 + \rho_z (V - V_1)$ ; Množenjem i grupisanjem članova dobija se izraz:(ovo je lako za specijalce!)

$$V_1 = \frac{\rho_z - \rho_k}{\rho_z - \rho_v} V = \frac{13600 - 7700}{13600 - 1000} \left[ \frac{\text{kg/m}^3}{\text{kg/m}^3} \right] * V = 0,47V$$

Ili u vodi se nalazi 47% kugle.

**142.**  $\rho_1 = 1030 \text{ kg/m}^3$ ;  $\rho_2 = 920 \text{ kg/m}^3$ ;

$$V_2 = ?$$

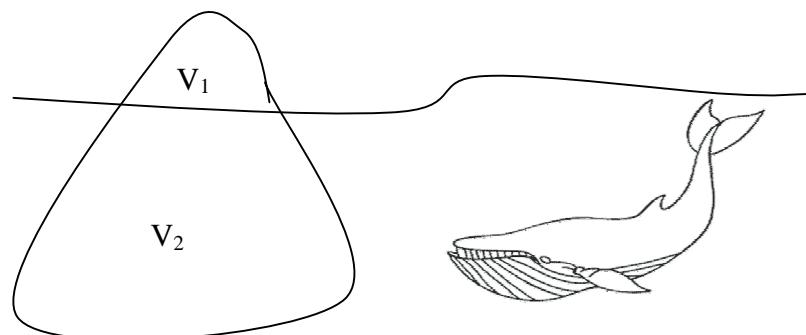
Neka je zapremina vidljivog dela  $V_1$ , a zapremina dela pod vodom  $V_2$ .

Ravnoteža nastupa kada je ukupna težina ledenog brega jednaka sili potiska.

$$\rho_2 g (V_1 + V_2) = \rho_1 g V_2$$

$$\text{odavde je: } V_2 = \frac{\rho_2 (V_1 + V_2)}{\rho_1} \text{ ili } V_2 = \frac{920V}{1030} = 0,89V$$

Znači, skoro 9/10 ledenog brega je ispod morske površine.



**143.**  $\rho_1 = 1 \text{ g/cm}^3$ ,  $\rho_2 = 0,9 \text{ g/cm}^3$ .

Neka je zapremina dela nad vodom  $V_1$ , a zapremina dela pod vodom  $V_2$ . Ukupna zapremina je  $V$ .

Uslov ravnoteže glasi da je težina leda jednaka sili potiska:  $\rho_2 g V = \rho_1 g V_2$  odavde je:

$$V_2 = \frac{\rho_2 V}{\rho_1} = 0,9V$$

Masa leda je ista kao i masa vode koja se dobije topljenjem leda. – **Masa sistema je uvek nepromenljiva ako je sistem izolovan (odvojen od okoline).** – **Ovo je zakon održanja mase.**

$m_{vode} = m_{leda} \Rightarrow \rho_1 V_{vode} = \rho_2 V \quad V_{vode} = \frac{\rho_2 V}{\rho_1} = 0,9V$ . Zapremina vode dobijena topljenjem leda je ista kao

i zapremina leda pod vodom! Zapremina dobijene vode je taman dovoljna da se popuni zapremina  $V_2$ .

**Znači visina vode u sudu se neće promeniti!**

**144.**  $m_1 = 1 \text{ kg}$ ;  $a = 3 \text{ m/s}^2$ ;  $V_2 = V_1$ ;  $m_2 = ?$

Ako su zapremine tela jednake onda su jednake i sile potiska!

Postavićemo jednačine kretanja za oba tela:

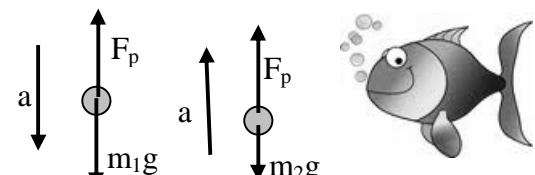
$$\text{Za telo koje pada naniže: } m_1 a = m_1 g - F_p$$

$$\text{Za telo koje ide naviše: } m_2 a = F_p - m_2 g$$

Ako saberemo jednačine dobijamo;

$$m_1 a + m_2 a = m_1 g - m_2 g; \text{ Ako grupišemo po masama: } m_2 a + m_2 g = m_1 g - m_2 g; \text{ Odavde je:}$$

$$m_2 = \frac{m_1(g-a)}{g+a} = 0,54 \text{ kg.}$$



uz zadatak 144

**145.**  $v = \text{const.}; m_x = ?$  (Balast znači višak tereta!)

Ovdje treba zapaziti više činjenica:

Balon se kreće ravnomerno u oba slučaja, znači ubrzanje je nula!

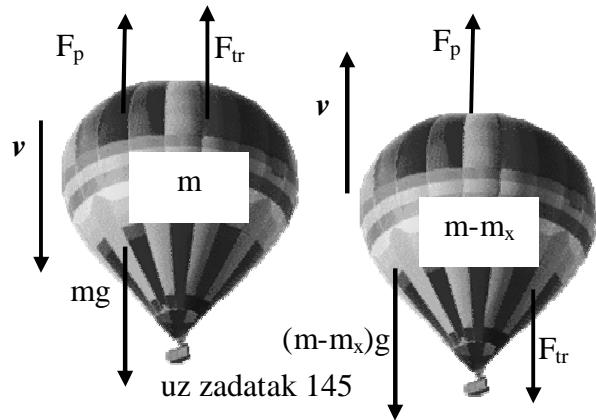
Brzina je ista u oba slučaja. Jedino je tada i sila trenja ista u oba slučaja. Sila trenja je upravo strazmerna brzini.

Sila trenja je usmerena suprotno od smera kretanja.

Sila potiska je uvek usmerena uvis.

Za prvi slučaj:  $0 = mg - F_p - F_{tr}$ Za drugi slučaj:  $0 = (m - m_x)g + F_{tr} - F_p$ ; Opet saberemo jednačine i sile trenja se potiru: $0 = mg - F_p + (m - m_x)g - F_p$ ; Ako sredimo jednačinu:

$$0 = 2mg - 2F_p - m_x g \Rightarrow m_x = \frac{2(mg - F_p)}{g}$$

**146.**  $h = 1 \text{ m}; \rho = 0,92 \text{ g/cm}^3; \rho_0 = 1 \text{ g/cm}^3; s = ?; t = ?$ Kuglica slobodno pada sa visine  $h$  i na površinu jezera padne

$$\text{brzinom } v = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 \cdot 1 \text{ m}} = 4,43 \text{ m/s}.$$

To je početna brzina za kretanje kroz vodu. Ubrzanje pri kretanju kroz vodu iznosi:

$$ma = mg - F_p \text{ ili}$$

 $\rho V a = \rho V g - \rho_0 V g$ ; Ako se jednačina skrati sa  $V$  i sredi, ubrzanje iznosi:

$$a = \frac{g(\rho - \rho_0)}{\rho} = \frac{9,81 \text{ m/s}^2 (0,92 - 1) \text{ g/cm}^3}{0,92 \text{ m/cm}^3} = -0,853 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}. \text{ Ubrzanje je}$$

negativno što znači da se kuglica kreće usporeno i da će se zaustaviti. Vreme zaustavljanja je:  $0 = v_0 - at$ 

$$\Rightarrow t = \frac{v_0}{a} = \frac{4,43 \text{ m/s}^2}{0,853 \text{ m/s}^2} = 5,2 \text{ s}.$$

Treba obratiti pažnju na formulaciju zadatka: "Koliko vremena će se kuglica kretati kroz vodu"

U vodi je i kad se vraća do površine. Za to joj treba isto toliko vremena jer se ubrzanje naviše izračunava iz:  $ma = F_p - mg$ . Ovo daje istu vrednost ubrzanja.Znači ukupno vreme u vodi iznosi:  $t_{uk} = 2t = 10,4 \text{ s}$ .

$$\text{Zustavni put iznosi: } s = \frac{v_0^2}{2a} = 11,5 \text{ m}$$

**147.**  $Q_1$  i  $Q_2$  su težine tela i iznose

$$Q_1 = mg = \rho_1 V_1 g; Q_2 = \rho_2 V_2 g.$$

Uslov ravnoteže poluge pre potapanja je:

$$Q_1 L_1 = Q_2 L_2 - \text{Ravnoteža momenata sila.}$$

$$\Rightarrow \rho_1 V_1 g L_1 = \rho_2 V_2 g L_2 \text{ skraćivanjem sa } g:$$

$$\rho_1 V_1 L_1 = \rho_2 V_2 L_2$$

Kada se tela potope u tečnosti na njih će delovati još sila potiska:

$$F_{p1} = \rho_1' V_1 g \text{ i } F_{p2} = \rho_2' V_2 g. \text{ Ravnoteža momenata sada glasi:}$$

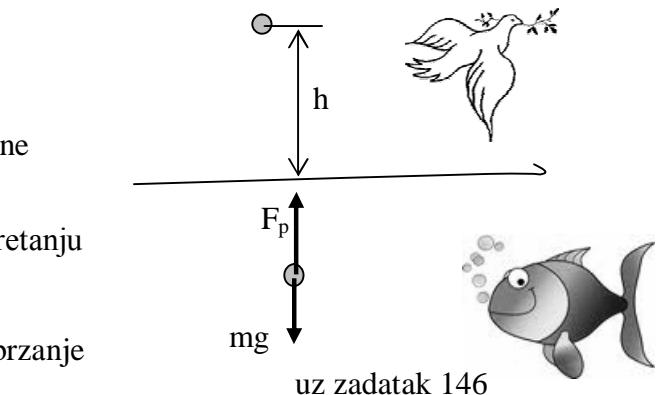
$$(Q_1 - F_{p1})L_1 = (Q_2 - F_{p2})L_2 \text{ Zamenom izraza za sile dobija se:}$$

$$(\rho_1 V_1 g - \rho_1' V_1 g)L_1 = (\rho_2 V_2 g - \rho_2' V_2 g)L_2. \text{ Množenjem i skraćivanjem sa } g \text{ dobijamo:}$$

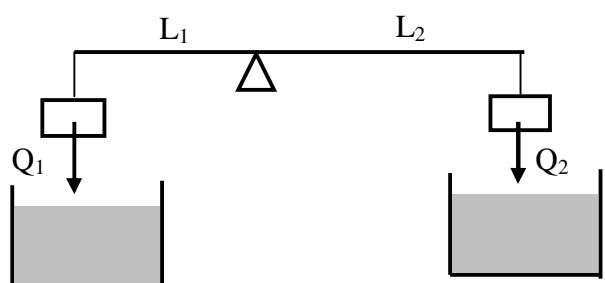
$$\rho_1 V_1 L_1 - \rho_1' V_1 L_1 = \rho_2 V_2 L_2 - \rho_2' V_2 L_2.$$

Prvi članovi sa obe strane jednačine se potiru, na osnovu uslova ravnoteže pre potapanja. Korišćenjem

$$\text{istog tog uslova dobija se konačno rešenje: } \frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{\rho_1'}{\rho_2'}$$



uz zadatak 146



**148.**  $Q_{voda} = 10 \text{ N}$ ;  $g = 10 \text{ m/s}^2$ ;  $m = ?$

Razlika težina tela u vazduhu i u vodi jednaka je sili potiska.

$Q_{vaz} - Q_{voda} = F_p \Rightarrow mg - Q_{voda} = \rho_{voda} g V$ . Zapreminu tela izračunaćemo iz gustine tela koja je data:

$$V = \frac{m}{\rho_{tela}} \quad \text{Zamenom dobijamo} \quad mg - Q_{voda} = \rho_{voda} g \frac{m}{\rho_{tela}} \quad \text{grupisanjem članova koji sadrže m dobijamo:}$$

$$mg - \rho_{voda} \frac{mg}{\rho_{tela}} = Q_{voda} \Rightarrow mg \left(1 - \frac{\rho_{voda}}{\rho_{tela}}\right) = Q_{voda} \Rightarrow m = \frac{Q_{voda}}{g \left(1 - \frac{\rho_{voda}}{\rho_{tela}}\right)} \quad \text{Zamenom vrednosti za olovo dobija se}$$

$m_{olovo} = 1,097 \text{ kg}$ , a za aluminijum  $m_{al} = 1,588 \text{ kg}$ . Može se i izračunati zapremine tela.

**149.**  $m_c = 60 \text{ kg}$ ;  $\rho_c = 1070 \text{ kg/m}^3$ ;  $\rho_v = 1000 \text{ kg/m}^3$ ;  $\rho_{pl} = 200 \text{ kg/m}^3$ ;  $m_{pl} = ?$

Sila potiska deluje na čoveka ( $7/8 \text{ V}$ ) i na pojas (ceo). One se uravnotežavaju se silama zemljine teže na čoveka i pojas.

$$F_{pot,c} + F_{pot,pl} = m_c g + m_{pl} g.$$

Pošto nemamo vrednosti zapremina tela potrebno je silu potiska izraziti preko masa. Masa čoveka se zna, a masa plute traži.

$$F_{pot} = \rho_{vode} g V, \text{ kako je } V = m / \rho_{tela} \text{ dobijamo} \quad F_{pot} = \rho_{vode} g \frac{m}{\rho_{tela}}$$

Treba uzeti u obzir da sila potiska na čoveka deluje na  $7/8$  zapremine. Dakle, imamo:

$$\rho_v g \frac{m_{pl}}{\rho_{pl}} + \rho_v g \frac{7}{8} \frac{m_c}{\rho_c} = m_c g + m_{pl} g \quad \text{Odavde se zamenom brojnih vrednosti dobija } m_{pl} = 2,73 \text{ kg.}$$

**150.**  $a = 10 \text{ cm}$ ;  $r = 14 \text{ cm}$ ;  $d = 5 \text{ cm}$ ;  $V_{pot}/V = ?$

Ako telo pliva znači da je sila Zemljine teže uravnotežena sa silom potiska.

$$F_{pot} = mg \Rightarrow \rho_{vode} g V_{pot} = \rho_{tela} g V \text{ odavde je}$$

$$\frac{V_{pot}}{V} = \frac{\rho_{tela}}{\rho_{vode}}. \quad \text{Vidimo da potopljeni deo tela uopšte ne zavisi od oblika tela, već samo od gustina vode i tela. Iz podataka sledi da je potopljena polovina zapremine kocke, a lopta je od istog materijala, onda mora biti potopljena i polovina lopte! (Ovaj zadatak je izazvao burne proteste na takmičenju jer učenici nisu radili formulu za zapreminu lopte! Vidimo da nam formula i ne treba...)}$$

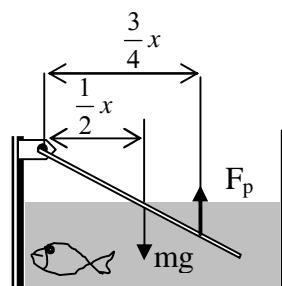
**151.**  $\rho_0 = 1000 \text{ kg/m}^3$ ;  $\rho_{šipke} = ?$

Sila Zemljine teže deluje na sredini šipke a sila potiska deluje na sredini potopljenog dela ili na  $\frac{3}{4}$  dužine šipke od oslonca.

Šipka se ne obrće pa je moment sile jednak nuli za svaku tačku pa i za oslonac:

$$F_p \frac{3}{4}x = mg \frac{1}{2}x \Rightarrow F_p = \frac{2}{3}mg \quad \text{sila potiska deluje na polovinu šipke:}$$

$$F_p = \rho_0 g \frac{V}{2}, \text{ masa je } m = \rho_s g V \quad \text{Uvrštavanjem dobijamo } \rho_{šipke} = 750 \text{ kg/m}^3$$



uz zadatak 151

**152.**  $\rho_{Hg} = 13600 \text{ kg/m}^3$ ;  $\rho_{kocke} = ?$   $\rho_x = ?$

U prvom slučaju uslov ravnoteže je:

$$F_p = mg, \text{ ili pošto je potopljena petina kocke: } \rho_{Hg} g \frac{V}{5} = \rho_{kocke} g V \Rightarrow \rho_{kocke} = \frac{1}{5} \rho_{Hg} = 2720 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}.$$

Ako se stavi još jedna kocka iste zapremine a različitog materijala, uslov ravnoteže će glasiti:

$$F_p = (m_1 + m_2)g. \quad \text{Potopljena je polovina prve kocke: } \rho_{Hg} g \frac{V}{2} = (\rho_{kocke} V g + \rho_x V g) \quad \text{Ako se skrati izraz sa } V;$$

$$\frac{1}{2} \rho_{Hg} = \rho_{kocke} + \rho_x \quad \text{odavde je } \rho_x = 4080 \text{ kg/m}^3.$$

## 4. ENERGIJA, RAD, SNAGA

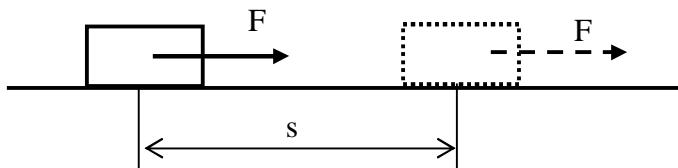
**Energija** je sposobnost tela da vrši rad.

ili

**Energija** je sposobnost tela da menja svoju okolinu.

**Rad** je mera za promenu energije.  $A = \Delta E$

**Mehanički rad** je savlađivanje otpora na nekom putu.



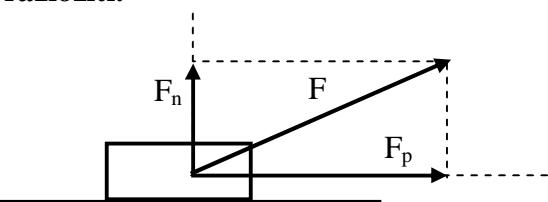
Mehanički rad je jednak proizvodu sile i predenog puta.

$$A = F \cdot s$$

Jedinica za rad je Džul

$$1J = 1Nm$$

Ovakav izraz za rad važi samo ako je sila paralelna sa putem. Ako sila deluje pod nekim uglom **silu treba razložiti**.



Kretanju u horizontalnom pravcu doprinosi samo paralelna komponenta sa putem  $F_p$ . Normalna komponenta ne doprinosi kretanju i njen rad je nula.  
Znači rad je  $A = F_p \cdot s$

Po znaku, rad može biti pozitivan, negativan i jednak nuli.

Rad je **pozitivan** ako sila deluje u smeru kretanja tela – sila potpomaže kretanje tela.

Rad je **negativan** ako sila deluje u smeru suprotno od kretanja tela – sila koči telo (npr. sila trenja)

Rad je **nula** ako sila deluje normalno na pravac kretanja tela – sila ništa ne doprinosi kretanju.

**Snaga je brzina vršenja rada.** Ili, **Snaga** je jednaka količniku izvršenog rada i proteklog vremena.

$$P = \frac{A}{t} \quad \text{Jedinica za snagu je vat [W].} \quad [P] = \left[ \frac{J}{s} = W \right] \quad \text{Ako}$$

se zameni izraz za rad:  $P = F \cdot v$

Mehanička energija:

**Kinetička energija je energija kretanja.**

$$E_k = \frac{mv^2}{2} \quad \text{Jedinica je džul.}$$

**Potencijalna energija je energija položaja.** Ili, potencijalna energija je sposobnost tela da stekne kinetičku energiju na račun svog položaja prema drugim telima.

$E_p = mgh$  (Toliki je "rezervoar" rada jabuke  $A = F \cdot s = mg \cdot h$ ) Jedinica je **džul**.

Zakon održanja mehaničke energije:

**Zbir kinetičke i potencijalne energije je konstantan ako je sistem izolovan.**

Sistem je skup čestica koji posmatramo.

Sistem je izolovan ako je odvojen od okoline. U praktičnom slučaju to najčešće znači da nema sila trenja (tačnije da su zanemarene).

$$E_k + E_p = \text{const.} \Leftrightarrow \text{sistem izolovan.}$$

Kako se primenjuje zakon održanja energije: ako su ispunjeni uslovi, zbir energija tela u jednom slučaju jednak je zbiru energija tela u drugom slučaju,

$$E_{k1} + E_{p1} = E_{k2} + E_{p2}$$

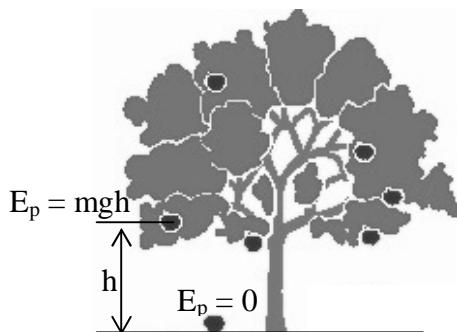
**Naprimjer**, izračunati brzinu jabuke na gornjem crtežu kada padne na zemlju sa visine  $h$ .

Dok je na grani jabuka ima samo potencijalnu energiju, kinetička energija je nula jer miruje.

U trenutku pada ima samo kinetičku energiju, potencijalna je nula jer nema kuda dalje da pada. Znači:

$$E_{k1} + E_{p1} = E_{k2} + E_{p2}$$

$$0 + mgh = \frac{mv^2}{2} + 0 \quad \text{Odavde se lako dobija } v = \sqrt{2gh} \quad \text{što je dobro poznato iz slobodnog pada!}$$



**Drugi primer:** Telo se pusti da klizi niz glatku strmu ravan (to znači nema trenja!) sa visine  $h$ . Izračunati brzinu u podnožju strme ravni.

Trenja nema, znači sistem je izolovan, pa se može primeniti zakon održanja energije.

Posmatramo početak i kraj strme ravni.

Na početku telo ima samo potencijalnu energiju, kinetička je nula, ne kreće se. U podnožju ima samo kinetičku energiju, jer više ne menja visinu. Znači:

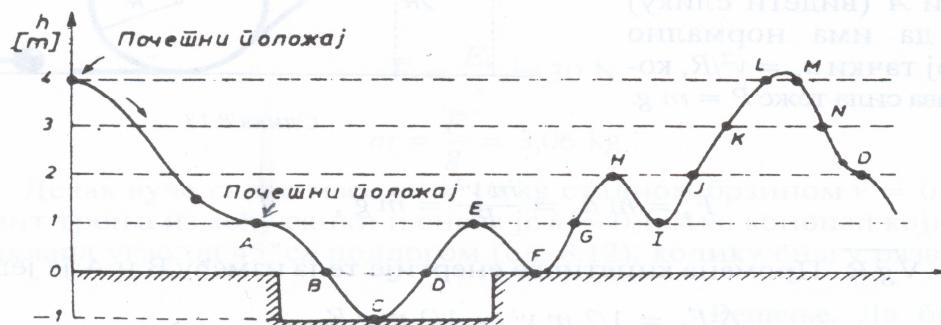
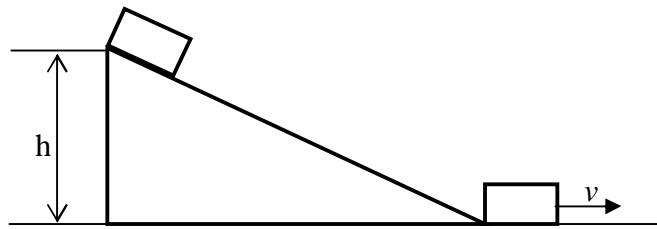
$$E_{k1} + E_{p1} = E_{k2} + E_{p2} \text{ ili,}$$

$$0 + mgh = \frac{mv^2}{2} + 0 \quad \text{Ovo je već viđeno! Dobija se } v = \sqrt{2gh}$$

Upoređenjem ova dva primera vidimo da promena mehaničke energije ne zavisi od oblika putanje tela već samo od početne i krajnje tačke – to znači samo od visinske razlike!

**Analizirajte sledeći primer:**

Probušen masivan cilindar klizi bez trenja po žici. Žica ne može da se deformiše. Iz početnog položaja telo pod dejstvom sile Zemljine teže polazi iz mirovanja. Nađi brzine tela u označenim tačkama na slici.



uvek je:  
 $v = \sqrt{2g\Delta h}$   
 Važna je samo razlika visina početne i krajnje tačke  
 Naprimer, tačku L ne može preći!  
 - (to se zove potencijalna barijera)

**Stepen korisnog dejstva** nekog sistema ili uređaja je količnik korisnog i uloženog rada, ili količnik korisne i uložene snage.

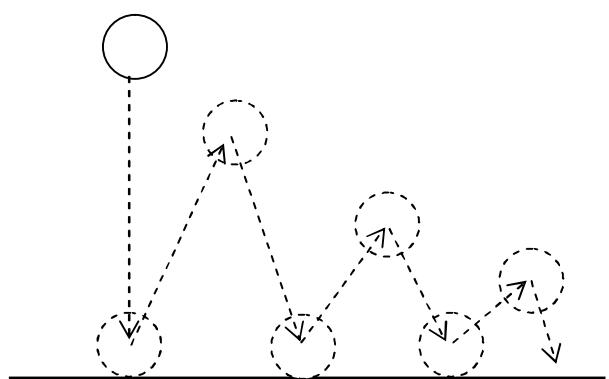
$$\eta = \frac{A_{korisno}}{A_{ulozeno}} \quad \text{ili} \quad \eta = \frac{P_{korisno}}{P_{ukupno}}$$

**Šta ako ima sila trenja** tj. ako sistem nije izolovan?

Pogledajte loptu koja odskače, visina je sve manja i manja. Očigledno je da je energija lopte sve manja i manja. Ipak, zakon održanja energije i važi, jer se pretvara u rad protiv sila trenja – pri kretanju kroz vazduh, pri udaru u tlo.

sada ćemo zakon održanja energije pisati u obliku:

$$E_k + E_p + A_{trenja} = \text{const}$$



**Zadaci:**

**155.** Telo mase 1 kg kreće se pod dejstvom horizontalne sile  $F$  ubrzanjem  $2 \text{ m/s}^2$  po horizontalnoj podlozi. Koefijent trenja je 0,1. Naći rad sile  $F$  i rad sila trenja posle 10 s ako je početna brzina jednaka nuli. Kolika je kinetička energija tela? (Rez.: 300 J; 100 J; 200 J)

**156.** Pod dejstvom vertikalne sile teret mase 100 kg, se popne na visinu 4 m za 2 s bez početne brzine. Koliki rad izvrši ta sila. Izračunati potencijalnu i kinetičku energiju tela na toj visini. (Rez.: 4800 J; 4000J; 800 J)

**157.** Telo mase 1 kg kreće se u horizontalnom pravcu pod dejstvom stalne sile. Koliki rad treba izvršiti da bi se na putu od 10 m telu povećala brzina od 2 m/s do 4 m/s. Koeficijent trenja je 0,2. (Rez.: 26 J)

**158.** Auto mase 1500 kg polazi iz stanja mirovanja i kreće se stalnim ubrzanjem  $2 \text{ m/s}^2$ . Koeficijent trenja u toku kretanja je 0,05. Izračunati koliko puta je rad motora auta za prvih pet sekundi manji od rada motora u toku sledećih pet sekundi? (Rez.: 3)

**159.** Trag kočenja auta po asfaltu iznosi 60 m. Kolikom se brzinom, pre kočenja, kretao auto ako je koeficijent trenja između guma i asfalta 0,5. (Rez.: 24,5 m/s)

**160.** Tegljač vuče prikolicu stalnom brzinom 15 km/h po putu koeficijenta trenja 0,01. Ako tegljač dođe na put koeficijenta trenja 0,1, koliku će brzinu imati ako nastavi ravnomerno kretanje i ako za kretanje razvija istu snagu? (Rez.: 1,5 km/h)

**161.** Telo mase 50 g klizi bez početne brzine niz strmu ravan nagibnog ugla  $30^\circ$  i prelazi još 50 cm puta po horizontalnom delu do zaustavljanja. Naći rad sile trenja na celom putu, ako je koeficijent trenja svuda isti i iznosi 0,15. (Rez.: 0,05 J)

**162.** Za vreme teškog fizičkog rada srce čoveka otkuca 150 puta u minuti. Pri svakom otkucaju srce vrši rad jednak podizanju tereta mase 0,5 kg, na visinu 0,4 m. Odrediti srednju snagu koju razvija srce čoveka. (Rez.: 5 W)

**163.** Železnička kompozicija sa lokomotivom ima masu 400 t. Kolika je potrebna srednja snaga lokomotive, da bi se brzina povećala od 40 km/h do 60 km/h na horizontalnoj pruzi dužine 1 km? Ubrzanje je stalno, a trenje zanemariti. (Rez.: 430 kW)

**164.** Metak iz puške, brzine 750 m/s i mase 30 g, udari pod pravim uglom u drvenu dasku debljine 5 cm posle čega izlazi iz nje brzinom 401 m/s i udara u drugu dasku, od istog drveta. Kolika je srednja sila trenja pri kretanju kroz daske i koja je najmanja debljina druge daske potrebna da bi se metak potpuno zaustavio u njoj? (Rez.: 120,5 kN; 0,02 m)

**165.** Telo je bačeno vertikalno naviše početnom brzinom 10 m/s. Na kojoj će visini kinetička energija tela biti dva puta veća od potencijalne? (Rez.: 1,67 m)

**166.** Sanke mase 100 kg kreću se pod dejstvom sile  $100\sqrt{3}$  N, koja deluje pod uglom  $60^\circ$  u odnosu na podlogu. Koeficijet trenja između sanki i podloge je 0,1. Dati zaključak o načinu kretanja sanki. Ako bi se sanke uglačale, koeficijent trenja se smanjuje na 0,06. Izračunati koliki bi bio pređeni put sanki, rad vučne sile i rad sile trenja na tom putu, za 20 s. Koristiti podatak da je  $\sqrt{3} \approx 1,7$ . (Rez.: kreće se ravnomerno; 68 m; 5,78kJ; 3,47 kJ)

**167.** Koliki rad treba da se izvrši da se homogena kocka mase 2 kg i ivice 20 cm prevrne preko jedne svoje ivice? (Rez.: 0,82 J)

- 168.** Homogena kocka pomerena je za neko rastojanje  $L$  i to jedanput vučenjem po podu, a drugi put tumbanjem (tj. prevrtanjem preko ivice). Koeficijent trenja kocke o pod pri klizanju je  $\mu$ , a pri tumbanju nema proklizavanja. Za koju vrednost koeficijenta trenja  $\mu$  će ti radovi biti isti? (Rez.: 0,207)
- 169.** Lift mase 600 kg podiže se ubrzanjem  $1,5 \text{ m/s}^2$ . Koliki rad je izvršen kad se lift podigne za 10 m? (Rez.: 69 000 J)
- 170.** Lopta pada sa visine od 7,5 m na ravan pod. Kolika treba da bude početna brzina lopte da bi se ona posle dva udara o pod odbila na početnu visinu? Prilikom svakog udara o pod lopta gubi 40 % svoje energije. (Rez.: 16,3 m/s)
- 171.** Avion se oboručava vertikalno na dole sa visine 1,5 km do 500 m. Njegova početna brzina je iznosila  $360 \text{ km/h}$ , a na kraju oborušavanja  $540 \text{ km/h}$ . Naći silu otpora vazduha, smatrujući je konstantnom. Masa aviona iznosi 2 t, a u toku oborušavanja motor ne radi. ( $g = 10 \text{ m/s}^2$ ) (Rez.: 7500N)
- 172.** Strma ravan nagibnog ugla  $30^\circ$  ima dužinu 2 m. Sa vrha strme pušta se telo mase 1 kg da klizi niz ravan. U času kada stiže do donjeg kraja ravni, ono ima kinetičku energiju 7,5 J. Na donjem kraju je postavljena prepreka od koje se telo elastično odbija (bez gubitka energije). Izračunati do koje visine će se telo popeti (vratiti) uz strmu ravan. (Rez.: 0,6 m)

## 4. ENERGIJA, RAD, SNAGA - REŠENJA:

**155.**  $m = 1 \text{ kg}$ ;  $a = 2 \text{ m/s}^2$ ;  $\mu = 0,1$ ;  $t = 10 \text{ s}$ ;  $A = ?$ ;  $A_{\text{tr}} = ?$ ;  $E_k = ?$

Treba izračunati vučnu silu i pređeni put.

Postavićemo drugi Njutnov zakon:

$ma = F - F_{\text{tr}}$  odavde je  $F = ma + F_{\text{tr}}$  ili  $F = ma + \mu mg$  (Sila trenja je  $F_{\text{tr}} = 0,1 \cdot 1 \text{ kg} \cdot 10 \text{ m/s}^2 = 1 \text{ N}$ )

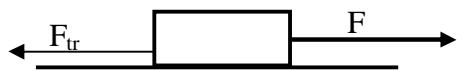
Zamenom brojnih vrednosti dobija se:  $F = 2 \text{ N} + 1 \text{ N} = 3 \text{ N}$ .

$$\text{Pređeni put je } s = \frac{at^2}{2} = \frac{2 \text{ m/s}^2 \cdot 100 \text{ s}^2}{2} = 100 \text{ m}$$

$A = F \cdot s = 3 \text{ N} \cdot 100 \text{ m} = 300 \text{ J}$ . Rad sila trenja je  $A_{\text{tr}} = F_{\text{tr}} \cdot s = 1 \text{ N} \cdot 100 \text{ m} = 100 \text{ J}$ .

Za kinetičku energiju treba nam brzina  $v = at = 2 \text{ m/s}^2 \cdot 10 \text{ s} = 20 \text{ m/s}$ .

$$E_k = \frac{mv^2}{2} = \frac{1 \cdot 400}{2} \left[ \frac{\text{kg}}{\text{s}^2} \right] = 200 \text{ J}. \text{ Zapaziti da je } A = A_{\text{tr}} + E_k$$



uz zadatak 153

**156.**  $m = 100 \text{ kg}$ ;  $h = 4 \text{ m}$ ;  $t = 2 \text{ s}$ ;  $A = ?$ ;  $E_p = ?$ ;  $E_k = ?$

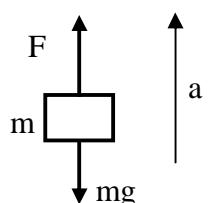
Vučnu silu ćemo izračunati iz drugog Njutnovog zakona:  $ma = F - mg \Rightarrow F = mg + ma$

$$\text{Ubrzanje: } h = \frac{at^2}{2} \Rightarrow a = \frac{2h}{t^2} = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$F = 100 \text{ kg} \cdot 10 \text{ m/s}^2 + 100 \text{ kg} \cdot 2 \text{ ms}^2 = 1200 \text{ N}$$

$$A = F \cdot h = 1200 \text{ N} \cdot 4 \text{ m} = 4800 \text{ J}$$

Potencijalna energija je  $E_p = mgh$ ;  $E_p = 100 \cdot 10 \cdot 4 [\text{kgm/s}^2] = 4000 \text{ J}$ . Pogodite koliko iznosi kinetička energija! Naravno  $E_k = 800 \text{ J}$ . Proverite preko  $v = at$  i formule za  $E_k$ . Rad se troši na podizanje tela – potencijalnu energiju, i kretanje tela – kinetičku energiju.



uz zadatak 154

**157.**  $m = 1 \text{ kg}$ ;  $s = 10 \text{ m}$ ;  $v_1 = 2 \text{ m/s}$ ;  $v_2 = 4 \text{ m/s}$ ;  $\mu = 0,2$ ;  $A = ?$

Rad se troši na savlađivanje sile trenja i povećanje kinetičke energije.

$$A_{\text{tr}} = F_{\text{tr}} \cdot s = \mu mg s = 0,2 \cdot 1 \cdot 10 \cdot 10 [\text{kgm/s}^2 \cdot \text{m}] = 20 \text{ J}$$

$$\Delta E_k = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2} = \frac{1 \text{ kg} \cdot 16 \text{ m}^2/\text{s}^2}{2} - \frac{1 \text{ kg} \cdot 4 \text{ m}^2/\text{s}^2}{2} = 6 \text{ J}$$

$$A = \Delta E_k + A_{\text{tr}} = 26 \text{ J}$$

**158.**  $m = 1500 \text{ kg}$ ;  $v_0 = 0$ ;  $a = 2 \text{ m/s}^2$ ;  $\mu = 0,05$ ;  $t_1 = 5 \text{ s}$ ;  $t_2 = 10 \text{ s}$ ;  $A_1 = ?$ ;  $A_2 = ?$ ;  $A_2/A_1 = ?$

Za prvih pet sekundi auto pređe  $s_1 = \frac{at_1^2}{2} = 25 \text{ m}$ . Brzina na kraju pete sekunde je  $v_1 = at_1 = 10 \text{ m/s}$ .

Sila trenja iznosi  $F_{\text{tr}} = \mu mg = 750 \text{ N}$ . Rad se troši na savlađivanje sile trenja i na kinetičku energiju:

$$A_1 = F_{\text{tr}} \cdot s + \frac{mv_1^2}{2} = 750 \text{ N} \cdot 25 \text{ m} + \frac{1500 \text{ kg} \cdot 100 \text{ m/s}^2}{2} = 18750 \text{ J} + 7500 \text{ J} = 93750 \text{ J}$$

Brzina auta na kraju desete sekunde je  $v_2 = at_2 = 2 \text{ m/s}^2 \cdot 10 \text{ s} = 20 \text{ m/s}$ .

Za 10 s auto pređe put  $s_2 = \frac{at_2^2}{2} = \frac{2 \text{ m/s}^2 \cdot 100 \text{ s}^2}{2} = 100 \text{ m}$ . Pređeni put od pete do desete sekunde je

$$s = s_2 - s_1 = 75 \text{ m}$$

Na drugoj etapi rad se troši na rad sile trenja i na povećanje kinetičke energije.  $A_2 = A_{\text{tr}} + \Delta E_k$

$$A_2 = F_{\text{tr}} \cdot s + \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2} = 281250 \text{ J}$$

**159.**  $L = 60 \text{ m}$ ;  $\mu = 0,5$ ;  $v = 0$  (zaustavio se);  $v_0 = ?$

Kinetička energija auta troši se na savlađivanje sile trenja. Sila trenja iznosi  $F_{\text{tr}} = \mu mg$

$$E_k = A_{\text{trenja}} \Rightarrow \frac{mv_0^2}{2} = \mu mg L \Rightarrow v_0 = \sqrt{2\mu g L} = 24,5 \text{ m/s}$$

**160.**  $v_1 = 15 \text{ km/h}$ ;  $\mu_1 = 0,01$ ;  $\mu_2 = 0,1$ ;  $v_2 = ?$

Ako se prikolica kreće ravnomerno ( $a = 0$ ) vučna sila je jednaka sili trenja.  $0 = F - F_{\text{tr}}$

Iskoristimo formulu za snagu koja uključuje vučnu silu:  $P = Fv$ . U ovom slučaju je  $P_1 = F_{\text{tr}}v_1$  ili  $P_1 = \mu_1 mg v_1$ . Kad pređe na drugu podlogu:  $P_2 = \mu_2 mg v_2$ .

Po uslovu zadatka snaga ostaje ista:  $P_1 = P_2$

$$\mu_1 mg v_1 = \mu_2 mg v_2 \text{ odavde je } v_2 = \frac{\mu_1 v_1}{\mu_2} = 1,5 \frac{\text{km}}{\text{h}}.$$

**161.**  $m = 50 \text{ g} = 0,05 \text{ kg}$ ;  $\alpha = 30^\circ$ ;

$s = 50 \text{ cm} = 0,5 \text{ m}$ ;  $\mu = 0,15$ ;  $A_{\text{tr}} = ?$

Rad sile trenja je jednak početnoj

energiji tj.  $A_{\text{tr}} = mgh$

jer, telo se zaustavilo.

Treba naći visinu sa koje telo krene.

Sa druge strane, rad sile trenja jednak je radu sile trenja niz strmu ravan i na horizontalnom delu.

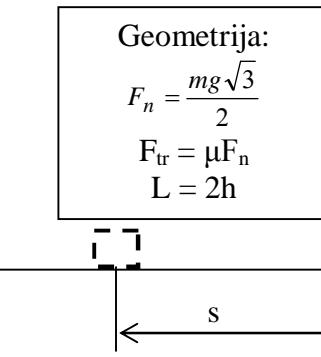
Na strmoj ravni:

$$A_{\text{tr}1} = F_{\text{tr}}L = \mu mg \frac{\sqrt{3}}{2} L = \mu mg \frac{\sqrt{3}}{2} 2h = \mu mgh\sqrt{3} \quad \text{Na horizontalnom delu sile trenja je } F_{\text{tr}} = \mu mg$$

Rad je  $A_{\text{tr}2} = \mu mgs$

$$A_{\text{tr}} = A_{\text{tr}1} + A_{\text{tr}2} \text{ ili } mgh = \mu mgh\sqrt{3} + \mu mgs, \text{ Odavde je } h = \frac{\mu s}{1 - \mu\sqrt{3}} = \frac{0,15 * 0,5 \text{ m}}{1 - 0,15 * 1,73} = 0,1 \text{ m}$$

Konačno je  $A_{\text{tr}} = mgh = 0,05 \text{ kg} * 10 \text{ m/s}^2 * 0,1 \text{ m} = 0,05 \text{ J}$ .



uz zadatak 159

**162.**  $n = 150$  otkucaja;  $t = 60 \text{ s}$ ;  $m = 0,5 \text{ kg}$ ;  $h = 0,4 \text{ m}$ ;  $P = ?$

Rad koji srce izvrši pri jednom otkucaju jednak je potencijalnoj energiji tereta:  $A = mgh$

$$A = 0,5 \text{ kg} * 10 \text{ m/s}^2 * 0,4 \text{ m} = 2 \text{ J}$$

$$\text{Vreme trajanja jednog otkucaja je } t_1 = \frac{t}{n} = \frac{60 \text{ s}}{150} = 0,4 \text{ s}. \quad \text{Snaga srca čoveka je } P = \frac{A}{t_1} = 5 \text{ W}.$$

**163.**  $v_1 = 40 \text{ km/h} = 11,1 \text{ m/s}$ ;  $v_2 = 60 \text{ km/h} = 16,7 \text{ m/s}$ ;  $s = 1 \text{ km}$ ;  $m = 400 \text{ t} = 400,000 \text{ kg}$ ;  $P = ?$

Rad lokomotive je jednak promeni kinetičke energije:

$$A = E_{k2} - E_{k1} \Rightarrow A = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2} = \frac{m}{2} (v_2^2 - v_1^2) \Rightarrow A = 31,000,000 \text{ J}. \text{ Za snagu treba još izračunati vreme.}$$

U podacima nema ni ubrzanja ni vremena pa je nazgodnije upotrebiti srednju brzinu:

$$v_s = \frac{v_1 + v_2}{2} = 13,9 \frac{\text{m}}{\text{s}} \Rightarrow t = \frac{s}{v_s} \approx 72 \text{ s}. \quad \text{Snaga je } P = \frac{A}{t} = 430,555 \text{ W}.$$

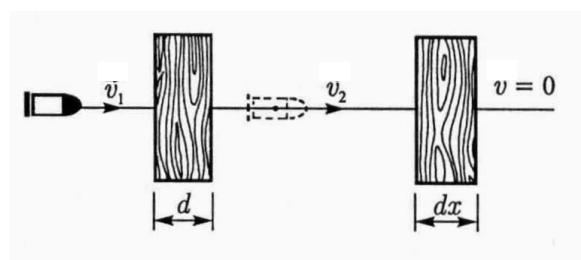
**164.**  $v_1 = 750 \text{ m/s}$ ;  $m = 30 \text{ g} = 0,03 \text{ kg}$ ;  $v_2 = 401 \text{ m/s}$ ;  $d = 5 \text{ cm} = 0,05 \text{ m}$ ;  $F_{\text{tr}} = ?$ ;  $d_x = ?$

Prilikom kretanja kroz dasku deo kinetičke energije se troši na rad protiv sile otpora daske – sile trenja:  $A_{\text{tr}} = \Delta E_k$

$$F_{\text{tr}} * d = \frac{mv_1^2}{2} - \frac{mv_2^2}{2} \Rightarrow F_{\text{tr}} = \frac{\frac{mv_1^2}{2} - \frac{mv_2^2}{2}}{d} = 120,5 \text{ kN}.$$

Da bi se metak zaustavio u sledećoj dasci treba sva preostala kinetička energija utrošiti na rad protiv sile trenja:

$$F_{\text{tr}} * d_x = \frac{mv_2^2}{2} \Rightarrow d_x = \frac{mv_2^2}{2F_{\text{tr}}} = 0,02 \text{ m}.$$



uz zadatak 162

**165.**  $v_0 = 10 \text{ m/s}$ ;  $h = ?$

Postavićemo zakon održanja energije za dva slučaja: početni slučaj kada telo ima samo  $E_k$  jer je visina nula, i traženi slučaj kada ima i kinetičku (koja je  $2E_p$ ) i potencijalnu energiju:

$$E_{k1} + E_{p1} = E_{k2} + E_{p2}$$

$$\frac{mv_0^2}{2} + 0 = 2mgh + mgh \Rightarrow h = \frac{v_0^2}{6g} \Rightarrow h = 1,67 \text{ m.}$$

**166.**  $m = 100 \text{ kg}$ ;  $F = 100\sqrt{3} \text{ N}$ ;  $\mu = 0,1$ ;  $\mu_1 = 0,06$ ;  $t = 20 \text{ s}$ ;  $s = ?$ ;  $A = ?$ ;  $A_{tr} = ?$

Komponente vučne sile su:

$$F_p = \frac{F}{2} = 50\sqrt{3} = 85 \text{ N.}$$

$$F_n = \frac{F\sqrt{3}}{2} = 150 \text{ N.}$$

Da bi izračunali silu trenja treba izračunati otpor podloge  $N$ :

$$N + F_n = mg \Rightarrow N = mg - F_n \Rightarrow N = 850 \text{ N.}$$

sila trenja je  $F_{tr} = \mu N = 0,1 \cdot 850 \text{ N} \Rightarrow F_{tr} = 85 \text{ N.}$

Vučna sila je isto toliko:  $F_p = 85 \text{ N}$ ,

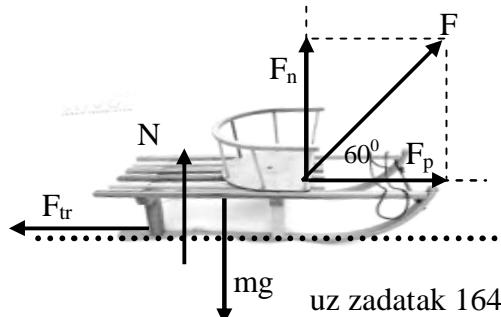
znači sanke se kreću ravnomerno!

Ako se smanji koeficijent trenja, smanjiće se i sila trenja:  $F_{tr1} = \mu_1 N = 0,06 \cdot 850 \text{ N} = 51 \text{ N}$ , i sanke će se kretati ubrzano!

$$ma = F_p - F_{tr1} \text{ odavde je } a = 0,34 \text{ m/s}^2. \text{ Pređeni put je } s = \frac{at^2}{2} = 68 \text{ m.}$$

Rad vučne sile je  $A = F_p \cdot s = 85 \text{ N} \cdot 68 \text{ m} = 5780 \text{ J.}$

Rad sila trenja je  $A_{tr} = F_{tr1} \cdot s = 51 \text{ N} \cdot 68 \text{ m. } A_{tr} = 3468 \text{ J.}$



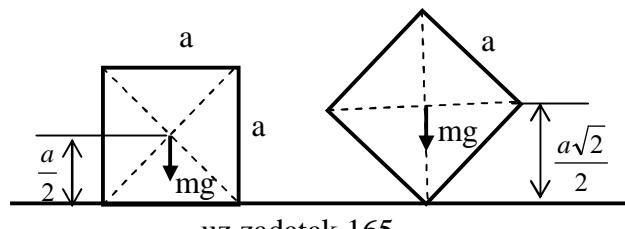
uz zadatak 164

**167.**  $m = 2 \text{ kg}$ ;  $a = 20 \text{ cm}$ ;  $A = ?$

Možemo smatrati da je težina kocke skoncentrisana u njenom centru, na visini  $a/2$ . Dovoljno je kocku uspraviti da dijagonala strane bude vertikalna, posle će sama pasti. Rad je jednak promeni potencijalne energije kocke.

$$A = E_{p2} - E_{p1} = \frac{mga\sqrt{2}}{2} - \frac{mga}{2} = \frac{mga}{2}(\sqrt{2} - 1)$$

Zamenom brojnih vrednosti dobija se  $A = 0,82 \text{ J.}$



uz zadatak 165

**168.**  $\mu = ?$

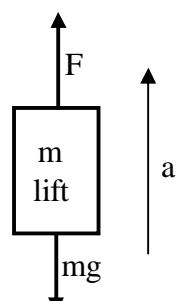
Pri vučenju kocke na rastojanje  $L$  rad je:  $A = F_{tr} \cdot L = \mu mgL$ , gde je  $m$  masa kocke.

$$\text{Rad pri jednom tumbanju je -- kao u prethodnom zadatku: } A = \frac{mga}{2}(\sqrt{2} - 1) \text{ ili}$$

$$A_1 = 0,207mga$$

Na putu  $L$  biće  $n = L/a$ . Ukupan rad pri tumbanju je  $A = n \cdot 0,207mga = 0,207mgL$ .

Upoređivanjem se vidi da je  $\mu = 0,207$



**169.**  $m = 600 \text{ kg}$ ;  $a = 1,5 \text{ m/s}^2$ ;  $h = 10 \text{ m}$ ;  $A = ?$

Jednačina kretanja lifta je  $ma = F - mg$ ; odavde je vučna sila  $F = mg + ma \Rightarrow F = m(g + a) \Rightarrow F = 6900 \text{ N.}$

Rad je  $A = F \cdot h = 69000 \text{ J.}$

uz zadatak 166

**170.**  $h = 7,5 \text{ m}$ ;  $v_0 = ?$

U početnom trenutku telo ima potencijalnu i kinetičku energiju.  $E_1 = E_k + E_p$ . Pri prvom udaru izgubi 40% energije ili  $0,4E_1$  a preostane 60% ili  $0,6E_1$ . Pri drugom udaru izgubi se 40% od preostalog dela ili  $0,4 \cdot 0,6 E_1 = 0,24 E_1$  a preostane energije  $mgh$  – jer odskače na početnu visinu (tu više nema kinetičku energiju). Ako se uzmu svi rashodi i ostaci može se napisati relacija:

$$E_1 = 0,4 E_1 + 0,24 E_1 + mgh \Rightarrow 0,36 E_1 = mgh$$

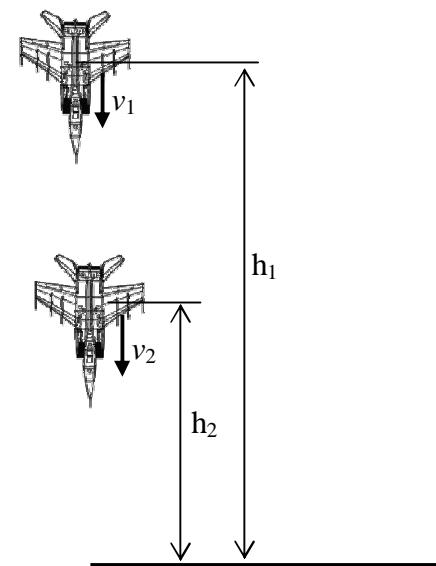
$$0,36 \left( \frac{mv_0^2}{2} + mgh \right) = mgh \Rightarrow v_0^2 = \frac{0,64 gh}{0,18} \Rightarrow v_0 = 16,3 \frac{m}{s}$$

**171.**  $h_1 = 1500 \text{ m}$ ;  $h_2 = 500 \text{ m}$ ;  $v_1 = 360 \text{ km/h} = 100 \text{ m/s}$ ;  $v_2 = 540 \text{ km/h} = 150 \text{ m/s}$ ;  $m = 2000 \text{ kg}$ ;  $F_{tr} = ?$

Treba izračunati ukupnu energiju aviona na visini  $h_1$  i  $h_2$ :

$$E_1 = E_{k1} + E_{p1} = \frac{mv_1^2}{2} + mgh_1 = 40 \cdot 10^6 \text{ J}$$

$$E_2 = E_{k2} + E_{p2} = \frac{mv_2^2}{2} + mgh_2 = 32,5 \cdot 10^6 \text{ J}$$



Razlika je utrošena na rad protiv sila trenja:  $A_{tr} = E_1 - E_2 = 7,5 \cdot 10^6 \text{ J}$ .

Takođe je  $A_{tr} = F_{tr} \cdot s$  gde je pređeni put  $s = h_1 - h_2$  znači:

$$A_{tr} = F_{tr} \cdot (h_1 - h_2) \text{ odavde je } F_{tr} = 7,5 \cdot 10^6 \text{ J.}$$

**172.**  $\alpha = 30^\circ$ ;  $L = 2 \text{ m}$ ;  $m = 1 \text{ kg}$ ;  $E_k = 7,5 \text{ J}$ ;  $h_1 = ?$

Energija tela na vrhu je samo potencijalna i iznosi  $E_p = mgh = 1 \text{ kg} \cdot 10 \text{ m/s}^2 \cdot 1 \text{ m} = 10 \text{ J}$ . ( $h = L/2$  na osnovu svojstva jednakoststraničnog trougla)

Znači da ima sila trenja jer je energija u podnožju manja. Rad sila trenja iznosi  $A_{tr} = 10 \text{ J} - 7,5 \text{ J} = 2,5 \text{ J}$ .

Silu trenja izračunavamo iz relacije  $A_{tr} = F_{tr} \cdot L$ , odavde je  $F_{tr} = 1,25 \text{ N}$ .

Ovolika sila trenja je i u povratku. Rad te sile je

$$A_{tr1} = F_{tr} \cdot L_1$$

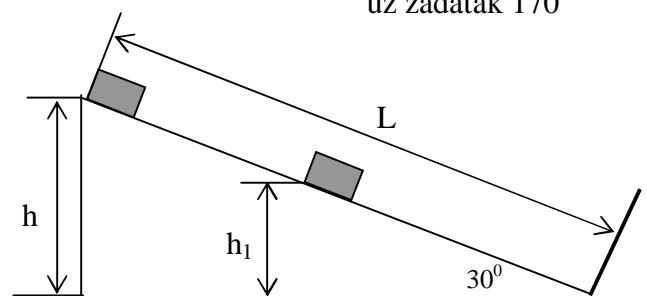
gde je  $L_1 = 2h_1$  (opet na osnovu svojstva jednakoststraničnog trougla)

Znači, energija  $E = 7,5 \text{ J}$  se utroši na rad sila trenja i na potencijalnu energiju  $E_{p1}$ :

$$E = mgh_1 + F_{tr} \cdot 2h_1$$

$$E = h_1(mg + 2F_{tr}) \Rightarrow 7,5 \text{ J} = h_1(10 \text{ N} + 2,5 \text{ N}) \Rightarrow$$

$$\mathbf{h_1 = 0,6 \text{ m}.}$$



uz zadatak 170

## 5. TOPLITNE POJAVE

Ova oblast ne dolazi u obzir za takmičenje u sedmom razredu, jer se proučava poslednja. Ipak je potrebno proučiti zadatke iz ove oblasti jer dolaze u obzir za takmičenju u osmom razredu.

Osnovni pojmovi:

**Temperatura** je veličina koja pokazuje stepan zagrejanosti tela.

Jedinice za merenje temperature su stepen Celzijusa [ $^{\circ}\text{C}$ ] i Kelvin [K].

Temperatura u Celzijusovim stepenima obeležava se sa **t**.

Temperatura u Kelvinima (zapazite – ne govori se stepen) obeležava se sa **T** i zove se absolutna temperatura.

Njihova veza je **T = t + 273 [K]**

Najniža temperatura uopšte je  $T = 0 \text{ K}$  ( ili  $-273^{\circ}\text{C}$ ) i zove se absolutna nula. Ova temperatura se ne može dostići, već joj se možemo samo približavati.

Zapazite da ne postoje negativne temperature na Kelvinovo skali.

**Količina toplove** je deo energije koji se razmenjuje između tela pri toplotnim procesima. Jedinica za količinu toplove je Džul [J], što znači da je toplota samo jedan vid energije.

Formula za količinu toplove je **Q = cm(t<sub>2</sub> - t<sub>1</sub>)** ( piše se i **Q = cmΔt**) gde je:

**Q** – količina toplove

**c** – specifični toplotni kapacitet koji zavisi od vrste tela (neki ovu veličinu naziva i **specifična toplota**)

**Δt = t<sub>2</sub> - t<sub>1</sub>** razlika temperatura

$$\text{Zapazite da je } c = \frac{Q}{m(t_2 - t_1)} \left[ \frac{J}{kgK} \right]$$

Za redovnu nastavu ovo bi bilo dovoljno. Sada je česta praksa da se na takmičenjima daju zadaci iz oblasti koje nisu u programu za osnovnu školu, ali uz uslov da se u samom zadatku objasni teorija.

Zato ćemo definisati još neke pojmove.

Toplotni kapacitet tela (C):

$$Q = C\Delta t \Rightarrow C = \frac{Q}{\Delta t} \left[ \frac{J}{K} \right] \text{ Zapazite da je ovde u pitanju celo telo a ne jedinica mase tela - 1kg.}$$

Toplotni kapacitet tela je brojno jednak količini toplove koju treba dovesti telu da mu se temperatura povisi za 1 K: **C = Q/Δt**.

**Specifična toplota sagorevanja** materijala je jednaka količini toplove koja se oslobodi pri sagorevanju 1

$$\text{kg tog materijala. } q_s = \frac{Q_{sag}}{m} \left[ \frac{J}{kg} \right]$$

### Zadaci

**173.** Koliko litara vode temperature  $44^{\circ}\text{C}$  treba pomešati sa 20 litara vode temperature  $20^{\circ}\text{C}$  da bi smeša imala temperaturu  $24^{\circ}\text{C}$ ? (Rez.: 4 litra)

**174.** Temperatura vode je  $t_1$ , a specifični toplotni kapacitet  $c_1$ . Temperatura alkohola je  $t_2$ , a specifični toplotni kapacitet  $c_2$ .

a) Kolika će biti temperatura smeše istih masa vode i alkohola?

b) Kolika će biti temperatura smeše istih zapremina vode i alkohola? Gustine vode i alkohola su  $\rho_1$  i  $\rho_2$ .

$$(Rez.: a) t_s = \frac{c_1 t_1 + c_2 t_2}{c_1 + c_2}; b) t_s = \frac{\rho_1 c_1 t_1 + \rho_2 c_2 t_2}{\rho_1 c_1 + \rho_2 c_2})$$

*U sledećem zadatku imamo veličinu koja se ne obrađuje u osnovnoj školi – toplotni kapacitet tela. **Toplotni kapacitet tela** je brojno jednak količini toplote koju treba dovesti telu da mu se temperatura povisi za 1 K:  $C = Q/\Delta t$ .*

**175.** U sud toplotnog kapaciteta 400 J/K u kome se nalazi 0,8 litara vode temperature  $18^{\circ}\text{C}$  spusti komad metala čija je masa 100 grama a temperatura  $100^{\circ}\text{C}$ . Koliki je speifični toplotni kapacitet metala ako posle uspostavljanja toplotne ravnoteže temperatura sistema iznosi  $20^{\circ}\text{C}$ . Specifični toplotni kapacitet vode iznosi 4200 J/kgK. (Rez.: 940 J/kgK)

**176.** Telo zapremine  $100 \text{ cm}^3$  i temperature  $50^{\circ}\text{C}$  ubacimo u 500 ml vode temperature  $20^{\circ}\text{C}$ . Telo pliva po vodi tako da mu je 90 % zapremine potopljeno u vodu. Ako se zanemari razmena toplote sa okolinom, odrediti ravnotežnu temperaturu vode i tela u njoj. Specifični toplotni kapaciteti vode i tela iznose 4200 J/kgK i 2000 J/kgK redom. (Rez.:  $22,4^{\circ}\text{C}$ )

**177.** Metak mase 50 g leti horizontalno brzinom 100 m/s. U toku leta metak naleće na prepreku mase 0,5 kg. Posle izlaska iz prepreke metak se kreće brzinom 50 m/s. Specifični toplotni kapacitet materijala od kojeg je napravljena prepreka je 400 J/kgK. Izračunati za koliko se poveća temperatura prepreke. Prepreka u toku ovog procesa ostaje nepokretna. (Rez.:  $0,94^{\circ}\text{C}$ )

**178.** Olovna kuglica koja se kreće kroz vazduh horizontalno, brzinom 500 m/s, uleće u prepreku, probija je, i izlazi iz nje brzinom 400 m/s. Temperatura kuglice pre ulaska u prepreku je iznosila 353 K. Tokom prolaska kroz prepreku na zagrevanje (povećanje unutračnje energije) kuglice utroši se  $1/3$  ukupno izvršenog rada nad njom. Kolika je temperatura kuglice pri izlasku iz prepreke? Specifični toplotni kapacitet olova je 120 J/kgK. (Rez.: 478 K)

*Opet nov termin: **Specifična toplota sagorevanja:** Specifična toplota sagorevanja materijala je jednaka količini toplote koja se osloboodi pri sagorevanju 1 kg tog materijala.  $q_s = \frac{Q_{sag}}{m} \left[ \frac{\text{J}}{\text{kg}} \right]$*

**179.** Na špiritusnoj lampi 200 g vode zgreje se od  $15^{\circ}\text{C}$  do  $75^{\circ}\text{C}$  pri čemu sagori 6 g špiritusa. Toplota sagorevanja špiritusa je  $3 \cdot 10^7 \text{ J/kg}$ . Odrediti stepen iskorišćenja pri ovakovom načinu zagrevanja. Specifični toplotni kapacitet vode je 4200 J/kgK. (Rez.: 28 %)

**180.** Motor snage 14,715 kW ima stepen korisnog dejstva 0,6. Polovina gubitaka snage čine gubici toplote kroz zidove motora, dok je druga polovina usled lošeg sagorevanja. Hladnjak motora sadrži 10 litara vode. Za koje vreme će se zagrijati ova voda za  $\Delta t = 60^{\circ}\text{C}$ ? Specifični toplotni kapacitet vode je 4200 J/kgK. (Rez.: 14 minuta i 16 sekundi)

**181.** Termocentrala, korisne snage 165 MW, ima stepen korisnog dejstva 50 %. Za zagrevanje vode u parnim kotlovima koristi se mrki ugalj kalorične moći 13 MJ/kg (tj. specifična toplota sagorevanja). Koliko je uglja potrebno obezbediti za jednogodišnji rad ove centrale? Uzeti da godina ima 365 dana. (Rez.:  $8 \cdot 10^5$  tona)

## 5. TOPLOTNE POJAVE – REŠENJA

**173.**  $t_1 = 44^{\circ}\text{C}$ ;  $V_2 = 20 \text{ l}$ ;  $t_2 = 20^{\circ}\text{C}$ ;  $t_s = 24^{\circ}\text{C}$ ;  $V_1 = ?$

Jednačina toplote ravnoteže glasi:  $Q_{\text{predato}} = Q_{\text{primljeno}}$ . Da ne bi pogrešili u izboru temperatura najbolje je nacrtati šemu:

$$cm_1(t_1 - t_s) = cm_2(t_s - t_2) \quad (\text{ista tečnost, skrati se } c) \Rightarrow$$

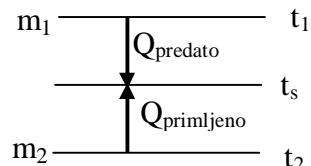
$$m_1(t_1 - t_s) = m_2(t_s - t_2)$$

masa tečnosti se izračunava po formuli  $m = \rho V$ , pa se gustina skrati:

$$V_1(t_1 - t_s) = V_2(t_s - t_2) \text{ odavde je}$$

$$V_1 = \frac{V_2(t_s - t_2)}{t_1 - t_s} = \frac{20l(24^{\circ}\text{C} - 20^{\circ}\text{C})}{(44^{\circ}\text{C} - 24^{\circ}\text{C})} = 4 \text{ litra} \quad \text{Zapazite da ne treba}$$

pretvarati litre u  $\text{m}^3$  jer se rezultat dobija takođe u litrima.



uz zadatak 172

**174.** Dato je:  $c_1$ ;  $t_1$ ;  $\rho_1$ ;  $c_2$ ;  $t_2$ ;  $\rho_2$ ; traži se  $t_{\text{smeše}} = ?$

Koristimo skicu iz prethodnog zadatka;

$$Q_1 = Q_2$$

$$c_1 m_1 (t_1 - t_s) = c_2 m_2 (t_s - t_2)$$

a) mase su iste i mogu se skratiti:  $c_1(t_1 - t_s) = c_2(t_s - t_2)$  množenjem i grupisanjem članova dobijamo:

$$c_1 t_1 - c_1 t_s = c_2 t_s - c_2 t_2 \Rightarrow c_1 t_1 + c_2 t_2 = c_1 t_s + c_2 t_s$$

$$c_1 t_1 + c_2 t_2 = (c_1 + c_2) t_s \Rightarrow t_s = \frac{c_1 t_1 + c_2 t_2}{c_1 + c_2}$$

b) opet je  $c_1 m_1 (t_1 - t_s) = c_2 m_2 (t_s - t_2)$

sada je zapremina ista ma ćemo masu zameniti formulom  $\mathbf{m} = \rho \mathbf{V}$  Zapremine se skrate:

$$c_1 \rho_1 (t_1 - t_s) = c_2 \rho_2 (t_s - t_2) \text{ množenjem} \Rightarrow$$

$$c_1 \rho_1 t_1 - c_1 \rho_1 t_s = c_2 \rho_2 t_s - c_2 \rho_2 t_2 \text{ grupisanjem članova dobija se:}$$

$$t_s = \frac{\rho_1 c_1 t_1 + \rho_2 c_2 t_2}{\rho_1 c_1 + \rho_2 c_2}$$

**175.**  $C = 400 \text{ J/K}$ ;  $V_1 = 0,8 \text{ l}$ ;  $t_1 = 18^{\circ}\text{C}$ ;  $m_2 = 100 \text{ g}$ ;  $t_s = 20^{\circ}\text{C}$ ;  $c_1 = 4200 \text{ J/kgK}$ ;

$$(\rho_{\text{vode}} = 1000 \text{ kg/m}^3); c_2 = ?$$

Iz definicije toplotnog kapaciteta zaključujemo da će sud primiti količinu toplote  $Q = C \Delta t$ .

U ovom zadatku komad metala predaje toplotu vodi i sudu. Opet je pregledno nacrtati šemu:

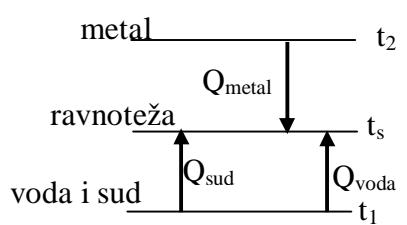
Jednačina toplotne ravnoteže izgleda:

$$Q_{\text{metal}} = Q_{\text{sud}} + Q_{\text{voda}}$$

$$m_2 c_2 (t_2 - t_s) = C(t_s - t_1) + m_1 c_1 (t_s - t_1)$$

masa vode je  $m_1 = \rho_{\text{vode}} V_1 = 0,8 \text{ kg}$ .

$$c_2 = \frac{C(t_s - t_1) + m_1 c_1 (t_s - t_1)}{m_2 (t_2 - t_s)} = \frac{400 \text{ J/K} * (20 - 18)^0 \text{C} + 4200 \text{ J/kgK} * 0,8 \text{ kg} * (20 - 18)^0 \text{C}}{0,1 \text{ kg} * (100 - 20)^0 \text{C}} = 940 \frac{\text{J}}{\text{kgK}}$$



uz zadatak 174

**176.**  $V_t = 100 \text{ cm}^3$ ;  $t = 50 {}^\circ\text{C}$ ;  $V_v = 500 \text{ ml} = 500 \text{ cm}^3$ ;  $\rho_{\text{vode}} = 1000 \text{ kg/m}^3$ ;  $t_v = 50 {}^\circ\text{C}$ ;  $c_v = 4200 \text{ J/kgK}$ ;  $c_t = 2000 \text{ J/kgK}$ ;  $t_{\text{rav}} = ?$

Podatak o plivanju tela služi da se izračuna gustina tela – sila potiska jednaka je sili Zemljine teže:

$$F_p = mg \Rightarrow \rho_v V_{\text{potopljenog}} = \rho_t V_t g \Rightarrow \rho_v * 0,9 V_t = \rho_t V_t \Rightarrow \rho_t = 0,9 \rho_v \Rightarrow \rho_t = 900 \text{ kg/m}^3.$$

Sada pišemo jednačinu toplotne ravnoteže – slično kao u zadatku 172.

Treba obratiti pažnju da je telo u ravnotežnom stanju ako mu je temperatura svuda ista. Znači celo telo razmenjuje toplotu sa vodom, a ne samo 90 % tela. Na takmičenju na kojem je postavljen ovaj zadatak (Srpska fizička olimpijada!) ova činjenica nije bila svim takmičarima jasna.

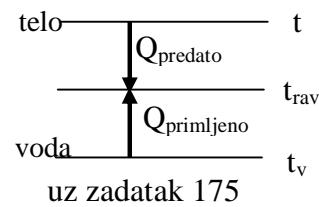
$c_t m_t (t - t_{\text{rav}}) = c_v m_v (t_{\text{rav}} - t_v)$  Ako izmnožimo i grupišemo članove – slično kao u prethodnim zadacima:

$$t_{\text{rav}} = \frac{c_t m_t t + c_v m_v t_v}{c_t m_t + c_v m_v} \text{ masa tela je } m_t = \rho_t V_t = 0,9 \rho_v V_t; \text{ masa vode } m_v = \rho_v V_v$$

Zamenom, skraćivanjem celog izraza sa  $\rho_v$  dobijamo:

$$t_{\text{rav}} = \frac{c_t 0,9 V_t t + c_v V_v t_v}{0,9 c_t V_t + c_v V_v} = \frac{2000 \text{ J/kgK} 0,9 * 100 \text{ cm}^3 50 {}^\circ\text{C} + 4200 \text{ J/kgK} * 500 \text{ cm}^3 20 {}^\circ\text{C}}{0,9 * 2000 \text{ J/kgK} 100 \text{ cm}^3 + 4200 \text{ J/kgK} 500 \text{ cm}^3} = 22,4 {}^\circ\text{C}$$

Treba uočiti da se svuda nalazi zapremina, pa ne moramo pretvarati  $\text{cm}^3$  u  $\text{m}^3$  jer se na kraju skrate.



**177.**  $m = 50 \text{ g} = 0,05 \text{ kg}$ ;  $v_1 = 100 \text{ m/s}$ ;  $M = 0,5 \text{ kg}$ ;  $v_2 = 50 \text{ m/s}$ ;  $c = 400 \text{ J/kgK}$ ;  $\Delta t = ?$

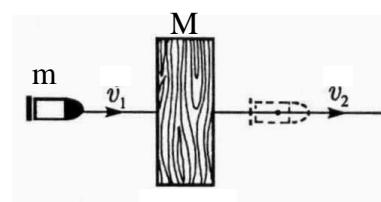
Promena kinetičke energije metka pretvara se u toplotu:

$$\Delta E_k = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2} = \frac{0,05 \text{ kg} (100 \text{ m/s})^2}{2} - \frac{0,05 \text{ kg} (50 \text{ m/s})^2}{2} = 187,5 \text{ J}$$

$$Q = cM \Delta t$$

$$\Delta t = \frac{Q}{cM} = \frac{187,5 \text{ J}}{400 \text{ J/kgK} * 0,5 \text{ kg}} = 0,94 {}^\circ\text{C}$$

Primedba: trebalo je naglasiti da se zagrevanje metka zanemaruje – propust autora zadatka.



uz zadatak 176

**178.**  $v_1 = 500 \text{ m/s}$ ;  $v_2 = 400 \text{ m/s}$ ;  $T_1 = 353 \text{ K}$ ;  $c = 120 \text{ J/kgK}$ ;  $T_2 = ?$

Rad kuglice pri prolasku kroz prepreku jednak je promeni kinetičke energije:

$$A = \Delta E_k = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2} = \frac{m}{2} (v_2^2 - v_1^2) \text{ Promena je negativna što samo znači da se kinetička energija smanjuje. Unutrašnja energija kuglice se povećava.}$$

Količina toplote predata kuglici je  $Q = cm \Delta T$ . (već smo rekli da je  $\Delta t = \Delta T$ )  
Po uslovu zadatka je:

$$\frac{1}{3} \frac{m}{2} (v_2^2 - v_1^2) = cm \Delta T \text{ masa se skrati pa je } \Delta T = \frac{\frac{1}{3} \frac{1}{2} (v_2^2 - v_1^2)}{c} \text{ Zamenom se dobija } \Delta T = 125 \text{ K.}$$

$$T_2 - T_1 = 125 \text{ K} \Rightarrow T_2 = 353 + 125 \text{ K} \Rightarrow T_2 = 478 \text{ K. ili } t_2 = T_2 - 273 \Rightarrow t_2 = 205 {}^\circ\text{C.}$$

**179.**  $m_1 = 200 \text{ g}$ ;  $t_1 = 15 {}^\circ\text{C}$ ;  $t_2 = 75 {}^\circ\text{C}$ ;  $m_2 = 6 \text{ g}$ ;  $c = 4200 \text{ J/kgK}$ ;  $q_s = 3 * 10^7 \text{ J/kg}$ ;  $\eta = ?$

Stepen korisnog dejstva se definiše kao količnik korisnog rada i ukupno uloženog rada.

Koristan rad je očigledno toplota uložena na grejanje vode:

$$Q = cm_1 \Delta t$$

$Q = 4200 \frac{J}{kgK} 0,2kg (75 - 15)^0 C = 50400 J$  Ukupno uložena toplota je toplota oslobođena sagorevanjem špiritus-a:  $Q_{sag} = m_2 q_s = 0,006 \text{ kg} * 3 * 10^7 \text{ J/kg} = 180000 \text{ J}$ .  
 $\eta = \frac{Q}{Q_{sag}} = \frac{50400J}{180000J} = 0,28 = 28\%$

**180.**  $P = 14,715 \text{ kW}$ ;  $\eta = 0,6$ ;  $V = 10 \text{ l}$ ;  $\Delta t = 60^0 \text{C}$ ;  $c = 4200 \text{ J/kgK}$ ;  $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$ ;  $\tau = ?$

Da se voda u hladnjaku zgreje za  $\Delta t$  potrebna je količina toplote:

$$Q = cm \Delta t = c \rho V \Delta t = 4200 \text{ J/kgK} * 1000 \text{ kg/m}^3 * 0,01 \text{ m}^3 * 60^0 \text{C} = 2520000 \text{ J}$$

Korisna snaga motora je  $P_k = \eta P = 0,6 * 14715 \text{ W} = 8829 \text{ W}$ .

Gubici snage iznose  $P_{gub} = 14715 \text{ W} - 8829 \text{ W} = 5886 \text{ W}$ .

Polovina ovih gubitaka ide kroz zidove motora tj. na grejanje vode u hladnjaku:

**P<sub>grejanje</sub> = 2943 W.**

Da se osloboди potrebna količina vode potrebno je vremena  $\tau = \frac{Q}{P_{grejanje}} = \frac{2520000J}{2943J/s} = 856,3 \text{ s}$

Ako se pretvori u minute :  $856,3 \text{ s} = \mathbf{14 \text{ minuta } 16s}$ .

**181.**  $P_k = 165 \text{ MW}$ ;  $\eta = 50\%$ ;  $q_s = 13 \text{ MJ/kg}$ ;  $\tau = 365 \text{ dana}$ ;  $m = ?$

Ukupna snaga termocentrale je  $P_{uk} = \frac{P_k}{\eta} = \frac{165MW}{0,5} = 330MW$  Za godinu dana treba obezbediti toplote:

$$Q = P_{uk} * \tau = 330 * 10^6 \text{ W} * 365 * 24 * 60 \text{ s} = \mathbf{1,04 * 10^{16} \text{ J}}$$

Ovo treba obezbediti sagorevanjem uglja:

$$q_s = \frac{Q_{sag}}{m} \Rightarrow m = \frac{Q_{sag}}{q_s} = \frac{1,04 * 10^{16} \text{ J}}{13 * 10^6 \text{ J/kg}} \Rightarrow m = 8 * 10^8 \text{ kg ili } m = 8 * 10^5 \text{ tona}$$