



ВАЉЕВСКА ГИМНАЗИЈА

14000 ВАЉЕВО, ВУКА КАРАЏИЋА 3
ТЕЛ: 014/221-622; ТЕЛ-ФАКС:014/227-927
e-mail gimvaljevo@ptt.rs
www.valjevska.gimnazija.edu.rs

Predrag Stojaković – profesor Valjevske gimnazije

FIZIKA 8

Zbirka zadataka iz fizike – priprema za takmičenje

Drugi deo – električne struje

INTERNA SKRIPTA
za osmi razred osnovne škole

O REŠAVANJU ZADATAKA

Bajke pomažu deci da upoznaju svet odraslih, zadaci takođe imaju analognu ulogu pri upoznavanju učenika sa fizikom.

Uistinu, zadaci imaju mnogo zajedničkog sa folklorom. Isto kao i bajke, i zadaci Učeniku daju prvu predstavu o svetu fizike, o metodama njenog opisivanja, i putevima saznanja.

Elementarni zadaci opisuju dogovoreni svet materijalnih tačaka, niti bez težine, idealnih gasova, i drugih savršenih tela, sličan svetu bajki, naseljenim strašnim zmijama, i prelepim prinčevima, koji putuju na letećim ćilimima u potrazi za žar — pticom. U takvom svetu sila dobra i zla jasno su prikazani i prirodni problemi koji se odlikuju jasnoćom i jednoznačnošću odgovora. U zadacima takođe možemo posmatrati nerealne, čak fantastične pojave; isto kao i bajke i ovakvi zadaci razvijaju našu maštu. Već prorađeni zadaci nas postepeno približavaju složenoj slici realnog naučnog istraživanja, gde mnoga pitanja zahtevaju dosta rada samo za njihovu formulaciju, i na kraju, veoma temeljno pretraživanje dovodi do proširivanja naših vidika, i daje mogućnost da ranije postavljeni problem sagledamo iz drugog, novog ugla. Isti slučaj je i sa zadacima: temeljnije posmatranje često zahteva nove proračune, ili može poslužiti kao povod za ozbiljnije razmišljanje.

Rešavanje zadataka će doneti najveću korist samo ako ih učenik rešava **SAMOSTALNO**. Međutim, rešavanje bez pomoći, sugestija, često nije moguće, pa ne uspevamo da rešimo zadatak. Ali čak i oni koji nisu uspeali da nađu rešenje, imaju znatne koristi ukoliko su dovoljno uporno pokušavali, time što razvijaju intelekt i jačaju volju. Treba imati u vidu da odlučujuću ulogu u rešavanju zadataka, kao i uopšte u učenju, igraju snaga volje i upornost i istrajnost u radu.

Ne treba se obeshrabriti ako neki zadatak ne uspemo da rešimo odmah, iz prvog pokušaja. naučno je utvrđeno da se proces stvaralaštva u oblasti egzaktnih nauka (a rešavanje zadataka je jedan od oblika stvaralaštva) odvija sledećim redosledom.

Prvo dolazi **PRIPREMNA FAZA**, u toku koje **naučnik** (a to ste vi) uporno traži rešenje. Ako ne nađe rešenje i problem na neko vreme napusti, nastupa druga faza —

FAZA INKUBACIJE — naučnik ne razmišlja o problemu i bavi se drugim stvarima. Ipak, u podsvesti se nastavlja nesvesno razmišljanje o problemu, koje, na kraju krajeva dovodi do treće faze — iznenadnog ozarenja, **ILUMINACIJE**, i pronalaska traženog rešenja.

Treba imati u vidu da se period inkubacije ne pojavljuje sam od sebe — da bi se pokrenuo mehanizam podsvesnog razmišljanja o problemu, potreban je uporan, intenzivan rad u periodu **PRIPREMNE FAZE**.

Rešavanje zadataka, kako smo ga već okarakterisali, takođe je vid stvaralaštva, i kao takvo, dužno je da poštuje one zakone koji važe i za rad naučnika na naučnom problemu. Istina, u nekim slučajevima je druga faza — faza inkubacije tako slabo izražena da ostaje zanemarena.

Iz izloženog proizilazi da rešavanje zadataka ni u kom slučaju ne treba odlagati za poslednje veče, kako, na žalost, učenici najčešće i čine. U tom slučaju najsloženije, i istovremeno najsadržajnije i najkorisnije zadatke nesumnjivo nećemo rešiti.

O zadacima zadanim «za domaći» treba razmišljati što je moguće ranije, da bi se stvorili uslovi za fazu inkubacije .

PLAN REŠAVANJA ZADATAKA

1. Treba pažljivo pročitati zadatak i više puta (**najvažnije**)
2. Zapisati sve podatke iz zadatka pomoću opštih i imenovanih brojeva i uočiti koje su veličine poznate a koje su veličine nepoznate
3. Ako je potrebno napraviti odgovarajuću skicu odnosno crtež
4. Utvrditi fizički zakon koji leži u osnovi fizičke pojave koja se posmatra u zadatku.
5. Rešavati zadatak bez žurbe da se ne bi napravila računaska greška.
6. Zadaci se najčešće rešavaju u opštem obliku, pa se tek na kraju zamenjuju date brojne vrednosti veličina. Tim načinom lakše se uočavaju i otklanjaju greške, jer se tokom rada neprekidno prati fizički zakon koji se koristi i preglednost u radu je bolja.
7. Kada se zadatak reši u opštem obliku zamenjuju se brojne vrednosti. Obavezno pretvoriti sve jedinice u jedinice SI.
8. Pre zamene brojnih vrednosti izvršiti dimenzionu analizu — utvrditi da li su jednake dimenzije (jedinice) leve i desne strane jednačine.
9. Obavezno oceniti realnost dobijenog rezultata, videti da li ima fizičkog smisla

SADRŽAJ

1. ELEKTRIČNI OTPOR – ZADACI	1
1. ELEKTRIČNI OTPOR – REŠENJA	4
2. OMOV ZAKON – ZADACI	12
2. OMOV ZAKON – REŠENJA	17
3. KIRHOFOVA PRAVILA – ZADACI	31
3. KIRHOFOVA PRAVILA – REŠENJA	33
4. RAD I SNAGA ELEKTRIČNE STRUJE – ZADACI	37
4. RAD I SNAGA ELEKTRIČNE STRUJE – REŠENJA	39
5. RAZNI ZADACI – ZADACI	45
5. RAZNI ZADACI – REŠENJA	55

ELEKTRIČNI OTPOR – ZADACI

1. Koje sve otpore možemo dobiti kombinacijom tri provodnika čiji su otpori po $10\ \Omega$? Sva tri otpornika uzimati u obzir istovremeno.

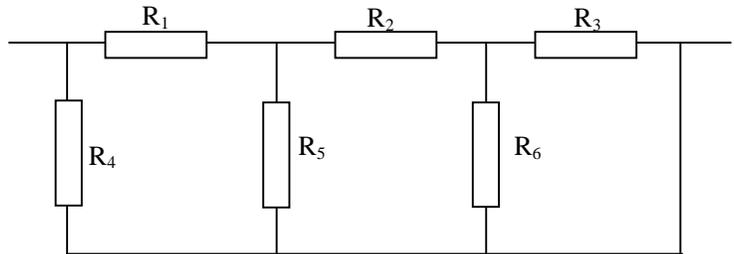
2. Posedujemo kotur bakarne žice, mikrometarski zavrtanj i metarsku traku. Treba odrezati deo žice otpora R . Koji podaci su potrebni da bi se izvršio zadatak?

3. Četiri otpora veličine $1\ \Omega$, $2\ \Omega$, $3\ \Omega$ i $4\ \Omega$, treba spojiti tako da ukupan otpor iznosi $1\ \Omega$. Naći mogući način.

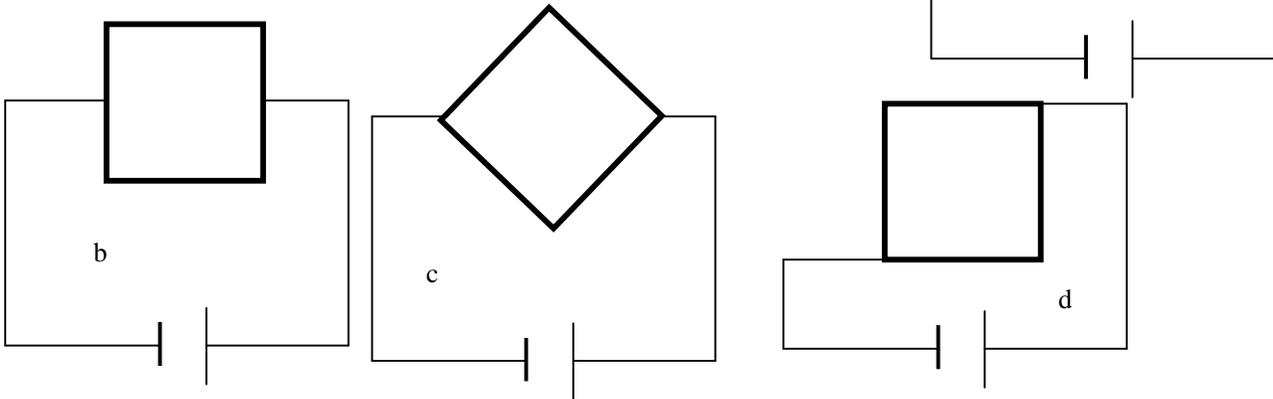
4. Od komada bakra zapremine $1,75 \cdot 10^{-6}\ \text{m}^3$ treba načiniti žicu dužine $100\ \text{m}$ od koje se pravi sistem paralelno vezanih otpornika ekvivalentne otpornosti $1\ \Omega$. Na koliko jednakih delova treba podeliti žicu ako je specifični otpor bakra $1,75 \cdot 10^{-8}\ \Omega\text{m}$. (Rez : 10)

5. Koliki je poprečni presek bakarne žice, dužine $2,9\ \text{km}$, ako između krajeva pruža dva puta manji električni otpor nego gvozdена žica dužine $0,25\ \text{km}$ i poprečnog preseka $1\ \text{mm}^2$ pod istim uslovima? Specifični otpor za bakar iznosi $0,017 \cdot 10^{-5}\ \Omega\text{m}$, a za gvožđe $0,1 \cdot 10^{-5}\ \Omega\text{m}$. (Rez: $3,944\ \text{mm}^2$)

6. Naći ekvivalentni otpor šeme na slici. Pojedinačne vrednosti otpora su: $R_1 = 3\ \Omega$, $R_2 = 9\ \Omega$, $R_3 = R_4 = R_6 = 6\ \Omega$, $R_5 = 4\ \Omega$. (Rez: $3\ \Omega$)



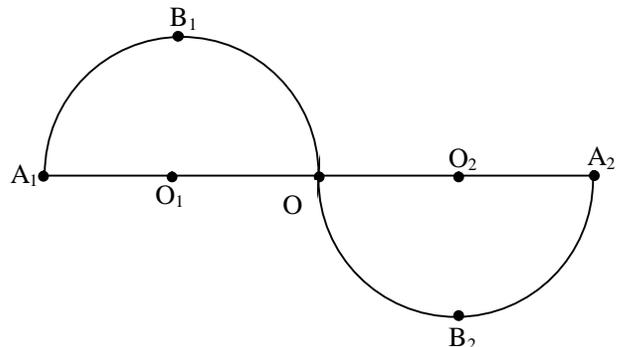
7. Od žice konstantnog preseka načinjen je kvadrat tako da je električni otpor svake njegove stranice jednak i iznosi R . Ovaj kvadrat se uključuje u električno kolo na različite načine, prikazane na slikama. Ako je u svim ovim slučajevima isti izvor napona, u kom slučaju će teći najveća struja? (Rez: u slučaju a)



8. Dva bakarna provodnika imaju jednake dužine i jednake obime poprečnih preseka. Poprečni presek jednog provodnika je kvadrat, a drugog krug. Koliki je odnos otpornosti ovih provodnika? (Rez: $\pi/4$, ili $4/$)

9.* Homogeni žičani okvir može da se priključi u strujno kolo na jedan od načina:

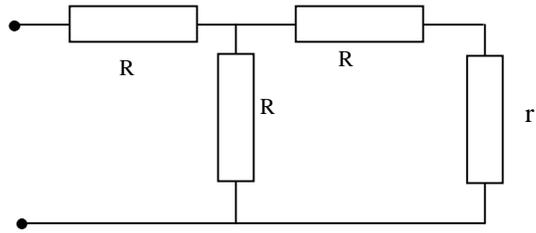
a) A_1A_2 , b) O_1O_2 c) B_1B_2 .
Izračunati otpor u svakom slučaju.



10.* Od jednakih otpornika 5Ω treba dobiti otpor 3Ω . Kako treba povezati otpornike da bi se pri tom upotrebio najmanji broj otpornika.

11.* Koliko treba da iznosi otpor r da bi ukupan otpor između označenih tačaka bio takođe r .

(Rez: $r = \sqrt{3R}$)



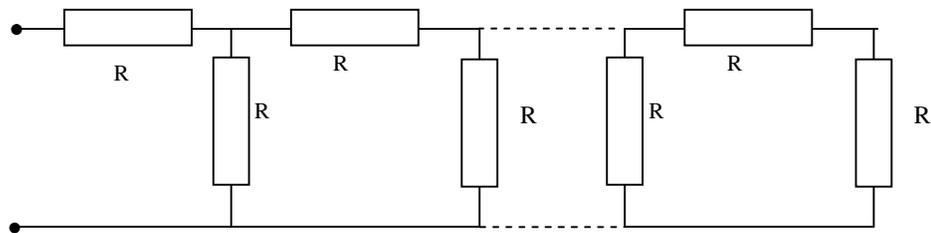
Sledeća dva zadatka zahtevaju znanje rešavanja kvadratne jednačine koja se ne uči u osnovnoj školi. To je dozvoljeno ako se da unapred teorija.

Kvadratna jednačina izgleda ovako: $ax^2 + bx + c = 0$ formula za rešavanje: $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

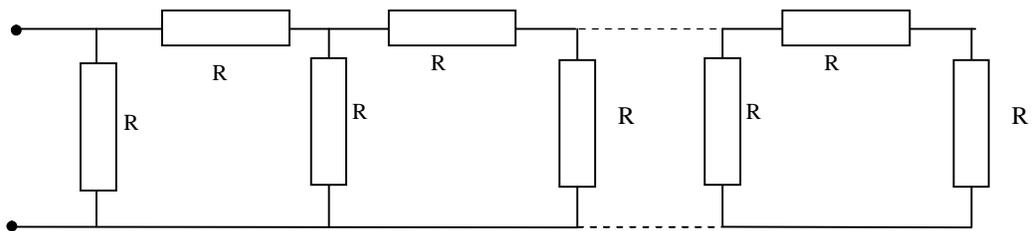
Kvadratna jednačina ima dva rešenja.

12.** Naći otpor beskonačne šeme otpora između označenih tačaka prikazane na slici:

(Rez: $R_e = \frac{R(1 + \sqrt{5})}{2}$)



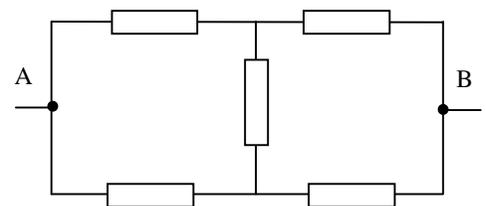
13.** Izračunati otpor beskonačne šeme prikazane na slici: (Rez: $R_e = \frac{R(\sqrt{5} - 1)}{2}$)



14.** Pet otpornika vezano je međusobno kao što je prikazano na slici.

Otpor jednog od njih (ne zna se koji) je jednak 200Ω , a ostali imaju po 100Ω . Koji od otpora treba ukloniti da bi otpor u kolu bio najmanji?

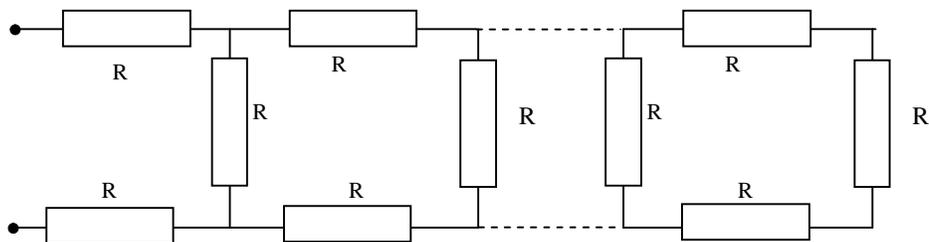
(Rez: dijagonalni element)



15.**

Naći otpor beskonačne šeme otpora između označenih tačaka prikazane na slici:

Rez: $R_{EK} = R(1 + \sqrt{3})$

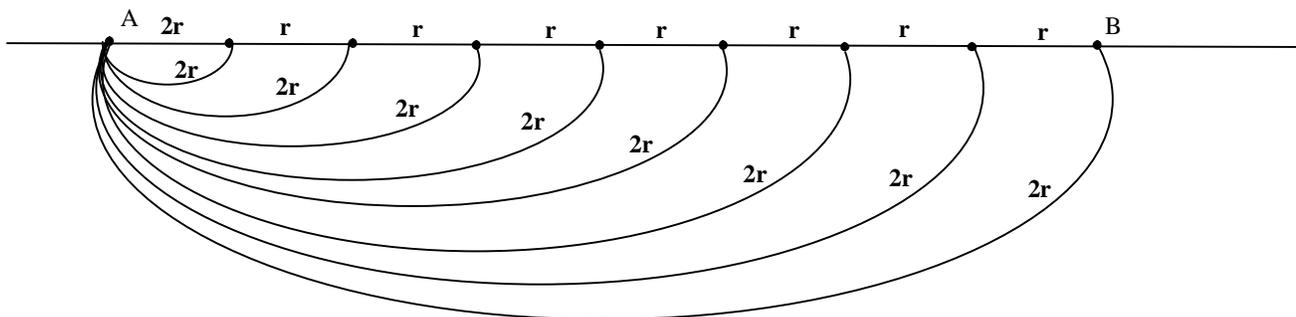


16.*

a) Odrediti otpor između tačaka A i B. Otpor svakog dela kola dat je na crtežu.

b) Kako treba povezati 11 jednakih otpora, od koji svaki ima otpor r , da bi ekvivalentan otpor bio **1) $2r$**

2) $r/2$



17. Dat je provodni ram u obliku pravougaonika sa stranicama a , b i dijagonalom d . Pojedinačni otpori su:

$R_a = 3 \Omega$; $R_b = 4 \Omega$; $R_d = 5 \Omega$.

Koliki je otpor ovog rama ako priključimo u kolo:

- 1) Na krajeve dijagonale (**Rez: $35/12 \Omega$**)
- 2) *Na krajeve stranice a . (**Rez: $249/119 \Omega$**)

18.** Od komada žice, otpora 10Ω , formiran je prsten. Gde treba priključiti žicu u strujni tok da bi ukupan otpor bio 1Ω ? Naći odnos dužina lukova na koje je podeljen prsten.

Kvadratna jednačina $ax^2 + bx + c = 0$ rešava se po formuli: $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

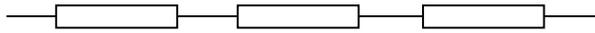
Pogledajte i zadatak 130

ELEKTRIČNI OTPOR – REŠENJA

1. Rešenje:

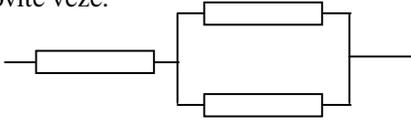
Moguće kombinacije date su slici:

Redna veza sva tri otpornika:

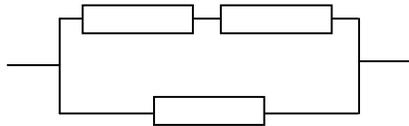


$$R_e = R + R + R \Rightarrow R_e = 3R = 15 \Omega$$

Mešovite veze:

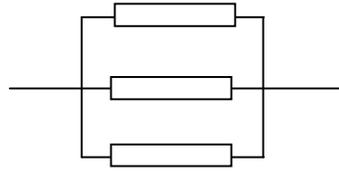


$$R_e = R + \frac{R \cdot R}{R + R} = 5 + \frac{25}{10} (\Omega) \Rightarrow R_e = 7,5 \Omega$$



$$R_e = \frac{(R + R)R}{R + R + R} = \frac{2R}{3} \Rightarrow R_e = 3,33 \Omega$$

paralelna veza sva tri otpornika:



$$\frac{1}{R_e} = \frac{1}{R} + \frac{1}{R} + \frac{1}{R} = \frac{3}{R}$$

$$\Rightarrow R = \frac{R}{3} = 1,67 \Omega$$

Obratiti pažnju: za paralelnu vezu dva otpornika koristimo skraćenu formulu; $R_e = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$

Ovu formulu ćemo često koristiti u sledećim zadacima.

2. Rešenje:

Potrebno je naći dužinu žice koju treba odseći.

Poći ćemo od formule za električni otpor: $R = \rho \frac{l}{S}$

Trebna naći u tablicama specifični otpor bakra.

Dalje, mikrometarskim zavrtanjem možemo izmeriti prečnik žice (prečnik je dostupan) d. Poprečni presek sa

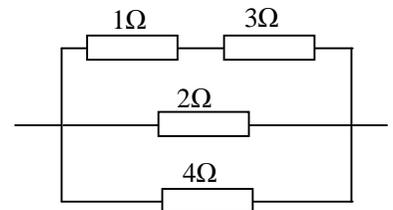
prečnikom je: $S = \frac{\pi d^2}{4}$ Dužina žice je:

$$l = \frac{RS}{\rho} = i \frac{R \frac{\pi d^2}{4}}{\rho} \Rightarrow l = \frac{\pi R d^2}{4 \rho}$$

3. Rešenje: $R_1 = 1 \Omega$, $R_2 = 2 \Omega$, $R_3 = 3 \Omega$, $R_4 = 4 \Omega$.Ukupan otpor je manji ili jednak od svakog zadatog otpora. Znači mora da upotrebimo paralelnu vezu. Da pokušamo neku kombinaciju, napr 2Ω i 4Ω .

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}, \text{ nedostaje } \frac{1}{4} \text{ tj. } \frac{1}{1+3} = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{1}{R_e} = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{1+3}$$

prema datom računu šema otpora bi izgledala ovako:

**4. Rešenje:**Podaci $V = 1,75 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3$, $L = 100 \text{ m}$, $\rho = 1,75 \cdot 10^{-8} \Omega \text{ m}$; $n = ?$ Izračunaćemo vrednost otpora cele žice. Uzeti u obzir da je zapremina data formulom $V = SL$

$$R = \rho \frac{L}{S} \text{ i } S = \frac{V}{L} \Rightarrow R = \frac{\rho L^2}{V} = \frac{1,75 \cdot 10^{-8} \cdot (100)^2}{1,75 \cdot 10^{-6}} \left(\frac{\Omega \text{ m m}^2}{\text{m}^3} \right) = 100 \Omega$$

Otpor jednog dela žice je $R_1 = R/n$

$$\text{Ekvivalentan otpor } n \text{ paralelno vezanih otpora: } \frac{1}{R_e} = \frac{n}{R_1} \Rightarrow \frac{1}{R_e} = \frac{n}{\frac{R}{n}} \Rightarrow \frac{1}{R_e} = \frac{n^2}{R} \Rightarrow n = \sqrt{\frac{R}{R_e}} \Rightarrow n = 10$$

5. Rešenje :

$L_{Cu} = 2.9 \text{ km}$; $L_{Fe} = 0.25 \text{ km}$; $S_{Fe} = 1 \text{ mm}^2$; $\rho_{Cu} = 0.017 \cdot 10^{-5} \Omega \text{ m}$; $\rho_{Fe} = 0.1 \cdot 10^{-5} \Omega \text{ m}$; $R_{Cu} = \frac{1}{2} R_{Fe}$; $S_{Cu} = ?$

Treba napisati dva puta izraz za otpor provodnika

$$R_{Cu} = \rho_{Cu} \frac{l_{Cu}}{S_{Cu}}; R_{Fe} = \rho_{Fe} \frac{l_{Fe}}{S_{Fe}}; R_{Cu} = \frac{1}{2} R_{Fe} \Rightarrow \rho_{Cu} \frac{l_{Cu}}{S_{Cu}} = \frac{1}{2} \rho_{Fe} \frac{l_{Fe}}{S_{Fe}} \quad \text{Unakrsnim množenjem dobijamo:}$$

$$2\rho_{Cu}l_{Cu}S_{Fe} = S_{Cu}\rho_{Fe}l_{Fe} \Rightarrow S_{Cu} = \frac{2\rho_{Cu}l_{Cu}S_{Fe}}{\rho_{Fe}l_{Fe}} \Rightarrow S_{Cu} = \frac{2 \cdot 0.017 \cdot 10^{-5} \cdot 2.9 \cdot 1}{0.1 \cdot 10^{-5} \cdot 0.25} \left(\frac{\Omega \text{ m} \cdot \text{km} \cdot \text{mm}^2}{\Omega \text{ m} \cdot \text{km}} \right) = 3.944 \text{ mm}^2$$

Treba zapaziti da jedinice ne treba pretvarati u osnovne jer se skraćuju; takođe se rezultat dobija u mm^2 .

Dalje, preglednije je jedinice pisati nezavisno – odvojeno – od brojnih vrednosti veličina.

6. Rešenje:

$R_1 = 3 \Omega$, $R_2 = 9 \Omega$, $R_3 = R_4 = R_6 = 6 \Omega$, $R_5 = 4 \Omega$.

Treba uočiti da između tačaka a, b, c i d nema otpornika pa se te tačke mogu spojiti. Kako to izgleda vidi se na drugoj slici. Sve pomenute tačke preslikamo – prevući u tačku d.

Sada je očiglednije da su otpori R_3 i R_6 paralelno vezani, pa oba redno sa R_2 pa svi dosad paralelno sa R_5 itd.

Izračunavanja bi izgledalo ovako:

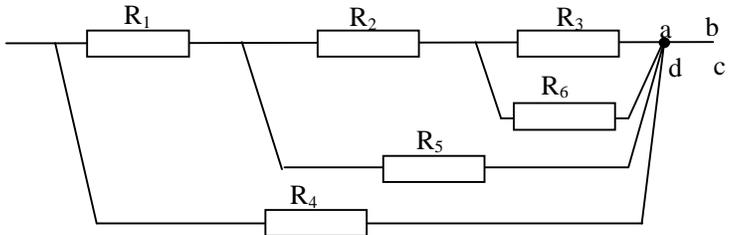
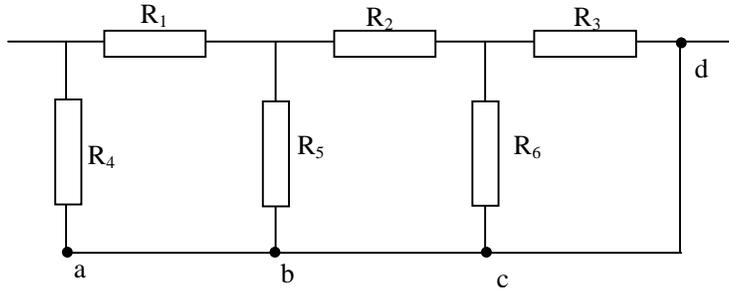
$$R_{36} = \frac{R_3 R_6}{R_3 + R_6} = \frac{6 \cdot 6}{6 + 6} \left(\frac{\Omega \Omega}{\Omega} \right) = 3 \Omega$$

$$R_{236} = R_2 + R_{36} = 12 \Omega.$$

$$R_{5236} = \frac{R_5 R_{236}}{R_5 + R_{236}} = 3 \Omega$$

$$R_{1536} = R_1 + R_{5236} = 6 \Omega$$

$$R_{ek} = \frac{R_{15236} R_4}{R_{15236} + R_4} = 3 \Omega$$

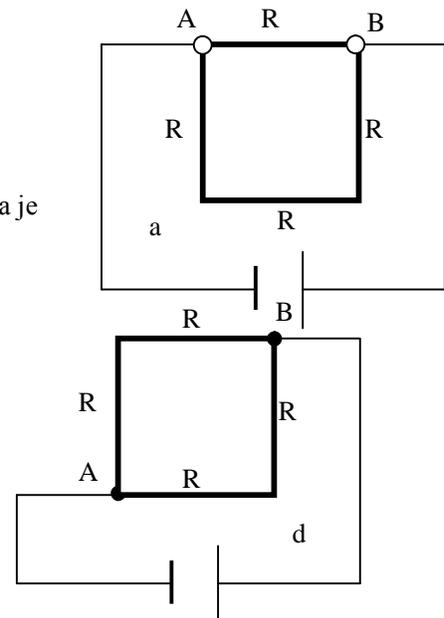
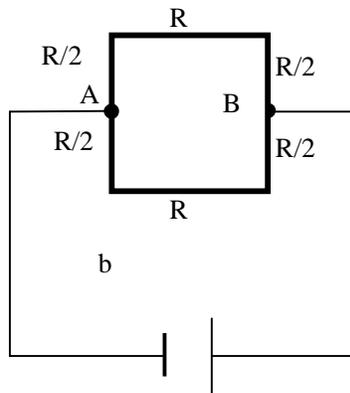
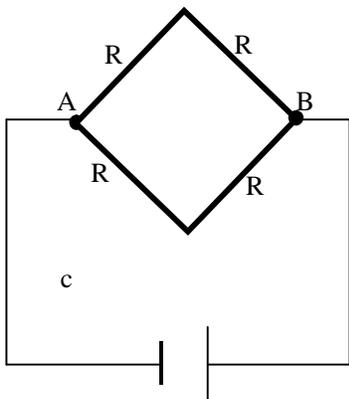


7. Rešenje: U slučaju a) vidi se da je otpor između tačaka A i B paralelna veza otpora R i $3R$

$$\text{ekvivalentni otpor je } R_e = \frac{R \cdot 3R}{R + 3R} = \frac{3R}{4}$$

U svim ostalim slučajevima je paralelna veza otpora $2R$ i $2R$

$$R_e = \frac{2R \cdot 2R}{2R + 2R} = 2R \quad \text{Znači u prvom slučaju je otpor najmanji, što znači da je najveća struja kod a)}$$



8. Rešenje: U ova dva slučaja jedino je različit poprečni presek. $S_{\text{kvad}} = a^2$, $S_{\text{krug}} = \pi r^2$. Vezu između ova dva poprečna preseka dobićemo iz uslova zadatka, a to je da su im obimi jednaki: $4a = 2\pi r$. Odavde je $a = \pi r/2$.

Zamenom u površinu kvadrata dobijamo $S_{\text{kvad}} = \pi^2 r^2/4$ Otpori su:

$$R = \rho \frac{l}{S} \Rightarrow R_{\text{kvad}} = \rho \frac{l}{\frac{\pi^2 r^2}{4}} = \rho \frac{4l}{\pi^2 r^2}, \quad R_{\text{krug}} = \rho \frac{l}{\pi r^2}$$

Njihov količnik daje:

$$\frac{R_{\text{krug}}}{R_{\text{kvad}}} = \frac{\rho \frac{l}{\pi r^2}}{\rho \frac{4l}{\pi^2 r^2}} = \frac{\pi}{4}$$

9.* Rešenje:

Električni otpor provodnika je upravo srazmeran dužini provodnika.

a) priključenje $A_1 A_2$:

Ako se uzme u obzir da je $A_1 O_1 O = 2r$ (prečnik);

$A_1 B_1 O = \pi r$ (polukrug) (isto važi i desni polukrug) i formula za otpor

$$R = \rho \frac{l}{S} \text{ (ovo je oznaka u daljem postupku)} \Rightarrow R_{A_1 B_1 O} = \rho \frac{\pi r}{S} = \pi R$$

zaključujemo sledeće odnose: $R(A_1 O_1 O) = 2R$, i $R(A_1 B_1 O) = \pi R$

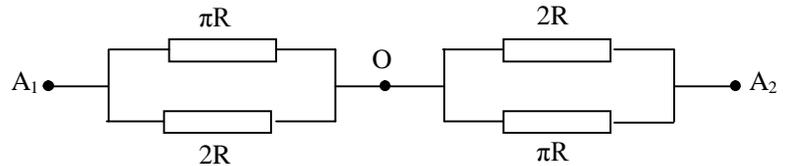
Ekvivalentna šema kola sada izgleda:

$$R_{A_1 O} = \frac{\pi R * 2R}{\pi R + 2R} = \frac{2\pi R}{\pi + 2}$$

Usled simetrije isti otpor je desnog dela šeme.

$$R_e = 2R(A_1 O)$$

$$R_e = \frac{4\pi R}{\pi + 2}$$



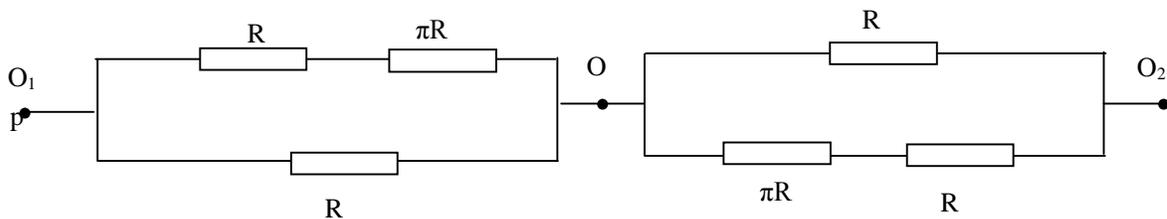
Numeričko izračunavanje daje $R_e = 2,44 R$

b) priključenje $O_1 O_2$

Korisno je prethodno izvršiti neka računanja.

Upotrebljavajući oznake pod a) zaključujemo da je: $R(A_1 O_1) = R(O_1 O) = R$ (kao otpor poluprečnika).

šema bi sad izgledala ovako:



prvi deo šeme ima otpor

$$R(o_1 o) = \frac{(R + \pi R)R}{R + \pi R + R} = \frac{R(1 + \pi)}{2 + \pi}$$

Ovoliko iznosi i otpor desnog dela šeme $R(OO_2)$

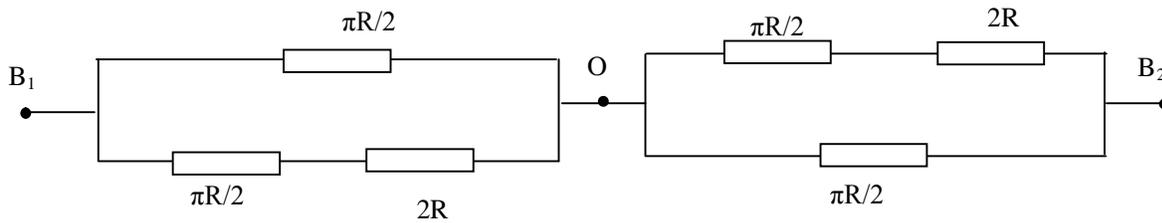
Ukupan otpor iznosi $R(O_1 O_2) = 2R(O_1 O)$

$$R(o_1 o_2) = \frac{2R(1 + \pi)}{2 + \pi}$$

Numeričko izračunavanje daje $R(O_1 O_2) = 1,61 R$

c) priključenije B₁B₂:

uzećemo u obzir da je A₁B₁ i B₁O četvrtina kruga, a A₁O prečnik, sa oznakama kao u prethodna dva slučaja. Šema bi izgledala ovako:



$$\text{rezultat je } R(B_1B_2) = \frac{\pi R(\pi + 4)}{2\pi + 4}$$

Numeričko izračunavanje daje $R(B_1B_2) = 2,18 R$

Sad procenite u kom slučaju je struja najmanja.

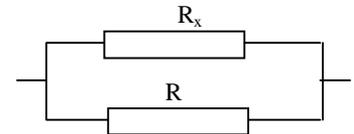
10. Rešenje:

$R = 5 \Omega$ raspoloživi otpornici, $R_0 = 3 \Omega$ traženi otpor.

Traženi otpor je manji od datog, znači u pitanju je neka paralelna veza. Da bi lakše kombinovali unapred izračunamo paralelnu vezu dva zadata otpora.

$$R_e = \frac{RR}{R+R} = \frac{R}{2} = 2,5 \Omega$$

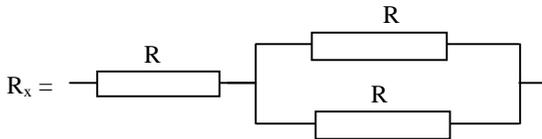
Predpostavimo sledeću paralelnu vezu:



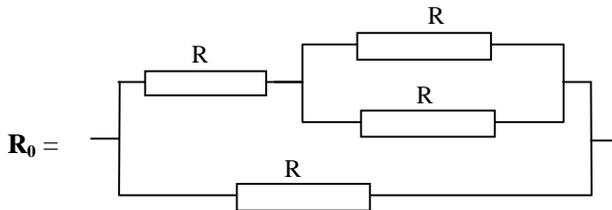
Traženi otpor je R₀:

$$R_0 = \frac{R_x R}{R_x + R} \Rightarrow 3 = \frac{5R_x}{R_x + 5} \Rightarrow R_x = 7,5 \Omega,$$

što se može napisati $R_x = 5 + 2,5 \Omega$ ovo bi trebalo da nam da ideju za šemu R_x:



Konačna šema je:

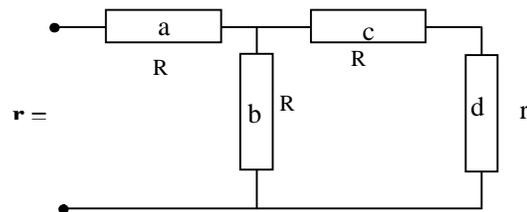


11.* Rešenje:

Treba uočiti da su otpori c i d vezani redno, pa oba paralelno sa b, i cela veza redno sa a, otpor cele veze je r:

$$r = R + \frac{(r+R)R}{r+R+R}$$

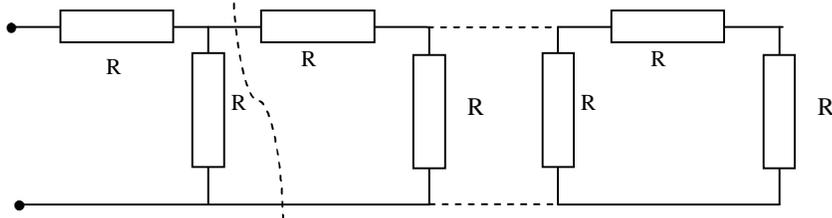
Sada ćemo sabrati razlomke na desnoj strani i izvršiti unakrsno množenje



$$r = R + \frac{(r+R)R}{r+2R} \Rightarrow r = \frac{R(r+2R) + (r+R)R}{r+2R} \Rightarrow r = \frac{2Rr+3R^2}{r+2R} \Rightarrow r(r+2R) = 2rR+3R^2 \Rightarrow r = \sqrt{3R}$$

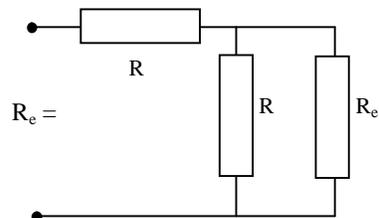
12. Rešenje:**

Ako od beskonačne šeme izdvojimo jednu ćeliju to neće uticati na ukupan otpor, jer će opet ostati beskonačno mnogo ćelija.



Otpor preostalih ćelija je takođe R_e .

Vidimo da imamo paralelnu vezu R_e i R ; pa redna veza sa R . Iskazano formulom, izgledalo bi ovako:



$$R_e = R + \frac{R_e R}{R_e + R} \Rightarrow R_e = \frac{R(R_e + R) + R_e R}{R_e + R} \Rightarrow R_e(R_e + R) = R(R_e + R) + R_e R$$

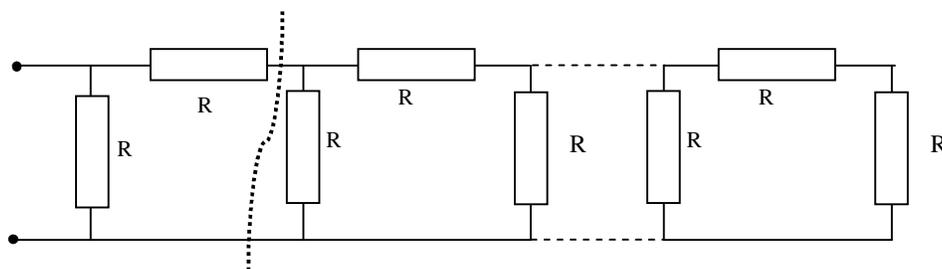
Sređivanjem dobijamo kvadratnu jednačinu: $R_e^2 - RR_e - R^2 = 0$

Rešavanjem po formuli $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ a = 1, b = -R, c = -R² dobijamo $R_e = \frac{R(1 + \sqrt{5})}{2}$

Drugo, negativno rešenje je izostavljeno kao fizički nemoguće.

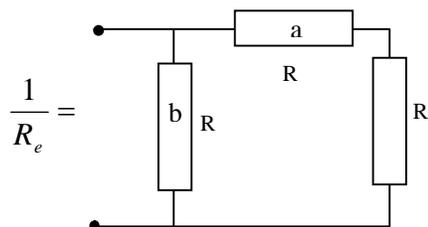
13. Rešenje** Razmišljanje je isto kao u prethodnom zadatku:

Ako od beskonačne šeme izdvojimo jednu ćeliju to neće uticati na ukupan otpor, jer će opet ostati beskonačno mnogo ćelija. Otpor preostalih ćelija je takođe R_e .



Sada je otpori a i R_e vezani redno i paralelno sa otporom b

$$\frac{1}{R_e} = \frac{1}{R} + \frac{1}{R + R_e} \Rightarrow \frac{1}{R_e} = \frac{R + R_e + R}{R(R + R_e)}$$



Unakrsnim množenjem i sređivanjem dobijamo kvadratnu jednačinu: $R_e^2 + RR_e - R^2 = 0$

Rešavanjem po formuli $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ dobijamo $R_e = \frac{R(\sqrt{5} - 1)}{2}$

Za mlade matematičare: (sa ovakvim zadacima ste se odavno upoznali)

Beskonačni periodični razlomak 0,555... pretvoriti u običan razlomak.

Obeležimo $x = 0,555...$ sad isto kao gore – odvojimo periodični deo (jednu ćeliju!): Pomnožimo izraz sa 10 $10x = 5,555... \Rightarrow 10x = 5 + 0,555... \Rightarrow 10x = 5 + x$ (! Ostatak je opet x) $\Rightarrow x = 5/9$.

Ili ovo: ($x = ?$)

$$x \rightarrow x \rightarrow x \rightarrow \dots = 2$$

Opet sličan postupak: odvojimo jedno x , (jednu ćeliju!), ostatak je opet 2.

$$\text{Znači } x^2 = 2 \Rightarrow x = \sqrt{2}$$

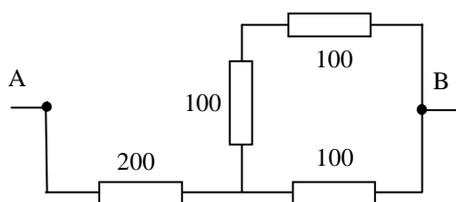
Dalje, možete u prethodnim zadacima **umesto otpornika uzeti kondenzatore**. Postupak je isti a rezultati će biti razmenjeni – kao što su i formule za rednu i paralelnu vezu otpora i kapaciteta razmenjene.

14.** Rešenje:

Neka je otpor od $200\ \Omega$ niže od tačke A.

Onda su moguće varijante veze: (prvo uklanjamo otpor više od tačke A)

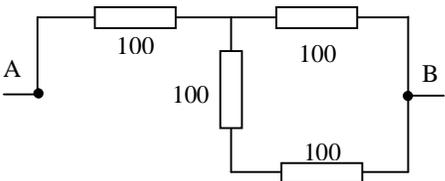
a)



$$R_a = 200 + \frac{200 * 100}{300} = 267\ \Omega$$

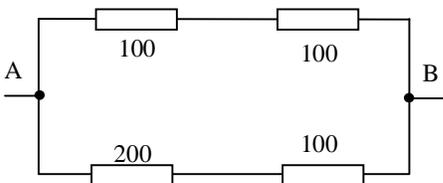
$$R_a = 200 + \frac{200 * 100}{300} = 267\ \Omega$$

b)



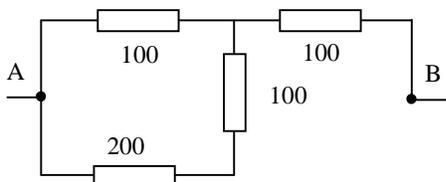
$$R_b = 100 + \frac{200 * 100}{300} = 167\ \Omega$$

c)



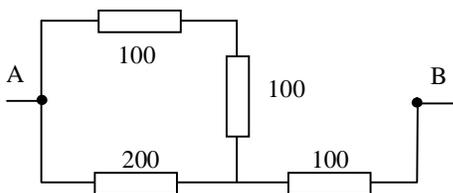
$$R_c = \frac{200 * 300}{500} = 120\ \Omega$$

d)



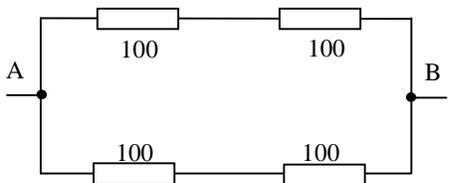
$$R_d = \frac{100 * 300}{400} + 100 = 175\ \Omega$$

e)



$$R_e = \frac{200 * 200}{400} + 100 = 200\ \Omega$$

f) još je ostalo da $200\ \Omega$ bude dijagonalni element pa ga uklonimo. Tada je



$$R_f = \frac{200 * 200}{400} = 100\ \Omega$$

Konačno zaključujemo – iz c) i f) – da **treba ukloniti dijagonalni element**. Tada je otpor najmanji.

15.**

Pogledajte zadatke 12. i 13. Opet se svodi na rešavanje kvadratne jednačine.

Rez: $R_{EK} = R(1 + \sqrt{3})$

Ovde je potreban komentar. Ovaj zadatak, kao i prethodni pomenuti, očigledno prevazilaza nivo osnovne škole, pa čak i nivo specijalaca. Pa ipak je ovakav zadatak dat na republičkom takmičenju.

I dalje ćemo navoditi zadatke sa republičkih takmičenja, naročito u delu razni zadaci.

Zapaža se povećanje nivoa zadataka, da je pitanje gde je granica. Dalje, ispostavlja se da zadaci koji su davani pre desetak godina na republičkom takmičenju, sada dolaze na opštinskom i okružnom.

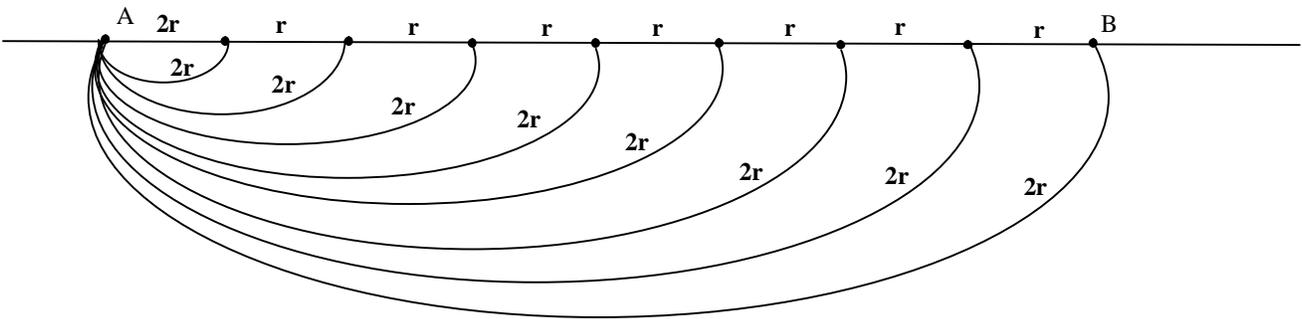
Ako se ovakav postupak nastavi pitanje je svrhe ovakvih takmičenja.

A tek da vidite zadatke na takmičenjima u srednjoj školi!

16.*

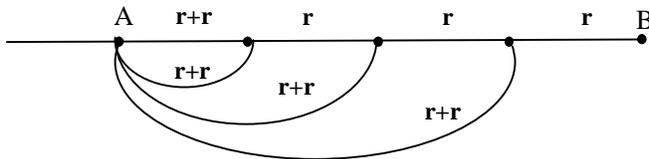
Rešenje:

a) Čudo neviđeno – **otpor između tačke A i bilo koje tačke je r.** Proverite!

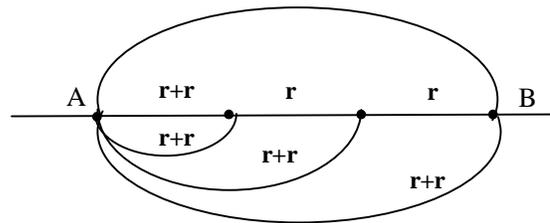


b) Na osnovu ove šeme možemo sastaviti mnogo zadataka. Rešenje predloženih izgleda ovako:

Otpor između tačaka A i B je $2r$



otpor između tačaka A i B je $r/2$



Oznaka $r + r$ znači rednu vezu dva otpora r i r

Pogledajte zadatke **45 i 46**. Tu ima novih ideja za nalaženje ekvivalentnog otpora.

Pokušajte da sastavite ovakav zadatak sa kondenzatorima

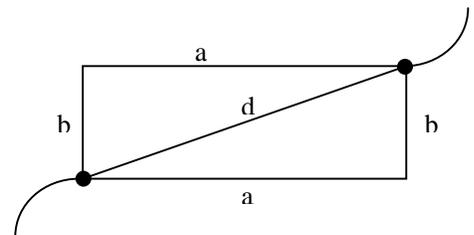
17. Rešenje:

$R_a = 3 \Omega$; $R_b = 4 \Omega$; $R_d = 5 \Omega$.

1)Ovde imamo primer paralelne veze: stranice $a + b$ – dva puta i paralelno sa dijagonalom d .

Prvo paralelna veza dva para stranica a i b :

$$R_{ab} = \frac{(R_a + R_b)(R_a + R_b)}{(R_a + R_b) + (R_a + R_b)} = \frac{(R_a + R_b)}{2}$$



$$R_{ab} = \frac{R_a + R_b}{2}; R_e = \frac{\frac{R_a + R_b}{2} * R_d}{\frac{R_a + R_b}{2} + R_d} \Rightarrow R_e = \frac{(R_a + R_b) * R_d}{R_a + R_b + 2R_d}$$

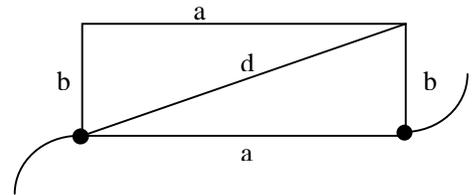
zamena brojnih vrednosti $\Rightarrow R_e = \frac{35}{12} \Omega$

2*Ovo je lep primer za uočavanje redne i paralelne veze. Stranice **a** i **b** sa gornje strane vezane su redno, pa obe paralelno sa dijagonalom, zatim redno sa drugom stranicom **b**, pa ceo sistem paralelno sa **a**.

Matematička realizacija ove zamisli stvara velike teškoće (bar za nivo osmog razreda), pa ćemo odmah zameniti brojne vrednosti.

$$R_{ab} = R_a + R_b = 7 \Omega.$$

$$R_{abd} = \frac{R_{ab} R_d}{R_{ab} + R_d} = \frac{7 * 5}{7 + 5} (\Omega) = \frac{35}{12} \Omega; R_{abdb} = \frac{35}{12} + 4 = \frac{83}{12} \Omega; R_{ek} = \frac{R_{abdb} R_a}{R_{abdb} + R_a} \Rightarrow R_{ek} = \frac{249}{119} \Omega$$



18. Rešenje:

$$R = 10 \Omega, R_{ek} = 1 \Omega, R_x = ?$$

Delovi prstena su vezani paralelno. Ukupan otpor je:

$$R_{ek} = \frac{R_x (R - R_x)}{R_x + R - R_x} \Rightarrow R_{ek} = \frac{R R_x - R_x^2}{R} \Rightarrow R_x^2 - R R_x + R R_{ek} = 0$$

$$\text{ili } R_x^2 - 10 R_x + 10 = 0; R_x = \frac{10 \pm \sqrt{100 - 40}}{2} = R_x = \frac{10 \pm \sqrt{60}}{2} = \frac{10 \pm 2\sqrt{15}}{2}$$

$$R_{x1} = 5 + \sqrt{15}; R_{x2} = 5 - \sqrt{15}$$

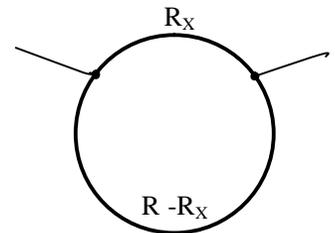
Oba rešenja su pozitivna, pa dolaze u obzir.

Zbir otpora je 10, otpor je upravo srazmeran dužini provodnika tj dužinama lukova, pa je traženi odnos

$$\frac{5 + \sqrt{15}}{5 - \sqrt{15}}$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

a = 1; b = - 10; c = 10.



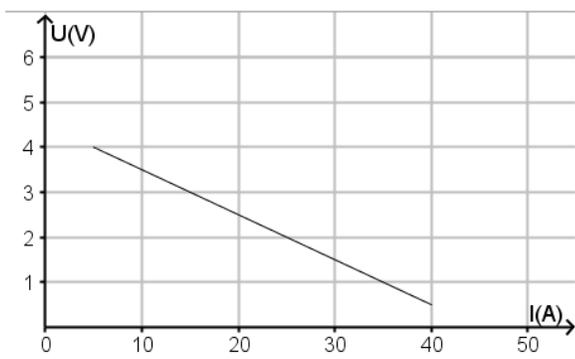
OMOV ZAKON – ZADACI

19. Kolikom srednjom brzinom se kreću elektroni kroz bakarnu žicu prečnika 1 mm kada kroz nju protiče stalna struja 2 A. U jednom kubnom centimetru bakra nalazi se $8,5 \cdot 10^{22}$ slobodnih elektrona. (Rez: $1,87 \cdot 10^{-4}$ m/s.)

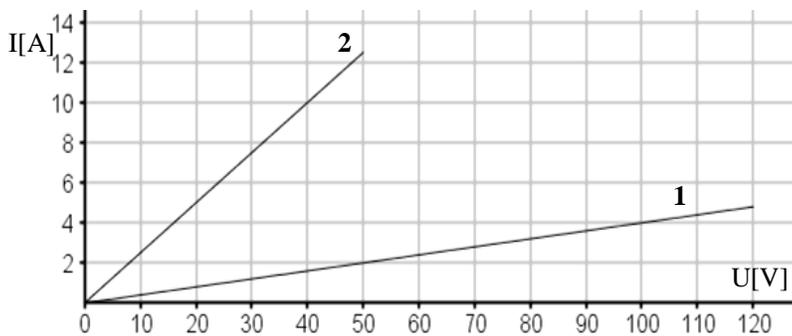
20. Struja kratkog spoja izvora EMS 15V iznosi 30 A. Kolika je struja u kolu ako se na izvor priključi otpor 5Ω . (Rez: 2,73 A)

21. Strujno kolo se sastoji od izvora struje i otpornika. Zavisnost napona od struje data je na grafiku. Odrediti sa grafika vrednost elektromotorne sile i jačinu struje kratkog spoja. (Reš: 4,5 V, 45 A)

22. Na slici su prikazane zavisnosti struje od napona za dva provodnika. Odrediti samo sa grafika a) Koliki su otpori tih provodnika? b) Koliki je napon na krajevima redne veze kada je jačina struje 2 A. c) Kolika je ukupna struja kada su oba provodnika spojena paralelno za slučaj kada je napon 40 V. (Rez: 25 Ω , 4 Ω , 58 V, 11,6 A)



Uz zadatak 21



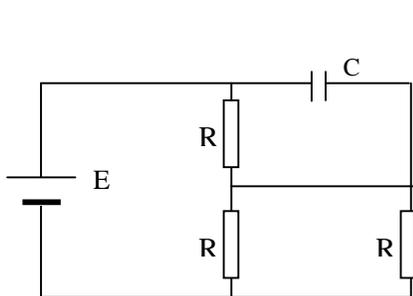
Uz zadatak 22

23. Ako se na izvor priključi otpornik 10Ω struja je 3 A, ako se priključi otpornik 20Ω struja je 1,6 A. naći EMS i unutrašnji otpor izvora. (Rez: 34,3 V, 1,43 Ω)

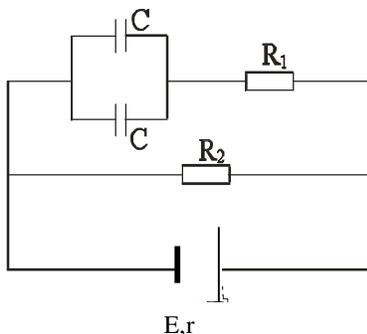
24. U kolu na slici naći naelektrisanje kondenzatora. Kapacitet kondenzatora je $4 \mu\text{F}$. Svaki otpor ima vrednost 100Ω , a ems 300 V. (Rez. 800 μC)

25. Na slici je dato električno kolo, pri čemu je $R_1 = 2 \Omega$, $R_2 = 3 \Omega$, $E = 10\text{V}$, $r = 1 \Omega$ i $C = 20 \mu\text{F}$. Odrediti kolika struja protiče kroz granu kola u kojoj se nalazi izvor, kao i količine naelektrisanja na kondenzatorima. (Rez: 2,5 A; 150 μC)

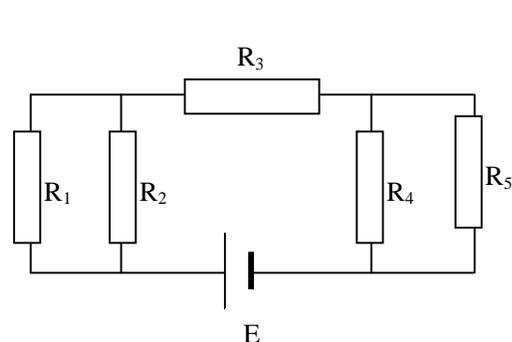
26. Odrediti elektromotornu silu u kolu na slici ako se zna da su svi otpornici međusobno jednaki i otpor im je 1Ω , a struja kroz otpornik R_1 iznosi 1A. Unutrašnji otpor EMS je zanemarljiv. (Rez: 4 V)



Uz zadatak 24

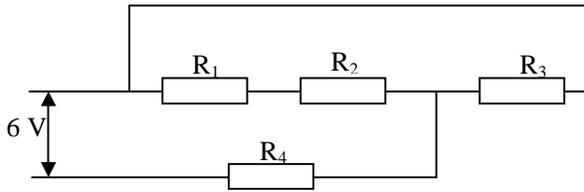


Uz zadatak 25



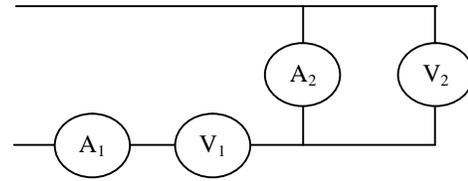
Uz zadatak 26

27. Kolika struja teče kroz otpornik R_3 u kolu na slici. Vrednost svih otpornika je po 1Ω . Kolo je priključeno na napon 6 V . (Rez: **2,4 A**)



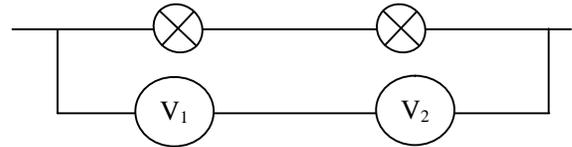
Uz zadatak 27

28. U šemi na slici priključena su dva ampermetra i dva jednaka voltmetra. Ampermetri pokazuju vrednosti $I_1 = 100 \mu\text{A}$ i $I_2 = 99 \mu\text{A}$. Voltmetar V_1 pokazuje napon 10 V . Koliki napon pokazuje voltmetar V_2 ? (Rez: **0,1 V**)



Uz zadatak 28

29. Na dve redno povezane sijalice priključena su dva voltmetra kao na slici. Voltmetar V_1 pokazuje napon 6 V , a voltmetar V_2 pokazuje 20 V . Otpor voltmetra V_1 je 4000Ω . Koliki je otpor voltmetra V_2 . (Rez: **13 333 \Omega**)



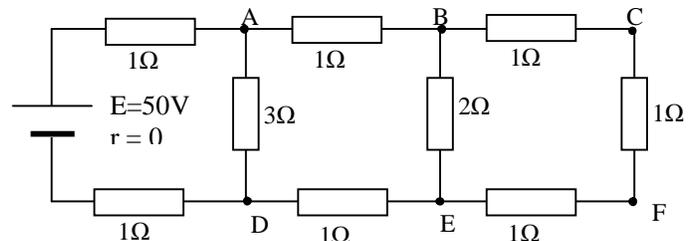
Uz zadatak 29

30. Pri rednom vezivanju otpornika u mrežu, jačina struje je 4 puta manja nego pri paralelnoj vezi ta dva otpornika. Koliki je odnos otpornosti ta dva otpornika. (Rez: **1**)

31. Tri žice od istog materijala, čije se dužine odnose kao $1:2:3$, a poprečni preseči kao $1:4:6$, vezane su redno i spojene sa izvorom napona 8 V . Odrediti pad potencijala na svakoj žici. (Rez: **4 V, 2 V, 2V**)

32. Struja kratkog spoja izvora EMS 15 V iznosi 30 A . kolika je struja u kolu ako se na izvor priključi otpor 5Ω . (Rez: **2,73 A**)

33. Na osnovu prikazanog kola naći vrednosti napona U_{AD} , U_{BE} , U_{CF} . (Rez: **21,9 V; 8,28 V; 2,76 V**)

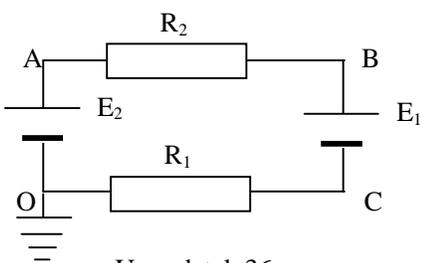


Uz zadatak 33

34. Ampermetar ima opseg 100 mA , unutrašnjeg otpora 180Ω . Koliki otpor treba vezati paralelno da bi mogao da izmeri struju od 1 A . (Rez: **20 \Omega**)

35. Voltmetar opsega 100 V ima unutrašnji otpor $10 \text{ k}\Omega$. Koliki najveći napon se može izmeriti ovim voltmetrom ako se njemu redno veže otpornik $90 \text{ k}\Omega$. (Rez: **1000 V**)

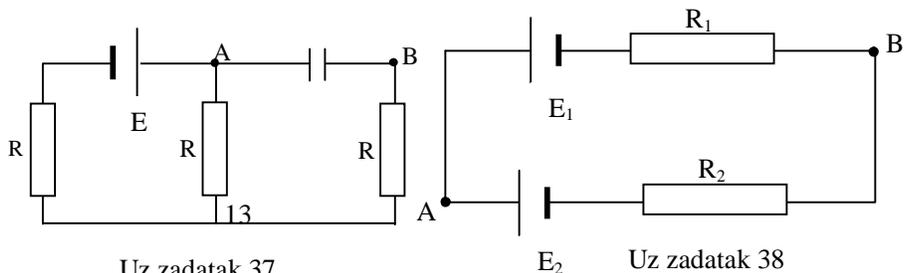
36. U kolu na slici tačka O je na nultom potencijalu. Naći potencijale tačaka A,B,C. Ostali podaci: $E_1 = 12 \text{ V}$, $E_2 = 4 \text{ V}$, $R_1 = 1 \Omega$, $R_2 = 3 \Omega$. (rez: $\varphi_A = 4 \text{ V}$, $\varphi_B = 10 \text{ V}$, $\varphi_C = -2 \text{ V}$.)



Uz zadatak 36

37. U kolu na slici naći napon između tačaka A i B. Vrednost svakog otpora je 10Ω . Ems je 120 V . (Rez: **60 V**)

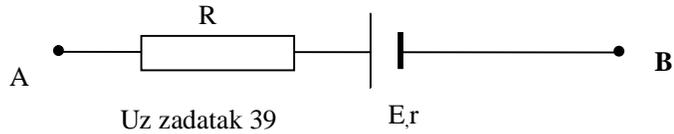
38. U kolu na slici naći razliku potencijala tačaka A i B. Podaci: $E_1 = 30 \text{ V}$, $E_2 = 10$, $R_1 = 100 \Omega$, $R_2 = 100 \Omega$. Može i tekst: šta bi pokazao idealni voltmetar priključen između tačaka A i B? (Idealni voltmetar je voltmetar se beskonačnim otporom – tj kroz njega struja ne teče) . (Rez: **20 V**)



Uz zadatak 37

Uz zadatak 38

39. Kolika struja teče kroz deo kola prikazan na slici i u kom smeru? Podaci su $E = 20 \text{ V}$, $r = 1 \Omega$, potencijal tačke A je $\varphi_A = 15 \text{ V}$, a tačke B $\varphi_B = 5 \text{ V}$, $R = 3\Omega$.
(Rez 2, 5 A; od B ka A)

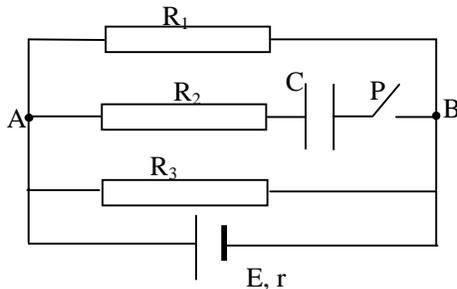


40. Na akumulator je priključena redna veza dva provodnika pri čemu je otpor jednog provodnika $n = 2$ puta veći od otpora drugog. Koliko puta se promeni jačina struje koja teče kroz akumulator ako se na njega priključi paralelna veza istih provodnika? Poznato je da je struja kratkog spoja $k = 5$ puta veća od struje koja teče kroz akumulator ako je na njega priključen samo provodnik manjeg otpora. (Rez: $I_1/I_2=11/39$)

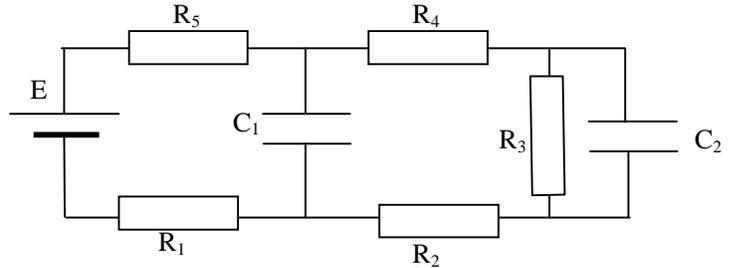
41. Dva otpornika od 40Ω i 50Ω vezana su na red i priključena na izvor elektromotorna sile 184 V , unutrašnjeg otpora 2Ω . Odrediti:

- Napon na krajevima otpornika
- Napon koji pokazuje voltmetar unutrašnjeg otpora 2500Ω kada se veže na krajeve otpornika 50Ω datog kola. (Rez: **80 V; 100 V; 98,98 Ω**)

42. Na slici je dato kolo pri čemu je $R_1 = R_2 = 2 \Omega$; $R_3 = 5 \Omega$; $E = 34 \text{ V}$; $r = 1 \Omega$; $C = 20 \mu\text{F}$. Odrediti koliko će naelektrisanje proteći kroz prekidač P kada se on zatvori. (Rez: $4 \cdot 10^{-4} \text{ C}$)



Uz zadatak 42

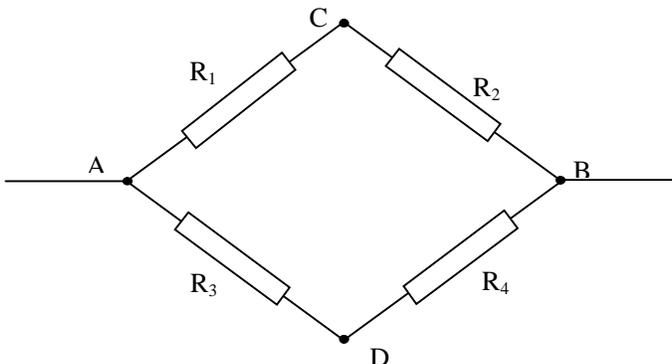


Uz zadatak 44

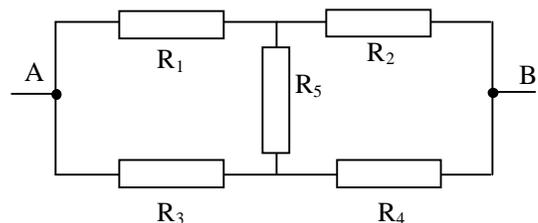
45. a) Četiri otpornika vezana su kao na slici, tako da grade četvorougao. Otpori su priključeni između tačaka A i B a tačke C i D su na istom potencijalu. Odredi R_4 ako su vrednosti ostalih otpora $R_1 = 20 \Omega$, $R_2 = 40 \Omega$, $R_3 = 80 \Omega$.

b) pet jednakih otpora otpornosti R treba vezeti u kolo a da ukupan otpor opet bude R (treba upotrebiti sve otpornike).

46*. Naći otpor između tačaka A i B. Podaci: $R_1 = 3\Omega$, $R_2 = 8 \Omega$, $R_3 = 21 \Omega$, $R_4 = 56 \Omega$, $R_5 = 9,625 \Omega$. (Rez: **9,625 Ω**)



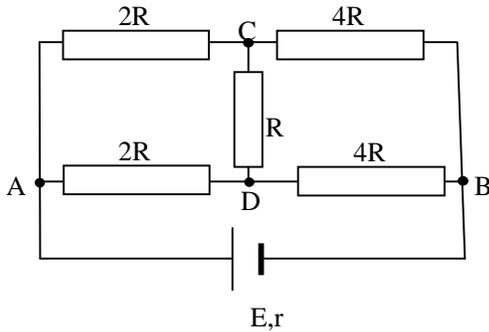
Uz zadatak 45



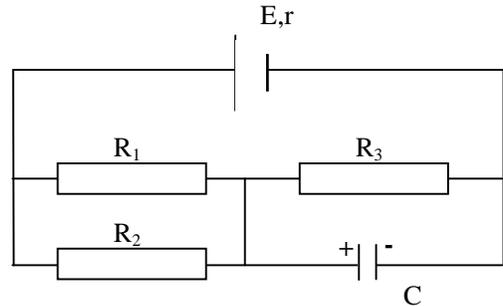
Uz zadatak 46

47. Dato je strujno kolo na slici. Odredit struju kroz izvor ako je $R = 16 \Omega$, $r = 2 \Omega$, $E = 120 \text{ V}$. (Rez: 2,4A)

48. Dato je kolo kao na slici. Kondenzator je naelektrisan sa $12 \mu\text{C}$. Izračunati veličinu EMS ako je $C = 10 \mu\text{F}$, $R_1 = 3 \Omega$, $R_2 = 2 \Omega$, $R_3 = 5 \Omega$, $r = 0,3 \Omega$. (Rez: 1,56 V)



Uz zadatak 47

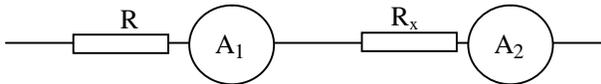


Uz zadatak 48

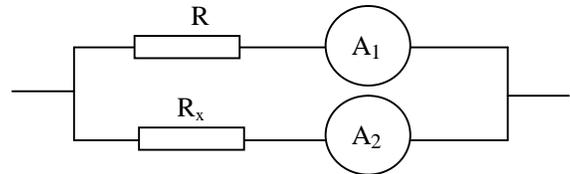
49. Za merenje napona gradske mreže ($U=220 \text{ V}$). Upotrebljena su dva voltmetra unutrašnjih otpora $28 \text{ k}\Omega$ i $16 \text{ k}\Omega$, svaki predviđen za napon 150 V . Koliki napon će pokazivati svaki voltmetar? (Rez: 130 V; 80 V)

50. Strujno kolo je sastavljeno od akumulatora i otpornika otpora 10Ω . Ako na red sa otporom uključimo voltmetar, on pokazuje istu vrednost kao ga uključimo paralelno otporu. Unutrašnji otpor voltmetar je 1000Ω . Odredi unutrašnji otpor akumulatora. (Rez: 0,1 Ω)

51. Imamo dva različita ampermetra i dva različita otpora R i R_x . Kada su ampermetri vezani redno njihova skretanja su α_1 i α_2 a ako su vezani paralelno skretanja su β_1 β_2 kao na slici. Unutrašnji otpor ampermetra zanemariti. Naći otpor R_x . (Rez: $R_x = \frac{R\alpha_2\beta_1}{\alpha_1\beta_2}$)

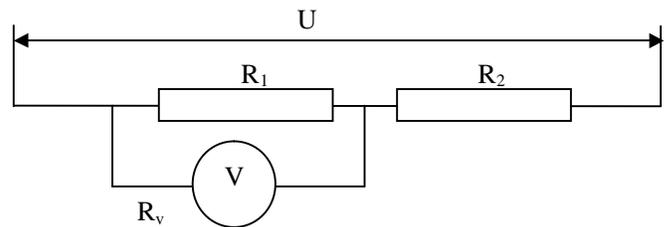


Uz zadatak 51



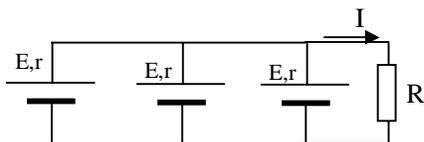
Uz zadatak 51

52*. Voltmetar na slici pokazuje napon 36 V . Naći odnos struja kroz voltmetar i kroz otpornik R_2 . Ostali podaci $R_1 = 4 \text{ k}\Omega$, $R_2 = 6 \text{ k}\Omega$, $U_v = 36 \text{ V}$, $U = 100 \text{ V}$. Šta pokazuje voltmetar ako su otpori $R_1 = 4 \Omega$, $R_2 = 6 \Omega$. (Rez: 5/32; 40 V)

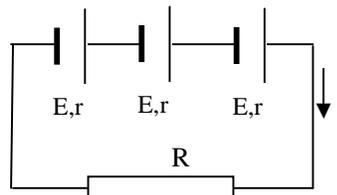


Uz zadatak 52

53. Tri jednake baterije unutrašnjih otpornosti $r = 6 \Omega$ spojena su najpre paralelno sa nepoznatim otporom, zatim redno sa istim otporom. Jačina struje je ista u oba slučaja. Odrediti taj spoljašnji otpor. (Rez: $R = 6 \Omega$)

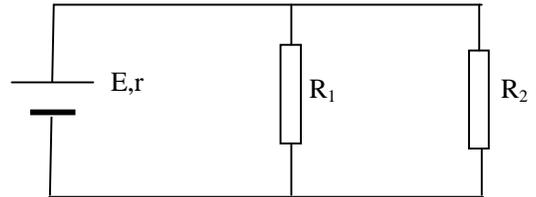


Uz zadatak 53



Uz zadatak 53

54.* Dva otpornika načinjena od istog materijala imaju jednaku dužinu žice, dok je površina poprečnog preseka deblje žice tri puta veća od površine poprečnog preseka tanje žice. Otpornici su vezani u kolo kao na slici sa izvorom elektromotorne sile 3 V i unutrašnjim otporom $0,6 \Omega$. Vrednosti otpora dva otpornika se razlikuju za $6,4 \Omega$. Izračunati:

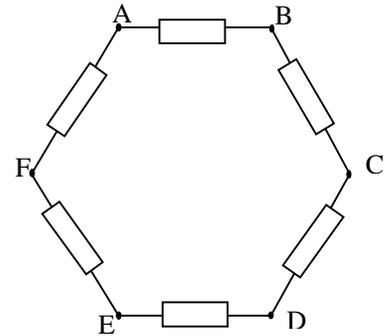


Uz zadatak 54

- a) Vrednosti oba otpora
- b) Vrednosti svih struja koje teku kroz kolo.

(Rez. $9,6 \Omega$; $3,2 \Omega$; $1A$; $0,75 A$; $0,25 A$)

55. Šest jednakih otpora po 20Ω obrazuju zatvorenu konturu kao na slici. Izvor napona $120 V$ i zanemarljivog unutrašnjeg otpora priključuje se uzastopno između sledeće dve tačke:



Uz zadatak 55

- a) A i B
- b) A i C
- c) A i D
- d) A i E
- e) A i F

U svim slučajevima odrediti otpor kontura, jačinu struje u pojedinim konturama i struju kroz izvor.

(Rez. $50/3 \Omega$, $1,2 A$, $7,2 A$, $80/3 \Omega$, $1,5 A$, $4,5 A$, 30Ω , $2 A$, $2A$)

56. Voltmetar, uključen redno sa otporom $7\ 000 \Omega$, pokazuje napon $50 V$. Napon na celoj vezi je $120 V$. Koliki napon pokazuje taj voltmetar ako se redno priključi sa otporom $35\ 000 \Omega$ pri istom naponu na celoj vezi.

(Rez. : $15 V$)

57. Električno kolo se sastoji od četiri provodnika iste dužine i od istog materijala vezanih redno. Poprečni preseki provodnika su 1 mm^2 , 2 mm^2 , 3 mm^2 , 4 mm^2 . Napon na krajevima kola je $100 V$. Odrediti napon na svakom provodniku. **(Rez: $48 V$, $24 V$, $16 V$, $12 V$)**

OMOV ZAKON – REŠENJA

19. Rešenje:

Podaci: $d = 1 \text{ mm}$; tj. $r = 0,5 \text{ mm} = 0,5 \cdot 10^{-3} \text{ m}$; $I = 2 \text{ A}$; $n = 8,5 \cdot 10^{22}$ (u 1 cm^3) elektrona; treba pretvoriti broj elektrona u m^3 . $1 \text{ m}^3 = 10^6 \text{ cm}^3$, znači $n = 5 \cdot 10^{28}$ elektrona u m^3 , $v = ?$

Polazimo od osnovnih definicija: $I = q/t$; $q = Ne$ (količina naelektrisanja je broj viška ili manjka elektrona); koncentracija elektrona je $n = N/V$ (Količnik broja elektrona i zapremine). Odavde je broj elektrona je $N = nV$,

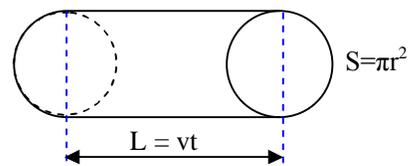
Količina elektriciteta je $q = nVe$. Zamenom u izraz za struju $I = (nVe)/t$.

Sada treba naći zapreminu provodnika, kao zapreminu valjka koji obrazuju elektroni koji za vreme t pređu put $L = vt$. $V = SL = \pi r^2 vt$

Dobijamo izraz za jačinu struje $I = n\pi r^2 ve$. Odavde je

$$v = \frac{I}{n\pi r^2 e} = \frac{2}{8,5 \cdot 10^{28} \cdot 3,14 \cdot (0,5 \cdot 10^{-3})^2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}} \left(\frac{\text{A}}{\text{m}^{-3} \text{m}^2 \text{C}} \right) = 1,87 \cdot 10^{-4} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Opet obratiti pažnju na pisanje jedinica: jedinice pišemo odvojeno od brojeva radi bolje preglednosti.



20. Rešenje:

Podaci: $E = 15 \text{ V}$, $I_0 = 30 \text{ A}$, $R = 5 \Omega$, $I = ?$

Struja kratkog spoja znači da je spoljašnji otpor nula. Omov zakon izgleda ovako:

$$I_0 = \frac{E}{r}, \Rightarrow r = \frac{E}{I_0} = \frac{15 \left(\frac{\text{V}}{\text{A}} \right)}{30} = 0,5 \Omega.$$

Ovaj podatak (I_0) služi da se izračuna unutrašnji otpor izvora.

Sad struja, sa otporom R iznosi:

$$I = \frac{E}{r + R} = \frac{15}{0,5 + 5} \left(\frac{\text{V}}{\Omega} \right) = 2,73 \text{ A}$$

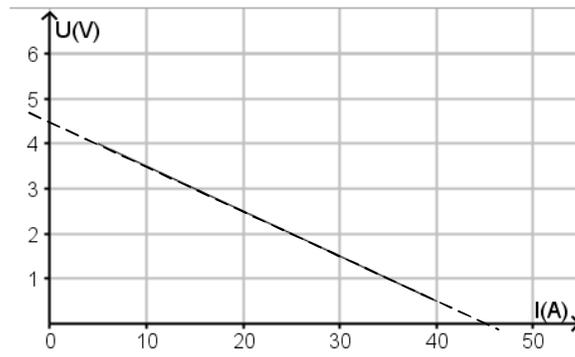
21. Rešenje: napisaćemo Omov zakon za celo kolo i napisati ga u pogodnom obliku za ovaj zadatak:

$$I = \frac{E}{r + R} \Rightarrow E = Ir + IR \Rightarrow E = Ir + U \Rightarrow$$

$$U = E - Ir$$

Ako je struja nula $I = 0$, onda je $U = E$. zato produžimo grafik od preseka sa U osom. Procenjujemo $E = 4,5 \text{ V}$.

Za struju kratkog spoja uslov je da otpor spoljašnjeg dela kola bude nula $R = 0$, samim tim je i $U = 0$ ($U = RI$). Presek sa I osom procenjujemo $I_0 = 45 \text{ A}$.



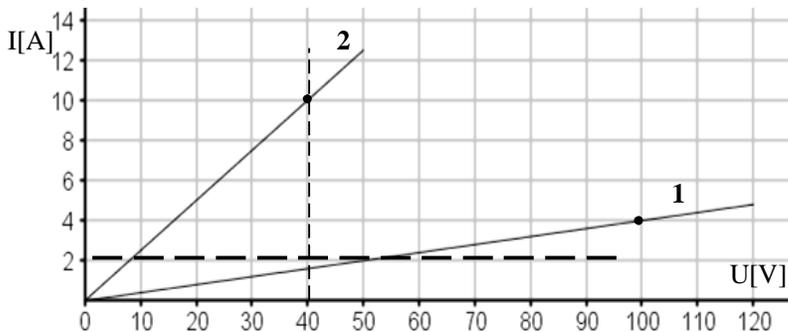
Uz zadatak 21

22. Rešenje:

a) Na svakom grafiku treba odabrati pogodnu tačku sa kojih ćemo pročitati vrednosti napona i struje. Na grafiku 1 to je tačka (100 V, 4A), a na grafiku 2 to je tačka (40 V, 10A). Iz tih podataka izračunavamo po Omovom zakonu:

$$R_1 = \frac{U_1}{I_1} = \frac{100 \left(\frac{\text{V}}{\text{A}} \right)}{4} = 25 \Omega;$$

$$R_2 = \frac{40 \left(\frac{\text{V}}{\text{A}} \right)}{10} = 4 \Omega$$



Uz zadatak 22

b) Kod redne veze struja je zajednička. Za slučaj struje od 2 A procena napona sa grafika je: $U_1 = 8 \text{ V}$, $U_2 = 50 \text{ V}$. ukupan napon redne veze je $U = U_1 + U_2 = 58 \text{ V}$.

c) kod paralelne veze napon je isti za oba otpornika a struje se sabiraju. Procena struja za napon od 40 V sa grafika iznosi: $I_1 = 1,6 \text{ A}$, $I_2 = 10 \text{ A}$. ukupna struja iznosi $I = I_1 + I_2 = 11,6 \text{ A}$.

23. Rešenje

Podaci: $R_1 = 10 \Omega$, $I_1 = 3 \text{ A}$, $R_2 = 20 \Omega$, $I_2 = 1,6 \text{ A}$, $E = ?$, $r = ?$.

Napisaćemo dva puta Omov zakon:

$$I_1 = \frac{E}{r + R_1}, \quad I_2 = \frac{E}{r + R_2}$$

Rešićemo ove jednačine na elegantan način, podelićemo levu i levu stranu, kao i desnu i desnu, izvršimo unakrsno množenje.

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{\frac{E}{r + R_1}}{\frac{E}{r + R_2}} \Rightarrow \frac{I_1}{I_2} = \frac{r + R_2}{r + R_1} \Rightarrow I_1 r + I_1 R_1 = I_2 r + I_2 R_2 \Rightarrow r(I_1 - I_2) = I_2 R_2 - I_1 R_1$$

$$r = \frac{I_2 R_2 - I_1 R_1}{I_1 - I_2} = 1,43 \Omega, \quad E = I_1(r + R_1) = 34,3 \text{ V}$$

24. Rešenje:

$R_1 = R_2 = R_3 = 100 \Omega$, $C = 4 \mu\text{F}$, $E = 300 \text{ V}$, $q = ?$

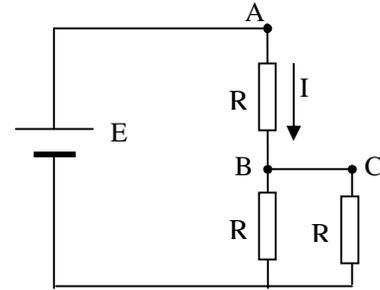
U kolu jednosmerne struje kroz kondenzator teče struja samo dok se ne napuni. Posle toga struja ne teče jer je između obloga kondenzatora izolator. **To se zove stacionarni režim.**

Kolo je u stacionarnom režimu. To znači da kroz kondenzator ne teče struja, pa se kondenzator može izbrisati.

Ukupan otpor u kolu je $R_e = R + \frac{RR}{R + R} = \frac{3R}{2}$

Struja iznosi $I = \frac{E}{\frac{3R}{2}} = \frac{300}{\frac{3 \cdot 100}{2}} \left(\frac{\text{V}}{\Omega} \right) = 2 \text{ A}$

Napon između tačaka A i B iznosi: $U_{AB} = IR = 2 \text{ A} \cdot 100 \Omega = 200 \text{ V}$.
Toliki napon je i na kondenzatoru (B = C – između njih nema otpora)
 $Q = CU_{AB} = 800 \mu\text{F}$.



Uz zadatak 24

25. Rešenje:

$R_1 = 2 \Omega$, $R_2 = 3 \Omega$, $E = 10 \text{ V}$, $r = 1 \Omega$ i $C = 20 \mu\text{F}$ $I = ?$; $q_1 = ?$ $q_2 = ?$

Jednosmerna struja ne može proticati kroz kondenzator, R_1 ne igra nikakvu ulogu (sem da se zbuni protivnik).

Kolo izgleda kao na drugoj slici. Struja iznosi:

$$I = \frac{E}{r + R} = \frac{10}{1 + 3} \left(\frac{\text{V}}{\Omega} \right) = 2,5 \text{ A}$$

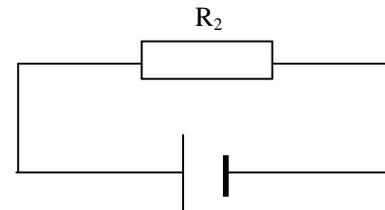
Napon na kondenzatorima je isti kao i na otporu R_2 :

$$U_2 = IR_2 = 2,5 \cdot 3 \text{ (A}\Omega) = 7,5 \text{ V.}$$

Toliki napon je na svakom kondenzatoru (osobina paralelne veze)

Količina elektriciteta je :

$$q_1 = q_2 = U_2 C = 7,5 \cdot 20 \text{ (V } \mu\text{F)} = 150 \mu\text{F}$$



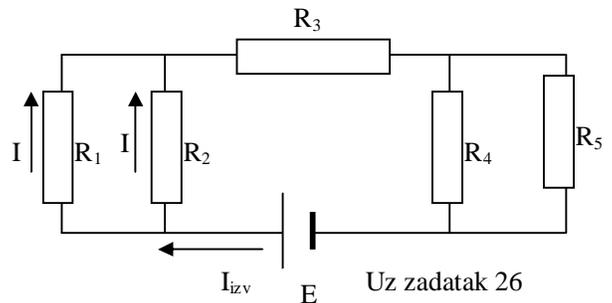
Uz zadatak 25

26. Rešenje:

Podaci: $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R_5 = 1 \Omega$, $r = 0$, $E = ?$

Napon na otporu R_1 je $U = R_1 I = 1 \text{ V}$. Zbog paralelne veze napon na R_2 je takođe 1V i struja kroz R_2 je 1A. Znači struja kroz izvor je 2 A. Otpor u kolu je:

$$R_{12} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = 0,5 \Omega$$



Uz zadatak 26

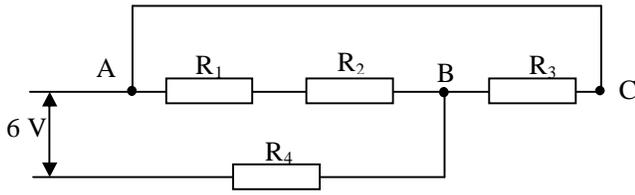
Takođe je i otpor $R_{45} = 0,5 \Omega$. Ukupan otpor u kolu je 2Ω (redna veza $R_e = R_{12} + R_3 + R_{45}$)

Omov zakon daje : **$E = R_e I_{izv} = 4 \text{ V}$.**

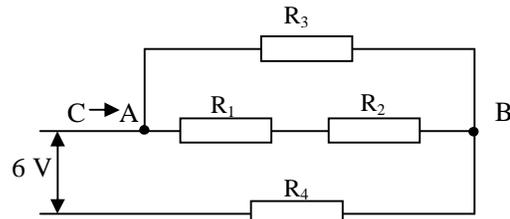
27. Rešenje:

$R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = 1 \Omega, U = 6 V.$

Najpre ćemo kolo nacrtati u preglednijoj formi. Između tačaka A i C nema otpornika pa se mogu spojiti. Tačku C ćemo „prevući“ u tačku A kolo će izgledati ovako: (sl. 27-2)



Uz zadatak 27-1



Uz zadatak 27-2

Izračunaćemo ukupan otpor kola:

$$R_{AB} = \frac{(R_1 + R_2)R_3}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{2 * 1 \left(\frac{\Omega \Omega}{\Omega} \right)}{3} = \frac{2}{3} \Omega \Rightarrow R_e = 1 + \frac{2}{3} = \frac{5}{3} \Omega$$

Izračunaćemo struju u kolu i napon U_{AB} jer to je napon i na otporu R_3

$$I = \frac{U}{R_e} = \frac{6}{\frac{5}{3}} \left(\frac{V}{\Omega} \right) = 3,6 A. \quad U_{AB} = IR_{AB} = 3,6 * \frac{2}{3} (A \Omega) = 2,4 V \Rightarrow I_3 = \frac{U_{AB}}{R_3} = 2,4 A$$

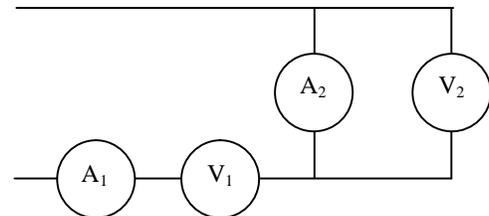
28. Rešenje:

$I_1 = 100 \mu A, I_2 = 99 \mu A, U_1 = 10 V, U_2 = ?$

Kroz prvi voltmetar protiče struja I_1 a napon je U_1 znači otpor voltmetra je $R_V = U_1/I_1 = 100 \Omega$.

Struja se deli kroz drugi ampermetar i drugi voltmetar. Za voltmetar V_2 preostaje $1 \mu A$. Voltmetri su isti pa je otpor i drugog voltmetra 100Ω .

Znači $U_2 = R_V * 1 \mu A = 0,1 V$



Uz zadatak 28

29. Rešenje:

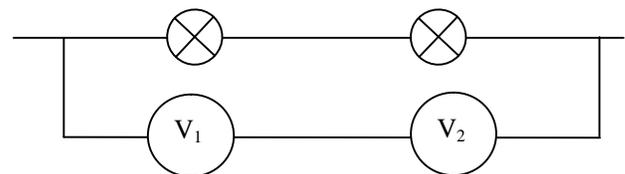
$U_1 = 6 V, U_2 = 20 V, R_1 = 4000 \Omega, R_2 = ?$

Struja kroz voltmetar V_1 je

$$I = \frac{U_1}{R_1} = \frac{6}{4000} \left(\frac{V}{\Omega} \right) = 0,0015 A$$

Tolika struja je i kroz V_2 (redna veza)

$$R_2 = \frac{U_2}{I} = \frac{20}{0,0015} \left(\frac{V}{A} \right) \Rightarrow R_2 = 13333 \Omega$$



Uz zadatak 29

30. Rešenje

$I_{par} = 4I_{red}; R_1/R_2 = ?$

$$I_{par} = \frac{U}{R_{par}} = \frac{U}{\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}} = \frac{U(R_1 + R_2)}{R_1 R_2}; i I_{red} = \frac{U}{R_1 + R_2}$$

Uslov zadatka može se napisati kao:

$I_{par}/I_{red} = 4$

$$\frac{I_{par}}{I_{red}} = \frac{\frac{U(R_1 + R_2)}{R_1 R_2}}{\frac{U}{R_1 + R_2}} = 4 \Rightarrow \frac{(R_1 + R_2)^2}{R_1 R_2} = 4 \Rightarrow (R_1 + R_2)^2 = 4R_1 R_2 \Rightarrow R_1^2 + 2R_1 R_2 + R_2^2 = 4R_1 R_2 \Rightarrow$$

$R_1^2 - 2R_1 R_2 + R_2^2 = 0 \Rightarrow (R_1 - R_2)^2 = 0 \Rightarrow R_1 = R_2$

Za mlade fizičare kvadrat binoma ne treba da predstavlja problem

31. Rešenje: $l_1 : l_2 : l_3 = 1:2:3$ $S_1 : S_2 : S_3 = 1:4:6$, $U = 8 \text{ V}$, $U_1, U_2, U_3 = ?$

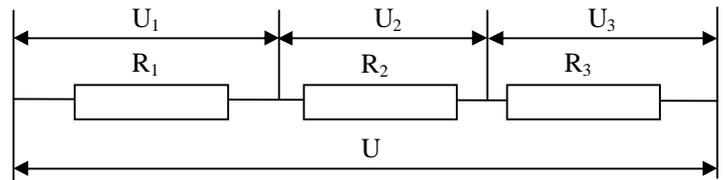
u skladu sa produženom proporcijom obeležićemo:

$$l_1 = x; \quad l_2 = 2x; \quad l_3 = 3x$$

$$S_1 = y; \quad S_2 = 4y; \quad S_3 = 6y.$$

Otpori iznose:

$$R = \rho \frac{l}{S} \Rightarrow R_1 = \rho \frac{x}{y}, \quad R_2 = \rho \frac{2x}{4y} = \frac{1}{2} \rho \frac{x}{y} = \frac{1}{2} R_1, \quad R_3 = \rho \frac{3x}{6y} = \frac{1}{2} R_1$$



Uz zadatak 31

Ukupan otpor iznosi $R_{ek} = 2R_1$. Struja iznosi:

$$I = \frac{U}{R_{ek}} = \frac{8V}{2R_1} = \frac{4V}{R_1} \quad \text{Pojedinačni naponi imaju vrednost:}$$

$$U_1 = IR_1 = \frac{4V}{R_1} R_1 = 4V, \quad U_2 = U_3 = 2V$$

32. Rešenje:

Podaci: $E = 15 \text{ V}$, $I_0 = 30 \text{ A}$, $R = 5 \Omega$, $I = ?$

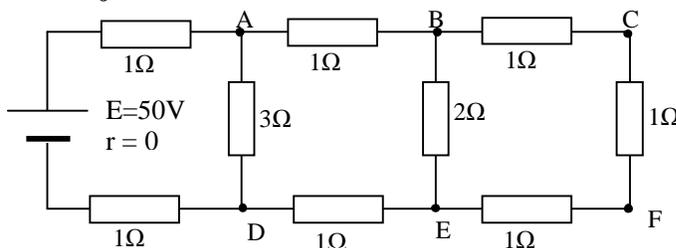
Struja kratkog spoja znači da je spoljašnji otpor nula. Omov zakon izgleda ovako:

$$I_0 = \frac{E}{r}, \Rightarrow r = \frac{E}{I_0} = \frac{15}{30} \left(\frac{V}{A} \right) = 0,5 \Omega.$$

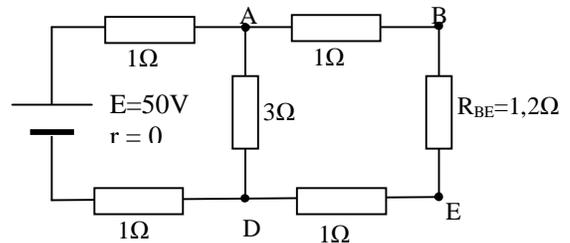
ovaj podatak (I_0) služi da se izračuna unutrašnji otpor izvora. sad struja, sa otporom R iznosi:

$$I = \frac{E}{r + R} = \frac{15}{0,5 + 5} \left(\frac{V}{\Omega} \right) = 2,73 \text{ A}$$

33. Rešenje:



Uz zadatak 33 -1



Uz zadatak 33 - 2

Treba naći ukupan u kolu, da bi našli struju u kolu. Počecemo od desnog kraja; u delu kola B-C-F-E, otpor je $1+1+1 = 3\Omega$ (redna veza). Ta tri otpora vezana su paralelno sa otporom BE (2Ω):

$$R_{BE} = \frac{3 * 2}{3 + 2} (\Omega) = 1,2 \Omega$$

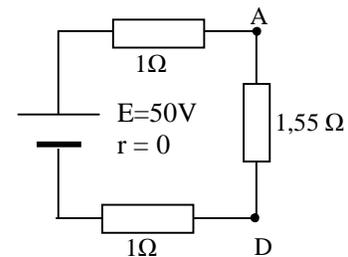
Kolo sada izgleda kao na slici 33 - 2.

Nastavljavamo sa izračunavanjem otpora. U delu kola A-B-E-D, otpor je $1 + 1,2 + 1 = 3,2 \Omega$ (redna veza). Opet, ta tri otpora su vezana paralelno sa otporom 3Ω .

$$R_{AD} = \frac{3,2 * 3}{3,2 + 3} (\Omega) = 1,55 \Omega$$

Sada je ukupan otpor u kolu $1 + 1,55 + 1 = 3,55 \Omega = R_{EK}$

$$\text{Struja u kolu je } I = \frac{E}{R_{EK}} = \frac{50}{3,55} \left(\frac{V}{\Omega} \right) \approx 14,1 \text{ A}$$



Uz zadatak 33 - 3

Napon $U_{AD} = IR_{AD} = 14,1 * 1,55 \text{ (A}\Omega) = 21,9 \text{ V}$. sl.33-3.

Sada posmatramo sliku 33 – 2. Struja u delu kola A-B-E-D iznosi: (taj deo kola je pod naponom U_{AD})

$$I_{ABED} = \frac{21,9}{1 + 1,2 + 1} \left(\frac{V}{\Omega} \right) = 6,84 \text{ A} \Rightarrow U_{BE} = I_{ABED} R_{BE} \Rightarrow U_{BE} = 6,84 * 1,2 \text{ (A}\Omega) = 8,21 \text{ V}$$

Sada se vraćamo na sliku 33 – 1. Deo kola BCFE je pod naponom U_{BE} :

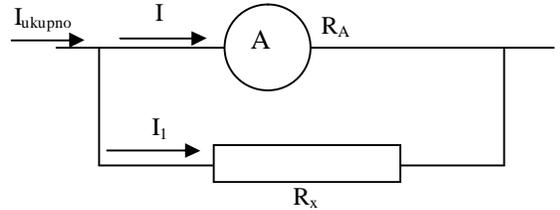
$$I_{BCFE} = \frac{8,21}{3} \left(\frac{V}{\Omega} \right) = 2,74 \text{ A}; \Rightarrow U_{CF} = I_{BCFE} R_{CF} \Rightarrow U_{CF} = 2,74 * 1 \text{ (A}\Omega) = 2,74 \text{ V}.$$

34. Rešenje:

Podaci: $I = 100 \text{ mA}$, $R_A = 180 \Omega$, $I_{uk} = 1 \text{ A}$, $R_x = ?$

Da bi se povećao opseg ampermetra treba vezati paralelno otpornik da kroz njega otekne deo struje (taj otpornik se zbog toga zove **otoka**).
Prema podacima važi: $I = 100 \text{ mA}$, $I_1 = 900 \text{ mA}$.

$$(I_{ukupno} = I + I_1)$$



U pitanju je paralelna veza otpornika, znači naponi su isti: $IR_A = I_1 R_x$, odavde je $R_x = IR_A / I_1 = 20 \Omega$

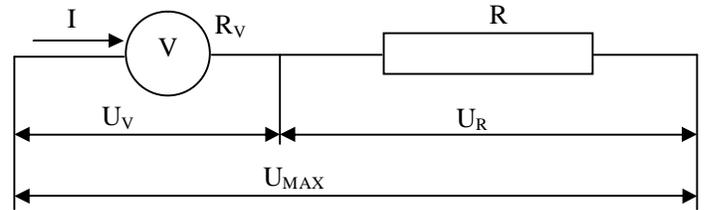
35. Rešenje:

Podaci: $U_V = 100 \text{ V}$, $R_V = 10\,000 \Omega$, $R = 90\,000 \Omega$,
 $U_{max} = ?$

Struju u kolu izračunavamo iz prvog dela kola, struja je ista kroz celo kolo, u pitanju je redna veza.

$$I = \frac{U_V}{R_V} = \frac{100}{10000} \left(\frac{V}{\Omega} \right) = 0,01 \text{ A}, \Rightarrow U_R = IR = 900 \text{ V}.$$

Najveći napon je $U_{MAX} = 100 \text{ V} + 900 \text{ V} = 1000 \text{ V}$.



Uz zadatak 35

36. Rešenje:

$E_1 = 12 \text{ V}$, $E_2 = 4 \text{ V}$, $R_1 = 1 \Omega$, $R_2 = 3 \Omega$. $\varphi_A = ?$, $\varphi_B = ?$, $\varphi_C = ?$
Prvo treba naći struju i smer njen. Nacrtaćemo kolo sa ucrtanim smerom EMS: od – ka +, jer struja u spoljašnjem kolu teče od + ka –

$$I = \frac{E_1 - E_2}{R_1 + R_2} = \frac{12 - 4}{1 + 3} \left(\frac{V}{\Omega} \right) = 2 \text{ A}$$

Smer struje je u smeru E_1 , jer je pozitivan rezultat. Urcrtaćemo i njen smer.

(smer u ovom slučaju je protiv kazaljke na satu).

Potencijal tačke O je nula $\varphi_0 = 0$ jer je uzemljena.

Treba se podsetiti da struja teče od višeg potencijala ka nižem, tj od plusa ka minusu. Kada kolo obilazimo u smeru struje potencijal se smanjuje pa pad potencijala IR uzimamo sa znakom minus. Ako obilazimo u smeru protiv struje imamo skok potencijala $+IR$. Treba tok struje uporediti sa tokom reke. Ako idemo u smeru reke idemo u niže krajeve (niži potencijal), ako idemo protiv toka reke idemo na viši nivo (viši potencijal). Ako prolazimo kroz izvor u smeru EMS to je skok potencijala, znači $+E$. (od – ka +, kao da idemo iz podruma na tavan).

Krećemo od potencijala tačke O i idemo ka traženoj tački.

$\varphi_0 - IR_1 = \varphi_C \Rightarrow \varphi_C = 0 - 2 \text{ A} * 1 \Omega = -2 \text{ V}$. (idemo u smeru struje i potencijal se smanjuje.)

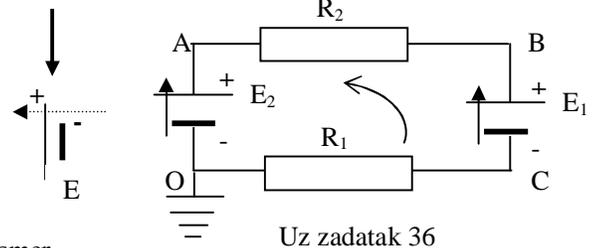
Radi provere da li smo usvojili metod ići ćemo od tačke O ka A do C,

$\varphi_0 + E_2 + IR_2 - E_1 = \varphi_C \Rightarrow \varphi_C = 0 + 4 \text{ V} + 2 * 3 \text{ V} - 12 = -2 \text{ V}$.

Potencijal tačke A : $\varphi_0 - IR_1 + E_1 - IR_2 = \varphi_A \Rightarrow \varphi_A = 0 - 2 * 1 \text{ V} + 12 \text{ V} - 2 * 3 \text{ V} = 4 \text{ V}$.

Proverite svoje razumevanje na izračunavanju potencijala tačke B.

Smer EMS



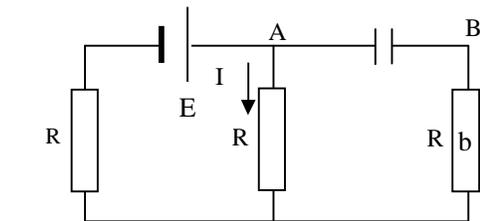
Uz zadatak 36

37. Rešenje:

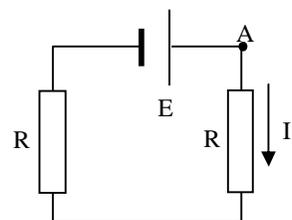
$R_1 = R_2 = R_3 = 10 \Omega$. $E = 120 \text{ V}$, $U_{AB} = ?$
 U kolu jednosmerne struje kroz kondenzator teče struja samo dok se ne napuni. Posle toga struja ne teče jer je između obloga kondenzatora izolator. **To se zove stacionarni režim.**
 Dakle, ako je kolo u stacionarnom režimu, granu sa kondenzatorom možemo izbrisati. Dobijamo sledeće kolo: 37 – 2
 Struja u ovom kolu iznosi:

$$I = \frac{E}{2R} = 6 \text{ A}$$

Sada se vraćamo na prvo kolo 37 – 1. Krećemo od potencijala tačke A, idemo niz struju protiv kazaljke i stižemo u tačku B: (kroz otpor b ne protiče struja)
 $\varphi_A - IR = \varphi_B \Rightarrow \varphi_A - \varphi_B = IR = 60 \text{ V}$.



Uz zadatak 37 – 1



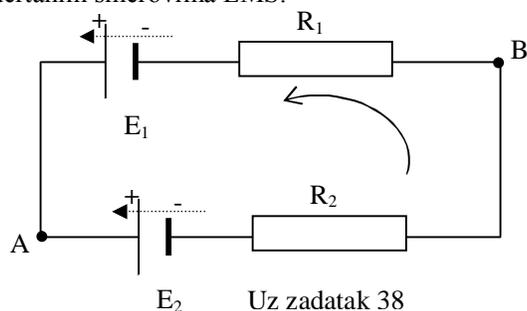
Uz zadatak 37 – 2

38. Rešenje: $E_1 = 30 \text{ V}$, $E_2 = 10$, $R_1 = 100 \Omega$, $R_2 = 100 \Omega$.

Prvo treba odrediti jačinu struje smer njen. Zato ćemo nacrtati kolo sa ucrtanim smerovima EMS.

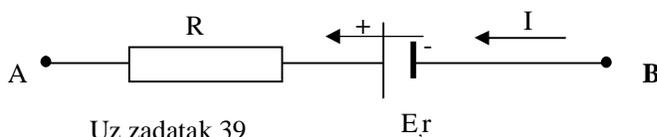
$$I = \frac{E_1 - E_2}{R_1 + R_2} = \frac{30 - 10}{200} \left(\frac{\text{V}}{\Omega} \right) = 0,1 \text{ A}$$

Smer struje je u smeru E_1 . Sad krećemo od potencijala tačke A:
 $\varphi_A - E_1 + IR_1 = \varphi_B \Rightarrow \varphi_A - \varphi_B = E_1 - IR_1 \Rightarrow U_{AB} = 20 \text{ V}$.
 Pokušajte da dođete do tačke B idući u suprotnom smeru



Uz zadatak 38

39. Rešenje: $E = 20 \text{ V}$, $r = 1 \Omega$, potencijal tačke A je $\varphi_A = 15 \text{ V}$, a tačke B $\varphi_B = 5 \text{ V}$, $R = \Omega$.
 Pretpostavićemo smer struje i nacrtati smer EMS:



Uz zadatak 39

Krenemo od tačke A: $\varphi_A + IR - E + Ir = \varphi_B$ i stižemo u tačku B; odavde je:

$$I = \frac{E + \varphi_B - \varphi_A}{r + R} = \frac{20 + 5 - 15}{4} \left(\frac{\text{V}}{\Omega} \right) = 2,5 \text{ A}$$

Smer struje je dobar jer smo dobili znak plus.

40. Rešenje:

Podaci: $R_1 = R$; $R_2 = 2R$;
 Otpor pri rednoj vezi je $R_{RV} = R_1 + R_2 = 3R$ Otpor pri paralelnoj vezi je :

$$R_{pv} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{2R}{3}$$

Struja pri rednoj vezi je: $I_1 = \frac{E}{r + 3R}$ Struja pri paralelnoj vezi je $I_2 = \frac{E}{r + \frac{2R}{3}} = \frac{3E}{3r + 2R}$
 Količnik ove dve struje daje: $\frac{I_1}{I_2} = \frac{3r + 2R}{3r + 9R}$

Sada treba naći vezu između r i R. Iskoristićemo uslov zadatka: struja kratkog spoja: $I_0 = \frac{E}{r}$

Struja pri manjem otporu: $I_R = \frac{E}{r + R}$

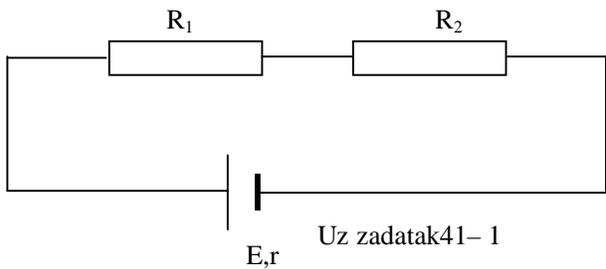
Uslov je $I_0 = 5I_R$ $\frac{E}{r} = 5 \frac{E}{r + R}$ Primena ovog uslova daje relaciju $R = 4r$

Zamena u količnik daje $I_1/I_2 = 11/39$

41. Rešenje:

Podaci: $R_1=40 \Omega$; $R_2=50 \Omega$; $E = 184 \text{ V}$; $r=2 \Omega$; $R_V=2500 \Omega$;

a) Otpor redne veze je $R_e=R_1+R_2$ $R_e=90 \Omega$



Omov zakon za celo kolo glasi:

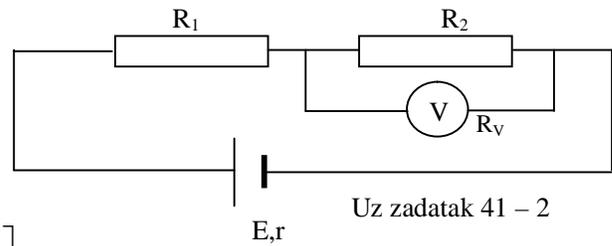
$$I = \frac{E}{r + R_e} = \frac{184}{92} \left[\frac{\text{V}}{\Omega} = \frac{\text{A}\Omega}{\Omega} \right] = 2 \text{ A}$$

Sada je napon na prvom otporniku $U_1=IR_1 = 80 \text{ V}$ a na drugom $U_2 = IR_2 = 100 \text{ V}$.

b) Ako se na krajeve drugog otpora veže voltmetar kolo će izgledati ovako:

otpori R_2 i R_V su vezani paralelno:

$$R_{2e} = \frac{R_2 R_V}{R_2 + R_V} = \frac{50 * 2500}{50 + 2500} \left[\frac{\Omega\Omega}{\Omega} \right] = 49 \Omega$$



Omov zakon glasi: $I = \frac{E}{r + R_1 + R_e} = \frac{184}{2 + 40 + 49} \left[\frac{\text{V}}{\Omega} = \frac{\text{A}\Omega}{\Omega} \right] = 2,02 \text{ V}$

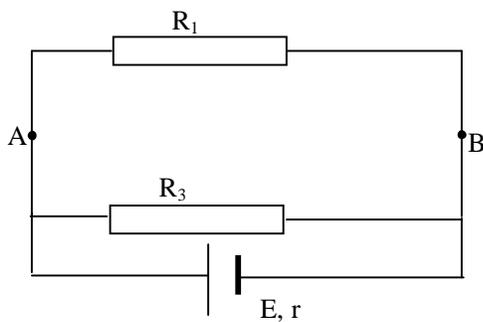
Napon na prvom otporu je $U_1= R_1 I = 40 * 2,02 [\Omega\text{A}] = 80,8 \text{ V}$ (ovo se nije tražilo)

Napon koji pokazuje voltmetar je $U_V = R_e I = 49 * 2,02 [\Omega\text{A}] = 98,98 \text{ V}$.

42. Rešenje:

Podaci: $R_1 = R_2 = 2 \Omega$; $R_3 = 5 \Omega$; $E = 34 \text{ V}$; $r = 1 \Omega$; $C = 20 \mu\text{F}$.

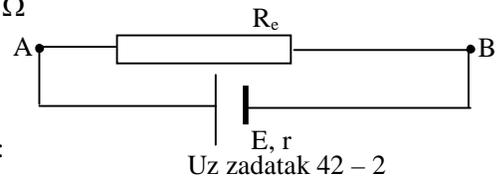
Kroz granu gde je otvoren prekidač ne protiče struja pa se cela grana može ukloniti i kolo izgleda ovako (42-1):



Sada je vidljivo da su otpori R_1 i R_3 vezani paralelno pa ekvivalentni otpor iznosi:

$$R_e = \frac{R_1 R_3}{R_1 + R_3} = \frac{10}{7} \Omega = 1,43 \Omega$$

Pa dobijamo kolo 42-2



Omov zakon za celo kolo glasi:

$$I = \frac{E}{r + R_e} = \frac{34}{1 + 1,43} \left[\frac{\text{V}}{\Omega} = \frac{\text{A}\Omega}{\Omega} \right] = 14 \text{ A}$$

napon U_{AB} iznosi:

$U_{AB} = IR_e = 14 * 1,43 [\text{A}\Omega] = 20 \text{ V}$. Ovaj napon je i napon na kondenzatoru (vratiti se na prvu sliku). Tako da je količina elektriciteta na kondenzatoru: $q = C * U_{AB} = 20 * 10^{-6} * 20 [\text{F} * \text{V}] = 4 * 10^{-4} \text{ C}$.

Zapaziti da otpor R_2 ne igra nikakvu ulogu jer jednosmerna stuja ne protiče kroz kondenzator (između ploča je izolator). Dodat je da se zbuni protivnik (tj. Vi)

43. Rešenje: $r = 5 \Omega$, opseg = $100 \text{ Vn} = 6$, $R = ?$

Zadatak kaže da napon između tačaka A i B

Treba da bude 100 V , a napon između A i C

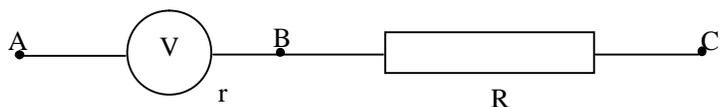
treba da bude 600 V . Znači napon između B i C

je 500 V . Struja u kolu je

$$I = \frac{U_{AB}}{r} = \frac{100}{5} \left(\frac{\text{V}}{\Omega} \right) = 20 \text{ A}$$

Traženi otpor je:

$$R = \frac{U_{BC}}{I} = 25 \Omega$$

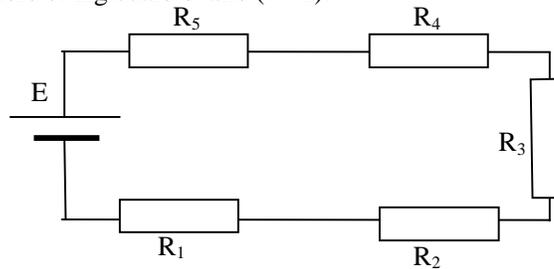


44. Rešenje: $R_1 = 10 \Omega$, $R_2 = 20 \Omega$, $R_3 = 30 \Omega$, $R_4 = 40 \Omega$, $R_5 = 50 \Omega$, $C_1 = 1 \mu F$, $C_2 = 2 \mu F$, $E = 4,5 V$, $q_1; q_2 = ?$

Treba naći struju u kolu. Jednosmerna struja ne protiče kroz kondenzator (između je izolator), pa grane sa kondenzatorom možemo izbrisati. Kolo bi izgledalo ovako (44-1):

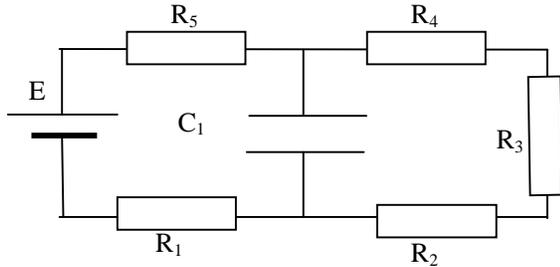
Ukupna struja kroz kolo:

$$I = \frac{E}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4} = 0.03A$$



Uz zadatak 44 - 1

Ako vratimo C_1 (44-2) :



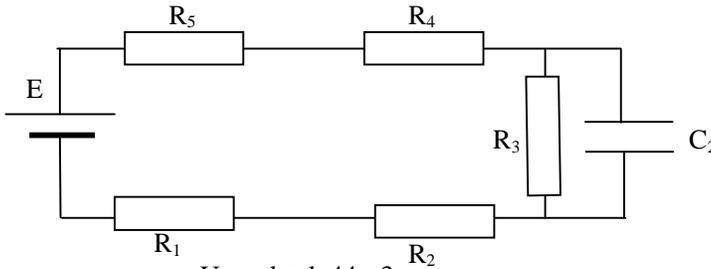
Uz zadatak 44 - 2

Vidimo da je napon na C_1 isti kao na otporima R_2 , R_3 R_4 zbirno:

$$U_1 = I(R_2 + R_3 + R_4) = 2,7 V.$$

količina elektriciteta na C_1 je:

$$q_1 = C_1 U_1 = 2,7 \mu C.$$



Uz zadatak 44 - 3

Sada vratimo samo C_2 (44-3)

Vidimo da je napon na C_2 isti kao na R_3 :

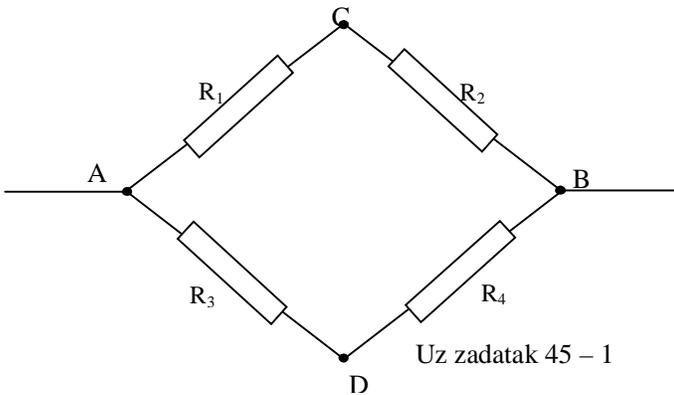
$$U_2 = I R_3 = 0,9 V$$

$$q = C_2 U_2 = 1,8 \mu C$$

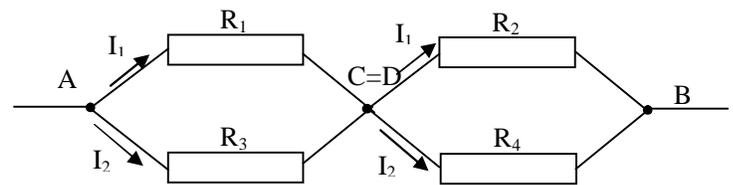
45. a) Rešenje: $R_1 = 20 \Omega$, $R_2 = 40 \Omega$, $R_3 = 80 \Omega$. $R_4 = ?$

ako su tačke na istom potencijalu, znači da se mogu spojiti jer između njih struja ne bi tekla.

Kolo bi izgledalo ovako (41-2):



Uz zadatak 45 - 1



Uz zadatak 45 - 2

Struje kroz R_1 i R_2 su jednake kao i kroz R_3 i R_4 što se vidi

sa prve slike (45-1).

Sa druge slike se vidi da su naponi na R_1 i R_3 jednaki kao i na R_2 i R_4 .

$$\left. \begin{array}{l} U_{R1} = U_{R3} \\ U_{R2} = U_{R4} \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{array}{l} I_1 R_1 = I_2 R_3 \\ I_1 R_2 = I_2 R_4 \end{array} \quad \text{deljenjem ova dva izraza dobijamo:}$$

$$\frac{I_1 R_1}{I_1 R_2} = \frac{I_2 R_3}{I_2 R_4} \Rightarrow \frac{R_1}{R_2} = \frac{R_3}{R_4} \Rightarrow R_4 = \frac{R_2 R_3}{R_1} = 160 \Omega$$

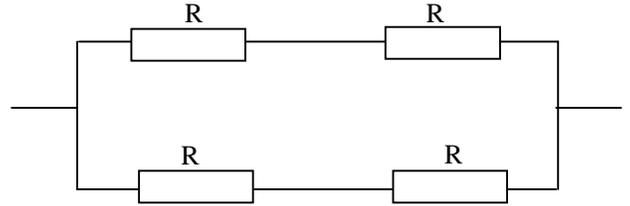
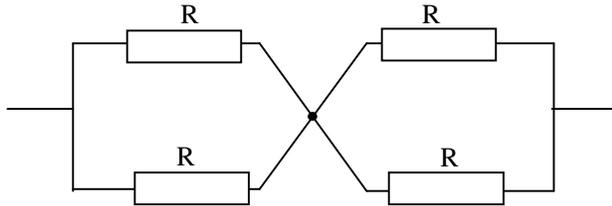
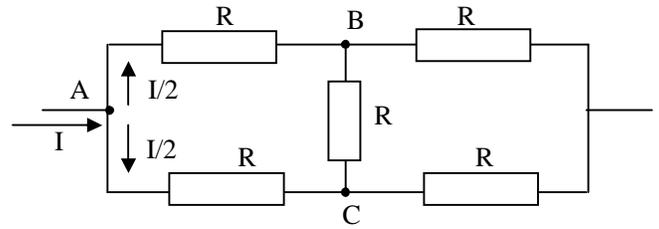
b) Rešenje:

Na osnovu prethodnog zadatka možemo nacrtati sledeću šemu:

Sada sami zaključujemo da su tačke B i C na istom potencijalu.

Obrazloženje: u tački A struja se deli na dva jednaka dela jer su otpori isti. Onda je i pad napona od A do B i od A do C isti.

Znači tačke B i C se mogu spojiti, ili se otpor BC može izbrisati.



U oba slučaja ukupan otpor je R.

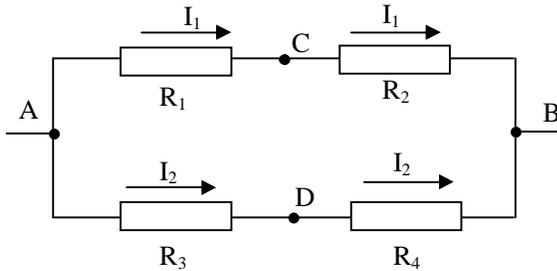
46.* Rešenje:

Podaci: $R_1 = 3\Omega$, $R_2 = 8\Omega$, $R_3 = 21\Omega$, $R_4 = 56\Omega$, $R_5 = 9,625\Omega$.

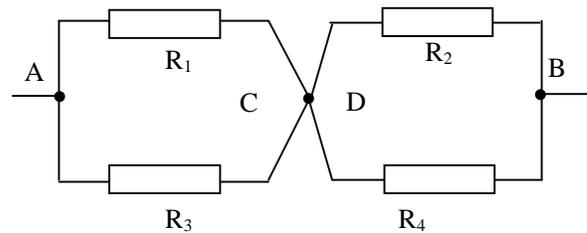
Kod ovakvih zadataka treba proveriti da li postoji „efekat mosta“ (Witstonovog). To znači da su tačke C i D na istom potencijalu pa se otpor R_5 može izbrisati, ili tačke C i D se mogu spojiti. (vidi prethodni zadatak)

To bi izgledalo ovako:

Ili ovako:



Uz zadatak 46 – 1



Uz zadatak 46 – 1

Zapaziti (sa prve slike) da su struje kroz R_1 i R_2 iste, kao i kroz R_3 i R_4 . Sa druge slike vidimo da su naponi na R_1 i R_3 isti, kao i na R_2 i R_4 . Pretočeno u formule to bi izgledalo ovako:

$$\left. \begin{aligned} U_{AC} &= U_{AD} \\ U_{CB} &= U_{DB} \end{aligned} \right\} \begin{aligned} I_1 R_1 &= I_3 R_3 \\ I_1 R_2 &= I_3 R_4 \end{aligned}$$

Ako podelimo jednačine dobijamo

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_3}{R_4} \Rightarrow \frac{3}{8} = \frac{21}{56} \Rightarrow \frac{3}{8} = \frac{3}{8} ! \text{ jeste most}$$

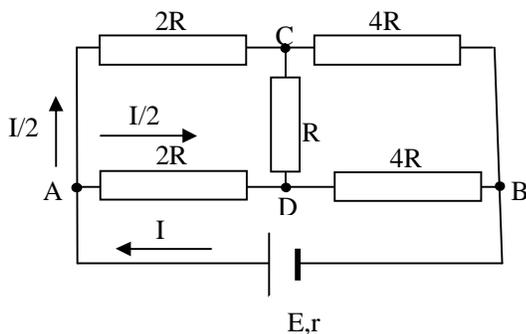
Znači postoji efekat mosta i sa prve slike imamo: (ili druge, kako vam drago)

$$R_{AB} = \frac{(R_1 + R_2)(R_3 + R_4)}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4} \Rightarrow R_{AB} = 9,625$$

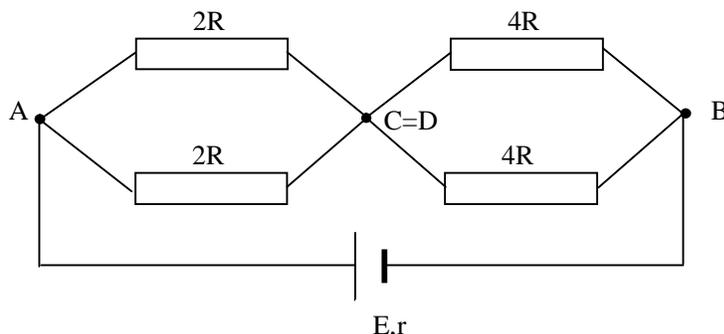
47. Rešenje: $R = 16\Omega$, $r = 2\Omega$, $E = 120\text{ V}$.

Tačke C i D su na istom potencijalu. Obrazloženje: iz čvora A ističu struje iste jačine jer su u obe grane otpori isti, pa je i pad napona do tačke C odnosno D isti, opet zbog istih otpora.

Znači da se te tačke mogu spojiti. Dobijamo kolo:



Uz zadatak 43 – 1

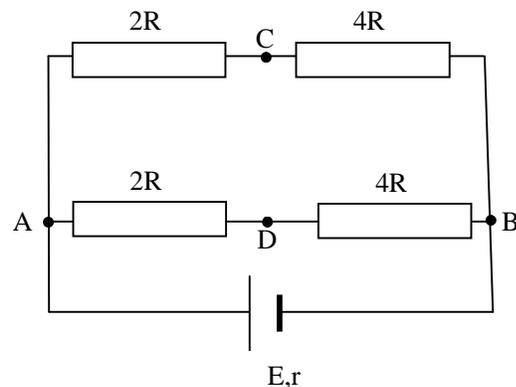


Uz zadatak 43 – 2

Otpori 2R i 2R vezani su paralelno, kao i 4R i 4R. O obe šeme redno. Ukupan otpor u kolu je 3R. Struja iznosi:

$$I = \frac{E}{r + R_{ek}} = \frac{120}{50} \left(\frac{V}{\Omega} \right) = 2,4 \text{ A}$$

Drugi način (dobro je da se zna, još jednom ponoviti). Kako kroz R ne teče struja on se može izbrisati. Tako dobijamo kolo: Lako se vidi da je ukupan otpor opet 3R.



48. Rešenje: $q = 12 \mu\text{C}$, $C = 10 \mu\text{F}$, $R_1 = 3\Omega$, $R_2 = 2\Omega$, $R_3 = 5 \Omega$, $r = 0,3 \Omega$.

Napon na kondenzatoru je jednak je naponu na otporu R_3 . Znači:

$$U_3 = U_{R_3} = q/C = 1,2 \text{ V.}$$

Kroz kondenzator ne protiče struja pa možemo nacrtati na ovaj način:

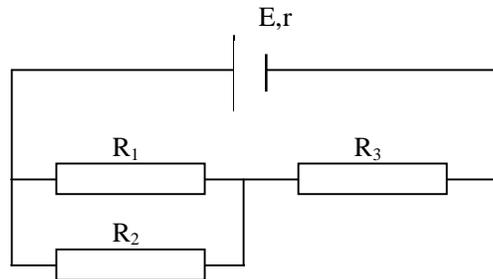
Struja u kolu iznosi:

$$I = \frac{U_3}{R_3} = \frac{1,2}{5} \left(\frac{V}{\Omega} \right) = 0,24 \text{ A}$$

Ukupan otpor u kolu je

$$R_{12} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = 1,2 \Omega, R_{ek} = R_{12} + R_3 = 6,2 \Omega$$

EMS iznosi: $E = I(r + R_{ek}) = 1,56 \text{ V.}$



Uz zadatak 48

49. Rešenje: $U = 220 \text{ V}$, $R_1 = 28 \text{ k}\Omega$, $R_2 = 16 \text{ k}\Omega$, $U_1 = ?$; $U_2 = ?$

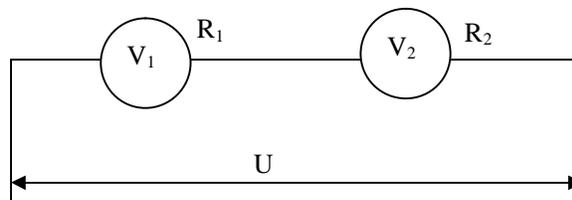
Voltmetri se moraju vezati redno, da bi se napon preraspodelio, jer je njihov maksimalni napon koji mogu meriti pojedinačno manji od 220 V.

Struja u kolu je:

$$I = \frac{U}{R_1 + R_2} = \frac{220}{28000 + 16000} \left(\frac{V}{\Omega} \right) = 0,005 \text{ A}$$

Naponi su:

$$U_1 = IR_1 \Rightarrow U_1 = 140 \text{ V}; U_2 = IR_2 \Rightarrow U_2 = 80 \text{ V}$$

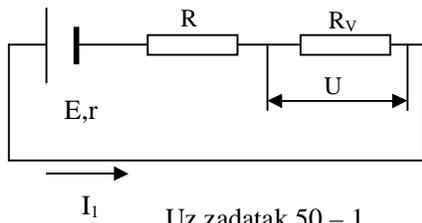


Uz zadatak 45

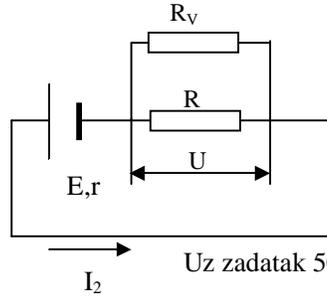
50. Rešenje: $R = 10 \Omega$, $R_V = 1000 \Omega$, $r = ?$

Plan rada: u oba slučaja napisaćemo Ohmov zakon za deo kola i celo kolo. Zatim ćemo izjednačiti ta dva izraza.

Prvo ćemo nacrtati oba kola opisana u zadatku.



Uz zadatak 50 – 1



Uz zadatak 50 – 2

$$R_{EK} = \frac{RR_V}{R + R_V}$$

$$I_1 = \frac{U}{R_V}, \quad I_1 = \frac{E}{r + R + R_V}$$

$$I_2 = \frac{U}{R_{EK}}, \quad I_2 = \frac{E}{r + R_{EK}}$$

$$\frac{U}{R_V} = \frac{E}{r + R + R_V}$$

$$\frac{U}{R_{EK}} = \frac{E}{r + R_{EK}}$$

Sada ćemo podeliti jednačine i izvršiti unakrsno množenje:

$$\frac{\frac{U}{R_V}}{\frac{U}{R_{EK}}} = \frac{\frac{E}{r + R + R_V}}{\frac{E}{r + R_{EK}}} \Rightarrow \frac{R_{EK}}{R_V} = \frac{r + R_{EK}}{r + R + R_V} \Rightarrow \frac{RR_V}{R + R_V} = \frac{r + \frac{RR_V}{R + R_V}}{r + R + R_V} \Rightarrow \frac{R}{R + R_V} = \frac{r + \frac{RR_V}{R + R_V}}{r + R + R_V}$$

Unakrsno množenje i dalje sređivanje prepuštam mladim specijalcima. Konačni rezultat je:

$$r = \frac{R^2}{R_V} \Rightarrow r = 0,1 \Omega$$

51. Rešenje:

Skretanje ampermetra je upravo srazmerno struji. Naprimer $I = k \alpha$.

U kod redne veze struja je ista kroz oba ampermetra. To znači :

$$k_1 \alpha_1 = k_2 \alpha_2 \quad (1)$$

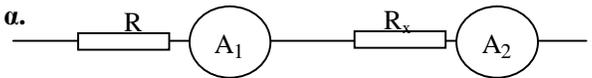
Kod paralelne veze napon je isti na oba otpornika:

$$U_1 = U_2 \Rightarrow RI = R_x I_x \Rightarrow (\text{otpor ampermetra je zanemaren})$$

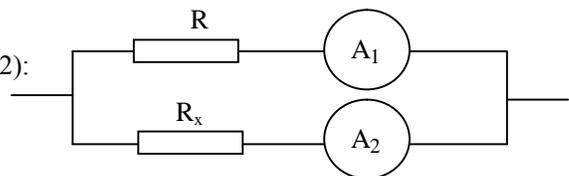
$$R k_1 \beta_1 = R_x k_2 \beta_2 \quad (2)$$

Sada treba naći R_x . Najeleganije je da podelimo jednačine (1) i (2):

$$\frac{k_1 \alpha_1}{R_x k_1 \beta_1} = \frac{k_2 \alpha_2}{R_x k_2 \beta_2} \Rightarrow \frac{\alpha_1}{R_x \beta_1} = \frac{k \alpha_2}{R_x \beta_2} \Rightarrow R_x = \frac{R \alpha_2 \beta_1}{\alpha_1 \beta_2}$$



Uz zadatak 51



Uz zadatak 51

52.*Rešenje:

$$R_1 = 4 \text{ k}\Omega, R_2 = 6 \text{ k}\Omega, U_V = 36 \text{ V}, U = 100 \text{ V}. I_V/I_2 = ?$$

Napon na otporniku R_2 je $U_2 = U - U_V = 64 \text{ V}$.

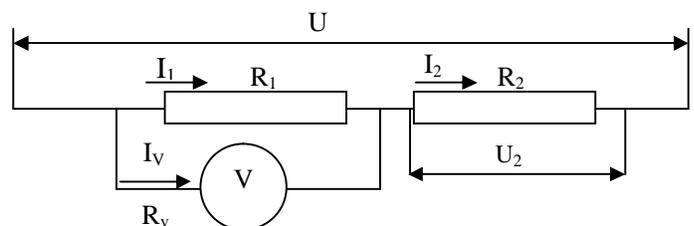
$$I_2 = \frac{U_2}{R_2} = \frac{64 \text{ V}}{6000 \Omega} = \frac{32}{3000} \text{ A}$$

Da bi našli struju kroz voltmetar treba naći otpor voltmetra. Naći ćemo ekvivalentni otpor levog dela kola, kroz njega teče već izračunata struja.

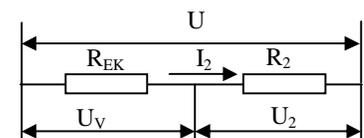
$$R_{ek} = \frac{R_1 R_V}{R_1 + R_V}, \quad I_2 = \frac{U_V}{R_{EK}} \Rightarrow I_2 = \frac{U_V (R_1 + R_V)}{R_1 R_V}$$

$I_2 = I_2$ zamenićemo brojne vrednosti radi lakšeg računanje (bez jedinica!).

Zatim unakrsnim množenjem nalazimo rezultat.



Uz zadatak 52



$$\frac{32}{3000} = \frac{36(4000 + R_V)}{4000R_V} \Rightarrow R_V = 21600\Omega.$$

Sada nalazimo struju kroz voltmetar i traženi količnik:

$$I_V = \frac{U_V}{R_V} = \frac{36}{21600} \left(\frac{V}{\Omega} = A \right) = \frac{1}{600} A, \quad \mathbf{I_V} = \frac{1}{\frac{600}{32}} = \frac{5}{32}$$

Za drugi deo zadatka: $R_1 = 4\Omega$, $R_2 = 6\Omega$, $U_V = ?$

treba uočiti da postoji ogromna razlika između otpora voltmetra i otpora 4Ω :

$$R_{ek} = \frac{R_1 R_V}{R_1 + R_V} = \frac{4 * 21600}{4 + 21600} \Omega = 3,999\Omega \approx 4\Omega \quad \text{Struja u kolu je:}$$

$$I = \frac{U}{R_1 + R_2} = \frac{100V}{(4 + 6)\Omega} = 10A, \quad U_V = \mathbf{I R_{ek}} \approx \mathbf{40V}$$

53. Rešenje

Pri paralelnoj vezi ukupna elektromotorna sila je jednaka jednoj E , a unutrašnji otpor je $r/3$. Kod redne veze je ukupna elektromotorna sila je $3E$ a unutrašnji otpor $3r$.

Omov zakon za celo kolo u oba slučaja glasi:

$$I = \frac{E}{\frac{r}{3} + R}; \quad I = \frac{3E}{3r + R} \quad \text{Izjednačavanjem ova dva izraza, skraćivanjem } E, \text{ unakrsnim množenjem} \\ \text{dobijamo:}$$

$$\frac{E}{\frac{r}{3} + R} = \frac{3E}{3r + R} \Rightarrow 3r + R = 3\left(\frac{r}{3} + R\right) \Rightarrow R = R; \quad \text{tj. } \mathbf{R = 6\Omega}$$

54.* Rešenje:

$\rho_1 = \rho_2$; $L_1 = L_2$; $R_1 - R_2 = 6,4\Omega$; (onda je $R_1 > R_2$)
manji otpor ima veći poprečni presek: $S_2 = 3S_1$; $E = 3V$; $r = 0,6\Omega$.

Treba naći relaciju između otpora:

$$R_1 = \rho \frac{l}{S_1} \quad R_2 = \rho \frac{l}{S_2} \Rightarrow \frac{R_1}{R_2} = \frac{S_2}{S_1} \Rightarrow R_1 = 3R_2$$

Zamenom u datu vezi između otpora dobijamo:

$$3R_2 - R_2 = 6,4\Omega \Rightarrow \mathbf{R_2 = 3,2\Omega} \text{ i } \mathbf{R_1 = 3R_2 = 9,6\Omega}$$

Otpor između tačaka A i B iznosi (paralelna veza): (54-1)

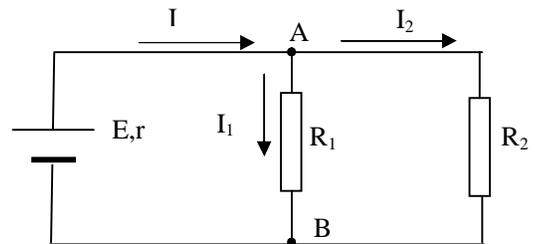
$$R_e = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = 2,4\Omega \quad \text{Kolo sad izgleda kao na 54 - 2}$$

Omov zakon za celo kolo glasi:

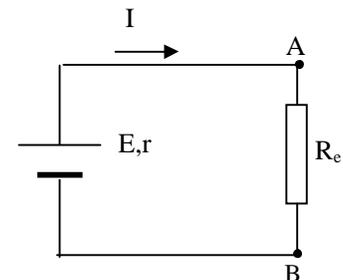
$$I = \frac{E}{r + R_e} = \frac{3}{0,6 + 2,4} \left[\frac{V}{\Omega} = \frac{A\Omega}{\Omega} \right] = \mathbf{1A} \quad \text{(vraćamo se na kolo 50 - 1)}$$

Napon između tačaka A i B iznosi: $U_{AB} = I R_e = 2,4V$. Sada je:

$$\mathbf{I_1 = \frac{U_{AB}}{R_1} = 0,25A}; \quad \mathbf{I_2 = \frac{U_{AB}}{R_2} = 0,75A}$$



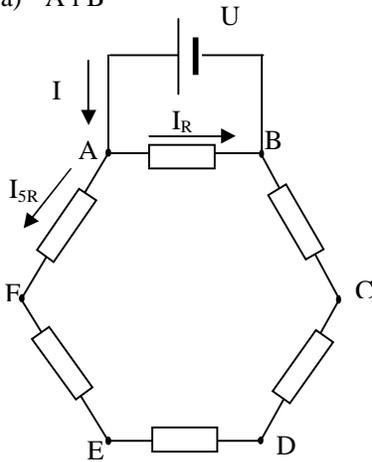
Uz zadatak 54 - 1



Uz zadatak 54 - 2

55. Rešenje:

a) A i B



Vidimo u ovom slučaju u pitanju je paralelna veza pet redno vezanih otpora i jednog otpora:

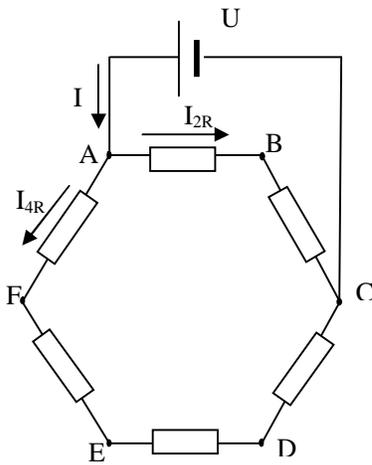
$$R_{EK} = \frac{R * 5R}{R + 5R} = \frac{5R}{6} = \frac{100}{6} \Omega = \frac{50}{3} \Omega$$

Struje su:

$$I_R = \frac{U}{R} = \frac{120}{20} \left(\frac{V}{\Omega} \right) = 6 A; I_{5R} = \frac{U}{5R} = \frac{120}{100} \left(\frac{V}{\Omega} \right) = 1,2 A$$

Ukupna struja kroz izvor: $I = 6 A + 1,2 A = 7,2 A$

b) A i C



U ovom slučaju u pitanju je paralelna veza dva redno vezana otpora i četiri redno vezana otpora:

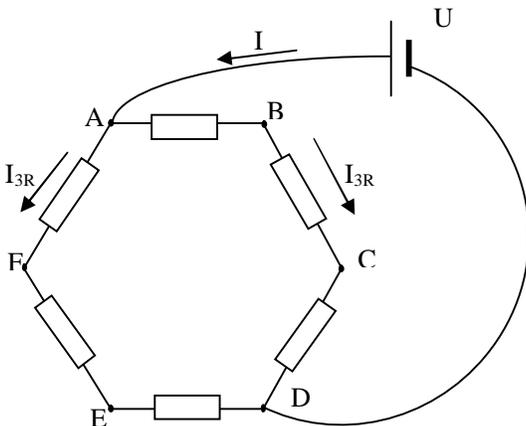
$$R_{EK} = \frac{2R * 4R}{2R + 4R} = \frac{8R}{6} = \frac{160}{6} \Omega = \frac{80}{3} \Omega$$

Struje su:

$$I_{2R} = \frac{U}{2R} = \frac{120}{40} \left(\frac{V}{\Omega} \right) = 3 A; I_{4R} = \frac{U}{4R} = \frac{120}{80} \left(\frac{V}{\Omega} \right) = 1,5 A$$

Ukupna struja kroz izvor: $I = 3 A + 1,5 A = 4,5 A$

c) A i D



U ovom slučaju u pitanju je paralelna veza po tri redno vezana otpora:

$$R_{EK} = \frac{3R * 3R}{3R + 3R} = \frac{9R}{6} = \frac{180}{6} \Omega = 30 \Omega$$

Struje su:

$$I_{3R} = \frac{U}{3R} = \frac{120}{60} \left(\frac{V}{\Omega} \right) = 2 A; I_{3R} = \frac{U}{3R} = \frac{120}{60} \left(\frac{V}{\Omega} \right) = 2 A$$

Ukupna struja kroz izvor: $I = 2 A + 2 A = 4 A$

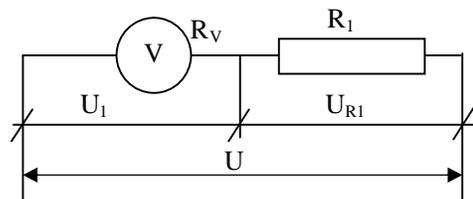
Slučajevi A – E, i A – F se ponavljaju kao b i a.

56. Rešenje:

$R_1 = 7\,000 \Omega$, $U_1 = 50 V$, $R_2 = 35\,000 \Omega$, $U = 120 V$, $U_x = ?$.

Kolo izgleda ovako:

Odmah se vidi da je $U_{R1} = U - U_1 \Rightarrow U_{R1} = 70 V$.



Sada ćemo izračunati struju $I = U_{R1} / R_1 = 0,01$ A.

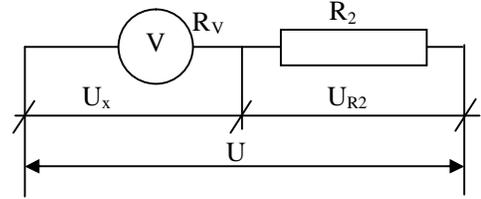
Ista struja protiče i kroz voltmetar (redna veza). Odatle izračunavamo otpor voltmetra:

$$R_V = U_1 / I = 5\,000 \, \Omega$$

Nacrtaćemo isto kolo sa drugim podacima. Pošto imamo sve otpore izračunaćemo struju u kolu, pa onda nepoznati napon.

$$I = \frac{U}{R_V + R_2} = \frac{120}{5000 + 35000} \left(\frac{V}{\Omega} \right) = 0,003 \text{ A}$$

$$U_x = IR_V = 0,003 * 5000 (A\Omega) \Rightarrow U_x = 15 \text{ V}$$



57. Rešenje:

$S_1 = 1 \text{ mm}^2$, $S_2 = 2 \text{ mm}^2$, $S_3 = 3 \text{ mm}^2$, $S_4 = 4 \text{ mm}^2$. $L =$ isto za sve; $\rho =$ isto za sve; $U = 100 \text{ V}$; $U_{1234} = ?$

Nacrtaćemo kolo:

Struja je ista kroz sve elemente. Napon na pojedinim provodnicima se razlikuje zbog različitih otpora.

$$U = IR = I\rho \frac{L}{S} \Rightarrow U \propto \frac{1}{S}$$

Oznaka znači da je napon obrnutu srazmeran

površini poprečnog preseka. Jer, sve druge veličine u izrazu su iste za sve provodnike.

Sada ćemo pozvati u pomoć produženu proporciju:

$$U_1 : U_2 : U_3 : U_4 = \frac{1}{S_1} : \frac{1}{S_2} : \frac{1}{S_3} : \frac{1}{S_4} \Rightarrow U_1 : U_2 : U_3 : U_4 = \frac{1}{1} : \frac{1}{2} : \frac{1}{3} : \frac{1}{4}$$

odavde čitamo srazmernost: (k je koeficijent srazmernosti, isti za sve)

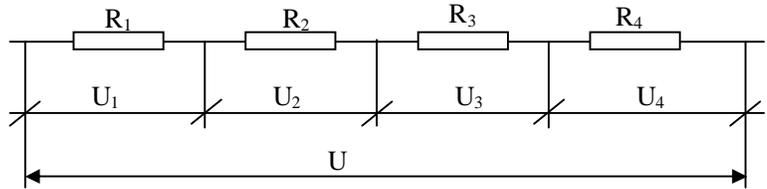
$$U_1 = k*1; U_2 = k*1/2; U_3 = k*1/3; U_4 = k*1/4;$$

Istovremeno je : $U_1 + U_2 + U_3 + U_4 = 100$

$$\text{Ili} \quad k + \frac{k}{2} + \frac{k}{3} + \frac{k}{4} = 100 \Rightarrow \frac{25k}{12} = 100 \Rightarrow k = 48$$

Zamenom u napona dobijamo:

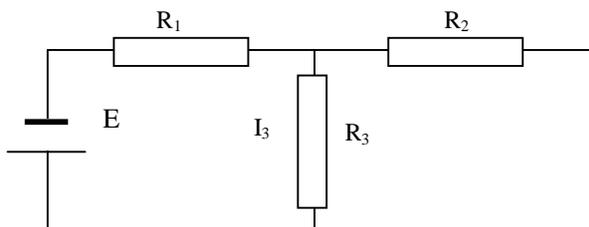
$$U_1 = 48 \text{ V}; U_2 = 24 \text{ V}; U_3 = 16 \text{ V}; U_4 = 12 \text{ V}.$$



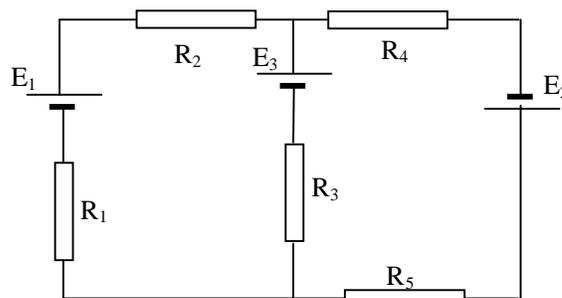
58. Otpornici R_1 , R_2 , R_3 , vezani su paralelno poznate su vrednosti $R_2 = 15 \Omega$, $R_3 = 20 \Omega$, $I_2 = 0,3 \text{ A}$ (struja kroz R_2) i struja kroz izvor $I = 1 \text{ A}$. izračunati vrednost otpora R_1 . **(Rez: 9,5 Ω)**

59. U kolu na slici dati su otpori i struja kroz otpornik R_3 . Naći struje kroz ostale otpornike kao i EMS izvora. $R_1 = 10 \Omega$, $R_2 = 20 \Omega$, $R_3 = 25 \Omega$, $I_3 = 2 \text{ A}$. **(Rez: 4,5 A, 2,5 A, 95 V)**

60. Izračunati jačine struja u kolu na slici. Dati su podaci: $E_1 = 8 \text{ V}$; $E_2 = 16 \text{ V}$; $E_3 = 24 \text{ V}$; $R_1 = 1 \Omega$; $R_2 = 2 \Omega$; $R_3 = 2 \Omega$; $R_4 = 2 \Omega$; $R_5 = 8 \Omega$. Unutrašnje otpore izvora zanemariti. **(Rez: 2 A, 3 A, 5 A)**



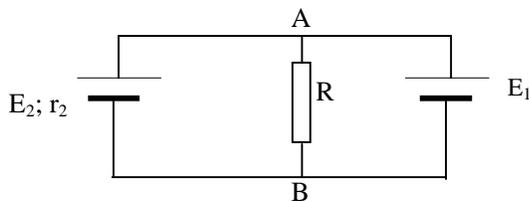
Uz zadatak 59



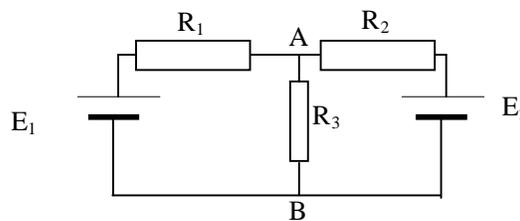
Uz zadatak 60

61. Koliki otpor treba priključiti između tačaka A i B (slika) da bi struja kroz bateriju, koja ima EMS $E_1 = 4 \text{ V}$, bila jednaka nuli. Poznato je $E_2 = 6 \text{ V}$ i njen unutrašnji otpor, $r_2 = 3 \Omega$. **(Rez: 6 Ω)**

62. U kolu čija je šema data na slici odrediti jačinu struje kroz otpornik R_3 ako je: $R_1 = 1 \Omega$, $R_2 = 2 \Omega$, $R_3 = 4 \Omega$, $E_1 = 70 \text{ V}$, $E_2 = 35 \Omega$. Unutrašnji otpor je zanemarljiv. **(Rez: 12,5 A)**



Uz zadatak 61

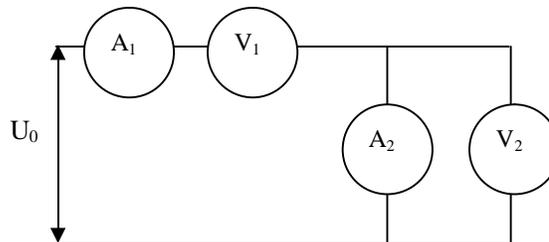


Uz zadatak 62

63. U automobilima izvor električne se sastoji od generatora jednosmerne struje i paralelno sa njim spojenog akumulatora. EMS generatora iznosi $E_2 = 14 \text{ V}$, a njegov unutrašnji otpor $r_2 = 0,05 \Omega$. EMS akumulatora iznosi $E_1 = 12 \text{ V}$. Koliku struju treba da „vuku“ potrošači (svetla, migavci, brisači itd.) pa da počne pražnjenje akumulatora? **(Rez: $I > 40 \text{ A}$)**

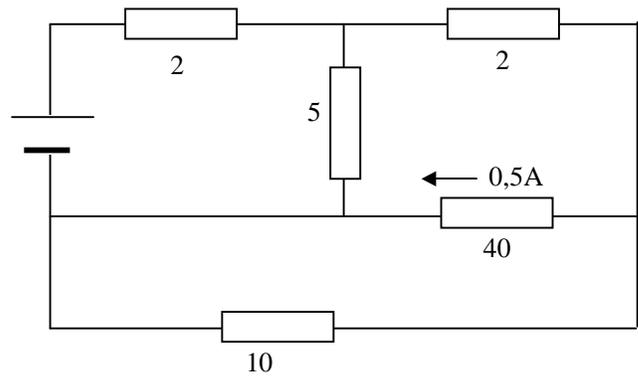
64.* Data su dva izvora elektromotorne sile: $E_1 = 4 \text{ V}$, $r_1 = 2 \Omega$ i $E_2 = 5 \text{ V}$, $r_2 = 4 \Omega$. Pri kojoj vrednosti spoljašnjeg otpora R struja kroz taj otpor neće zavisiti od načina spajanja izvora (redno ili paralelno)? **(Rez: 3 Ω)**

65.Električno kolo na slici** se sastoji dva jednaka ampermetra, i dva jednaka voltmetra. Ampermetar A_1 pokazuje struju $1,6 \text{ mA}$, a pokazivanja voltmetra su $1,2 \text{ V}$ i $0,3 \text{ V}$ (ne zna se koji je koji). Koji voltmetar pokazuje koji napon? Naći pokazivanje drugog ampermetra, kao i ulazni napon U_0 . **(Rez. ; 1,2 V, 0,3 V, 1,2 mA, 1,9 V)**



Uz zadatak 65

66. **U datoj šemi dati su otpori (u omima) i struja u jednoj grani. Izračunati struje u ostalim granama i veličinu EMS.



Zadatak 66

67. Četiri male sijalice, predviđene da rade na naponu 3 V i struji 0,3 A, vezane su paralelno i priključene na napon 5,4 V. Koliki otpor treba vezati redno sa ovim spojem sijalica da bi se ispunili zadati uslovi za sijalice. (Rez: 2 Ω)

KIRHOFOVA PRAVILA – REŠENJA

58. Rešenje:

Podaci : $R_2 = 15 \Omega$, $R_3 = 20 \Omega$, $I_2 = 0,3 \text{ A}$, $I = 1 \text{ A}$. $R_1 = ?$

Kolo bi izgledalo ovako:

Kod paralelne veze naponi su isti na svim elementima.

Data je struja kroz drugi otpornik :

$$U = R_2 I_2 = 15 \Omega \cdot 0,3 \text{ A} = 4,5 \text{ V}.$$

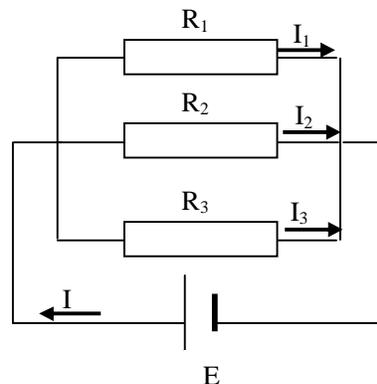
sad možemo izračunati struju kroz treći otpornik:

$$I_3 = U/R_3 = 0,225 \text{ A}.$$

Kirhofovo pravilo o strujama daje: $I = I_1 + I_2 + I_3$

Odavde je $I_1 = I - I_2 - I_3 = 1 - 0,3 - 0,225 = 0,475 \text{ A}$

$$R_1 = U/I_1 = 4,5 \text{ V}/0,475 \text{ A} = 9,47 \Omega \approx 9,5 \Omega$$



Uz zadatak 58

59. Rešenje:

Nacrtaćemo smerove struja. Treba uočiti da su otpori R_3 i R_2 vezani paralelno, (zamislamo da tačku A prebacimo u C – između njih nema otpora) pa su naponi na njima isti.

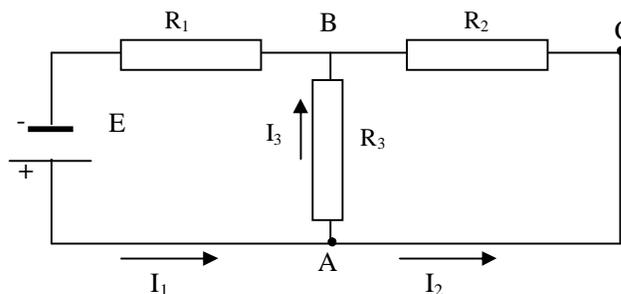
$$I_3 R_3 = I_2 R_2 \Rightarrow I_2 = \frac{I_3 R_3}{R_2} = \frac{2 \cdot 25 \left(\frac{\text{A}\Omega}{\Omega} \right)}{20} = 2,5 \text{ A}$$

Prvo Kirhofovo pravila za čvor A:

$$I_1 = I_2 + I_3 = 4,5 \text{ A}$$

Drugo Kirhofovo pravilo za konturu EABE:

$$E = I_1 R_1 + I_3 R_3 = 4,5 \cdot 10 + 2 \cdot 25 \text{ (A}\Omega) = 95 \text{ V}.$$



Uz zadatak 59

60. Rešenje:

Podaci: $E_1 = 8 \text{ V}$; $E_2 = 16 \text{ V}$; $E_3 = 24 \text{ V}$; $R_1 = 1 \Omega$; $R_2 = 2 \Omega$; $R_3 = 2 \Omega$; $R_4 = 2 \Omega$; $R_5 = 8 \Omega$. Unutrašnje otpore izvora zanemariti.

Prvo treba nacrtati smerove struja u kolu. Smer uzimamo proizvoljno, da li je dobar ili ne utvrdićemo posle rešavanja zadatka, ako dobijemo negativnu vrednost za struju, znači da je smer suprotan.

Korisno je nacrtati smer EMS –: od – ka +

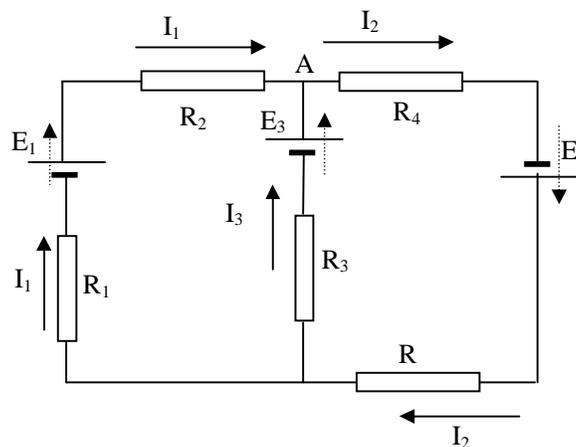
Primena Kirhofovih zakona:

$$\text{Čvor A: } I_1 + I_3 = I_2$$

Kontura $E_1 E_3 E_1$: obilazimo konturu u smeru kazaljke na satu:

$E_1 - E_3 = I_1(R_1 + R_2) - I_3 R_3$ obratiti pažnju: ako se prilikom obilaska sudaramo sa smerom EMS ili smerom struje uzimamo znak minus.

Kontura $E_3 E_2 E_3$: $E_3 + E_2 = I_2(R_4 + R_5) + I_3 R_3$ ovde nema sudaranja sa smerovima struje i EMS



Zbog težine zadatka zamenićemo odmah brojne vrednosti bez jedinica.

$$\left. \begin{aligned} I_1 + I_3 &= I_2 \\ -16 &= 3I_1 - 2I_3 \\ 40 &= 10I_2 + 2I_3 \end{aligned} \right\}$$

Zamenićemo struju I_2 u treću jednačinu.

$$\left. \begin{aligned} I_1 + I_3 &= I_2 \\ -16 &= 3I_1 - 2I_3 \\ 40 &= 10I_1 + 12I_3 \end{aligned} \right\}$$

Druge dve jednačine nije teško rešiti (za mlade specijalce)

rezultati : $I_1 = -2 \text{ A}$ (znači smer je suprotan od onog na crtežu!) $I_2 = 3 \text{ A}$, $I_3 = 5 \text{ A}$.

61. Rešenje:

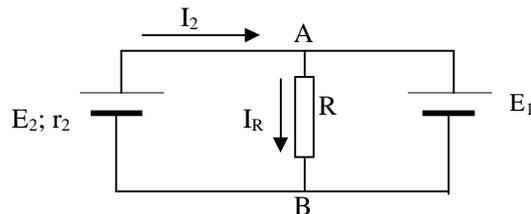
Podaci : $E_1 = 4 \text{ V}$; $E_2 = 6 \text{ V}$; $r_2 = 3 \Omega$.

Ovde primenjujemo Kirchofova pravila.

Za granu kola $E_2 A B E_2$ glasi: $E_2 = I_2 r_2 + I_R R$

Za granu $A E_1 B A$: $- E_1 = - I_R R$ tj $E_1 = I_R R$ (jer je $I_1 = 0$) takođe je i $I_R = I_2$ iz istih razloga.

Jednačine glase $E_2 = I_R r_2 + I_R R$ i $I_R = E_1 / R$ Zamenom struje I_R dobijamo:



Uz zadatak 61

$$E_2 = \frac{E_1}{R} r_2 + E_1 \Rightarrow \frac{E_1}{R} r_2 = E_2 - E_1 \Rightarrow R = \frac{E_1 r_2}{E_1 - E_2} \Rightarrow R = \frac{4 * 3}{6 - 4} \left[\frac{\text{V}\Omega}{\text{V}} \right] = 6 \Omega$$

62. Rešenje:

Подаци : $R_1 = 1 \Omega$, $R_2 = 2 \Omega$, $R_3 = 4 \Omega$, $E_1 = 70 \text{ V}$, $E_2 = 35 \Omega$.

Овде имамо примену Кирхофових правила.

За чвор А имамо: (prvo pravilo)

$$I_1 + I_2 = I_3$$

За грану $E_1 A B E_1$ $E_1 = I_1 R_1 + I_3 R_3$

за грану $B E_2 A B$ $E_2 = I_2 R_2 + I_3 R_3$

смер обиласка контуре дат је на слици

због тешкоћа око сређивања заменимо бројне вредности (без јединица)

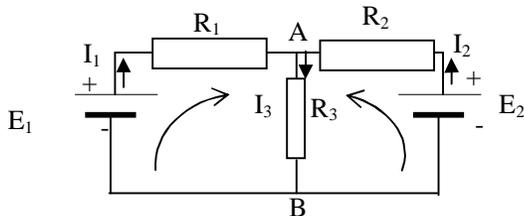
$$I_1 + I_2 = I_3$$

$$70 = I_1 + 4I_3$$

$$35 = 2 I_2 + 4 I_3$$

$$\left. \begin{array}{l} I_1 + I_2 = I_3 \\ 70 = I_1 + 4I_3 \\ 35 = 2 I_2 + 4 I_3 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{Струју } I_3 \text{ заменићемо у обе } j - \text{ не} \\ 70 = I_1 + 4(I_1 + I_2) \\ 35 = 2 I_2 + 4(I_1 + I_2) \end{array} \left. \begin{array}{l} 70 = 5I_1 + 4I_2 \\ 35 = 4I_1 + 6I_2 \end{array} \right\}$$

множењем прве $j -$ не са $- 4$ а друге са 5 добијамо $I_2 = - 7,5 \text{ A}$; $I_1 = 20 \text{ A}$; $I_3 = 12,5 \text{ A}$.



За оне који воле прецизност дајемо и опште решење:

$$\text{Из друге и треће } j - \text{ не добијамо } I_1 = \frac{E_1 - I_3 R_3}{R_1}, I_2 = \frac{E_2 - I_3 R_3}{R_2}$$

$$I_3 = \frac{E_1 - I_3 R_3}{R_1} + \frac{E_2 - I_3 R_3}{R_2} \quad j - \text{ ну помножимо са } R_1 R_2$$

$$R_1 R_2 I_3 = \frac{R_1 R_2 (E_1 - I_3 R_3)}{R_1} + \frac{R_1 R_2 (E_2 - I_3 R_3)}{R_2} \Rightarrow R_1 R_2 I_3 = E_1 R_1 - R_2 R_3 I_3 + E_2 R_1 - R_1 R_3 I_3 \quad \text{групишемо чланове који садрже } I_3$$

$$R_1 R_2 I_3 + R_2 R_3 I_3 + R_1 R_3 I_3 = E_1 R_1 + E_2 R_2 \quad \text{И коначно:}$$

$$I_3 = \frac{E_1 R_1 + E_2 R_2}{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_1 R_3}$$

63. Rešenje:

Podaci: $E_1 = 12 \text{ V}$, $E_2 = 14 \text{ V}$, $r_2 = 0,05 \Omega$, $I = ?$

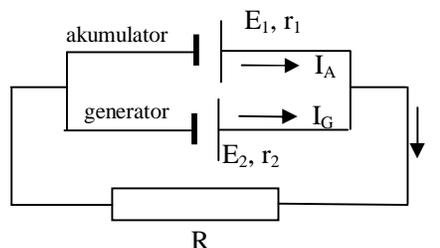
Treba nacrtati paralelnu vezu dve EMS:

Akumulator se neće prazniti ako je $I_A < 0$. Granični slučaj je $I_A = 0$.

Tada je $I = I_A$. Primena drugog Kirchofovog pravila na granu akumulatora i generatora daje: $E_2 - E_1 = I_G r_2$. Odavde je

$$I_G = \frac{E_2 - E_1}{r_2} = \frac{14 - 12}{0,05} \left(\frac{\text{V}}{\Omega} \right) = 40 \text{ A}$$

Tada je $i = 40 \text{ A}$. Da bi počelo pražnjenje akumulatora ($I > 0$) neophodno je da bude $I > 40 \text{ A}$



64.* Rešenje:

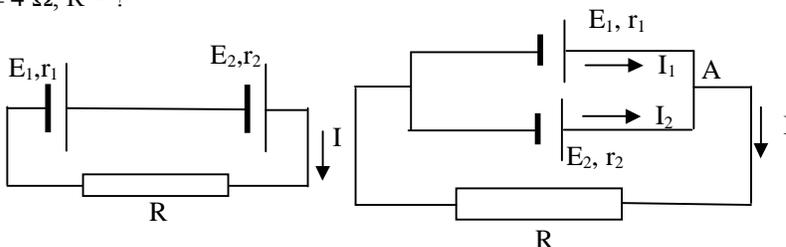
podaci: : $E_1 = 4V, r_1 = 2 \Omega$ i $E_2 = 5 \Omega, r_2 = 4 \Omega, R = ?$

Za rednu vezu Ohmov zakon glasi:

$$I = \frac{E_1 + E_2}{r_1 + r_2 + R} \left(\Rightarrow I = \frac{9}{6 + R} \right)$$

$$\left. \begin{aligned} I &= I_1 + I_2 \\ E_1 &= I_1 r_1 + IR \\ E_2 &= I_2 r_2 + IR \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} I &= I_1 + I_2 \\ 4 &= 2I_1 + IR \\ 5 &= 4I_2 + IR \end{aligned} \right\}$$



Za paralelnu vezu primenjujemo Kirchofova pravila. Prvo pravilo primenjujemo za čvor A, drugo za konture E_1RE_1 i E_2RE_2 :

Iz ovih jednačina treba naći I. Ovaj zadatak je dosta težak (bar za okružno takmičenje osmog razreda), zato preporučujem da se zamene brojne vrednosti.

Sada drugu j – nu pomnožimo sa 2 i saberemo sa trećom j – nom u prvom izrazu za desne strane pojaviće se izraz $4(I_1 + I_2)$. Takođe, napisaćemo i izraz za struju pri rednoj vezi. $I = 9/(6 + R)$. Dakle:

$$13 = 4I + 3IR \Rightarrow 13 = I(4 + 3R) \Rightarrow 13 = \frac{9}{6 + R}(4 + 3R) \Rightarrow 13(6 + R) = 9(4 + 3R)$$

odavde je : $R = 3 \Omega$

65.* Rešenje:

$I_1 = 1,6 \text{ mA}, U_x = 1,2 \text{ V}, U_y = 0,3 \text{ V}, I_2 = ?. U_0 = ?.$

Struja I_1 kroz V_1 je veća od struje kroz V_2 jer se I_1 grana u čvoru.. Znači da je $U_1 > U_2$ zbog Ohmova zakona $U = IR$. Prema tome $U_1 = 1,2 \text{ V}; U_2 = 0,3 \text{ V}$.

Kako je napon U_1 četiri puta veći od U_2 to je i struja kroz V_2 četiri puta manja od struje kroz V_1 (zbog onog pomenutog zakona): $I_{V2} = 0,4 \text{ mA}$. (voltmetri su jednaki)

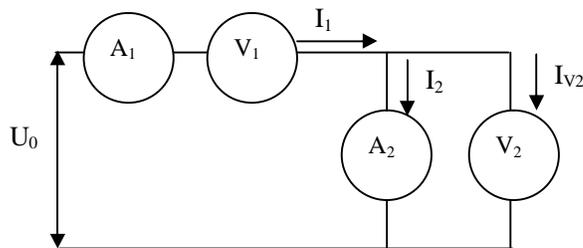
Onda je $I_1 = I_2 + I_{V2} \Rightarrow I_2 = I_1 - I_{V2} \Rightarrow I_2 = 1,2 \text{ mA}$.

Struja kroz A_1 je veća od struje kroz A_2 : $1,6\text{mA}/1,2\text{mA} = 4/3$. Znači i napon na A_1 je toliko puta veći (opet zbog ..., a i ampermetri su isti). Moramo ovako jer nemamo unutrašnji otpor A_1 .

Napon na A_2 je isti kao na V_2 zbog paralelne veze. $U_{A2} = 0,3 \text{ V}$.

$$U_{A1} = 0,3\text{V} * 4/3 = 0,4 \text{ V}$$

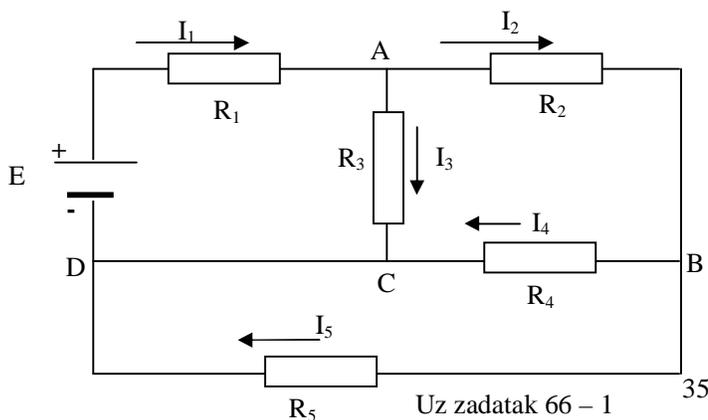
$$\text{Konačno imamo: } U_0 = U_{A1} + U_{V1} + U_{A2} \Rightarrow U_0 = 0,4 \text{ V} + 1,2 \text{ V} + 0,3 \text{ V} \Rightarrow U_0 = 1,9 \text{ V}$$



66. Rešenje**

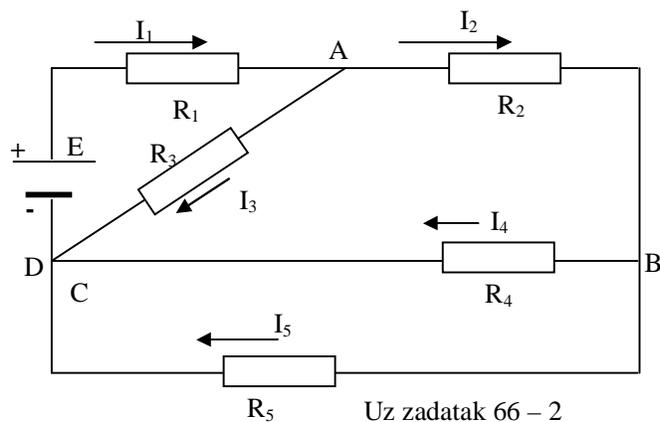
Ovo je zanimljiv način zadavanja podataka. Ipak ćemo kolo nacrtati na uobičajen način.sl. 66 – 1

$R_1 = 2 \Omega, R_2 = 2 \Omega, R_3 = 5 \Omega, R_4 = 40 \Omega, R_5 = 10 \Omega, I_4 = 0,5 \text{ A}$.



Vidimo da između tačaka C i D nema otpornika, pa su one na istom potencijalu i mogu spojiti Sl. 66–2 Zapažamo da su otpori R_4 i R_5 vezani paralelno, pa su naponi na njima isti.

$$I_4 R_4 = I_5 R_5 \Rightarrow I_5 = \frac{I_4 R_4}{R_5} = \frac{0,5 * 40}{10} \left(\frac{A\Omega}{\Omega} \right) = 2 \text{ A}$$



Uz zadatak 66 – 2

Sad prelazimo na čvor B: $I_2 = I_4 + I_5 \Rightarrow I_2 = 2,5 \text{ A}$.

Sad kontura A,B,C(D)R₄, R₂: $I_2R_2 + I_4R_4 - I_3R_3 = 0 \Rightarrow I_3 = 5 \text{ A}$

Sad kontura DEAD(C): $E = I_1R_1 + I_3R_3 \Rightarrow$

$E = 40 \text{ V}$.

Ako se vratimo na početnu sliku možemo izračunati i struju kroz granu CD. **$I_{CD} = I_3 + I_4 = 4,5 \text{ A}$**

67. Rešenje:

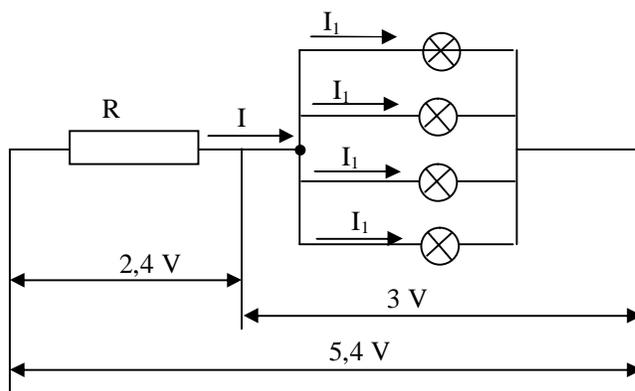
$U_1 = 3 \text{ V}$, $I_1 = 0,3 \text{ A}$, $U = 5,4 \text{ V}$, $R = ?$

Nacrtaćemo datu šemu kola i obeležiti date napone i struje.

Vidimo da je napon na traženom otporu $2,4 \text{ V}$; a struja kroz njega $I = 4I_1$; tj $1,2 \text{ A}$.

Otpor iznosi $R = U/I$; $R = 2,4\text{V}/1,2 \text{ A}$;

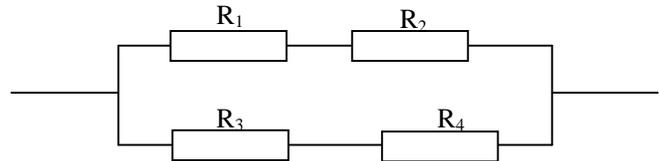
$R = 2 \Omega$



RAD I SNAGA ELEKTRIČNE STRUJE – ZADACI

68. Engleski fizičar Children je 1815. godine izveo sledeći eksperiment: dve platinske šipke jednakih dužina i različitih prečnika vezao je za jaku bateriju Voltinih elemenata – jednom redno a drugi put paralelno. U prvom slučaju užarila bi se samo tanka a u drugom slučaju samo debela šipka. Tokom celih 25 godina ova pojava bila je neobjašnjena. Možete li vi da je objasnite nešto brže?

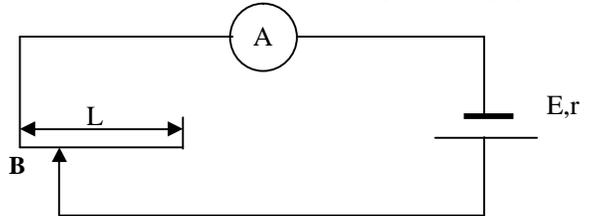
69. U kom otporniku sa slike se za isto vreme oslobodi najveća količina toplote? $R_1 = 1 \Omega$, $R_2 = 2 \Omega$, $R_3 = 2 \Omega$, $R_4 = 4 \Omega$. Šema je priključena na napon U . (Rez. : na R_2)



70. Strujno kolo čine džepna baterija od 4.5 V unutrašnjeg otpora 0,3 Ω , ampermetar zanemarljivog unutrašnjeg otpora i čelična žica dužine 1m poprečnog preseka 0,5 mm² i specifičnog otpora $2 \cdot 10^{-7} \Omega m$. Vezani su redno kao na slici.

a) Za koliko se promeni struja koju pokazuje ampermetar kada se klizni kontakt pomeri sa rastojanja $L/3$ na $2L/3$ u odnosu na tačku B.

b) Koliki je odnos gubitaka električne energije na žici tokom istog vremena za ova dva slučaja. (Rez: 2,44 A; 1,17)



71. Dva provodnika od aluminijuma vezana su redno i priključena na napon od 10 V . Ukupna količina toplote koja se u provodnicima oslobodi za 5 minuta je 21 kJ . Koliki je otpor svakog provodnika ako imaju istu dužinu, a poprečni presek prvog je dva puta veći od poprečnog preseka drugog provodnika? (Rez: $R_1 = 0,48 \Omega$, $R_2 = 0,95 \Omega$)

72. Za usijanje niti lampe potreban je napon od 9 V pri čemu protiče struja od 0,5 A. Usled isparavanja materijala prečnik niti se smanji za 10%. Koliki treba da bude napon da bi lampa sijala istim intenzitetom i kolika je tada jačina struje? (Rez. 10V; 0,45 A)

Proverite svoje razumevanje: sličan zadatak kao zadatak 72 je dat posle tri godine:

73. Pri jednosmernom naponu od 10 V sijalica svetli određenim intenzitetom a kroz nit sijalice teče struja jačine 0,3 A. Zbog površinskog isparavanja materijala, prečnik niti se smanji za 10%. Za koliko treba da se promeni napon napajanja da bi sijalica svetlela istim intenzitetom? Kolika je tada jačina struje kroz sijalicu? (Rez: 11.11V, 0,27A)

Po pravilniku takmičenja dozvoljeno je davanje zadataka iz oblasti koje nisu predviđene programom za osnovnu školu, uz uslov da se izloži teorija.

ZAVISNOST OTPORNOSTI OD TEMPERATURE

Što se neki provodnik više zagreva njegovi atomi više osciluju. Atom koji više osciluje predstavlja veću prepreku kretanja elektrona, pa se na višoj temperaturi elektroni teže kreću kroz provodnik.

To znači da se otpornost provodnika povećava sa povišenjem temperature. Otpornost zagrejanog otpornika R je data izrazom:

$$R = R_0(1 + \alpha t)$$

gde je R_0 otpor provodnika na 0°C a α temperaturni koeficijent otpora koji zavisi od vrste materijala provodnika.

74. Naći odnos snaga sijalice (čije je vlakno od volframa) pri uključenju ($t_0 = 0^\circ\text{C}$) i u trenutku kada vlakno dostigne temperaturu $t = 2000^\circ\text{C}$, ako je termički koeficijent otpornosti vlakna $\alpha = 5 \cdot 10^{-3} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$. Uzeti da se sa porastom temperature otpornost menja (raste) linearno sa temperaturom prema relaciji $R_t = R_0(1 + \alpha t)$, gde je R_0 otpornost na 0°C , a R_t otpornost na temperaturi t . (Rez: 11)

75. Automobilski akumulator napona 12 V daje 60 Ah naelektrisanja. Snaga svake sijalice prednjih farova je 36 W, a u zadnjim svetlima snaga svake sijalice je 6 W. Sve sijalice su vezane paralelno na polove akumulatora. Ako vozač parkira noću auto i ostavi uključena svetla, koliko će vremena proteći dok se akumulator potpuno isprazni? Koliki je otpor svake sijalice i kolika struja protiče kroz svaku od njih? Unutrašnji otpor akumulatora ne uzimati u obzir. (Rez: 8,57 h, 4 Ω , 24 Ω , 3A, 0,5 A)

76.* Snaga koja se razvija na otporniku otpora R_1 , koji je spojen na bateriju iznosi P . Kolika je EMS baterije ako se snaga ne promeni prilikom zamene otpornika R_1 otpornikom R_2 ? $R_1 = 9 \Omega$; $R_2 = 16 \Omega$; $P = 4 \text{ W}$ (Rez: 14 V)

77. Elektromotor dizalice radi na naponu 380 V. Koliki je koeficijent korisnog dejstva dizalice, ako ona teret mase 1t podigne na visinu 19 m za 50 s, a pri tom kroz namotaje elektromotora teče struja jačine 20A? (Rez: 49%)

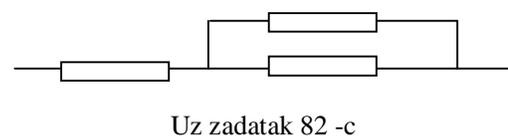
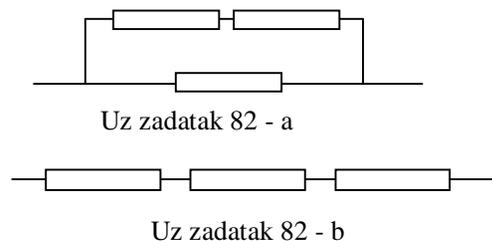
78. Odrediti jačinu struje u namotajima elektromotora kod trolejbusa, koji razvija vučnu silu od 6 kN. Kada je na elektromotoru napon 600 V, trolejbus se kreće stalnom brzinom 36 km/h. Koeficijent korisnog dejstva elektromotora je 0,8. (Rez: 125 A)

79. Električna lokomotiva vuče vagono ravnomerno, brzinom $v = 60 \text{ km/h}$. Ukupna masa lokomotive i vagona iznosi $m = 500 \text{ t}$. Koliki rad izvrše motori lokomotive na horizontalnoj pruzi dužine $l = 100 \text{ km}$, ako je koeficijent trenja prilikom kretanja $\mu = 0,01$. Kolika je srednja snaga koju razvijaju motori i kolika je struja koja teče kroz vod za napajanje lokomotive, ako je napon napajanja $U = 25 \text{ kV}$? Koliki je utrošak električne energije na datoj dužini pruge, izražen u kWh? (Rez: $5 \cdot 10^9 \text{ J}$; 1389 kWh, 835 kW, 33,3 A)

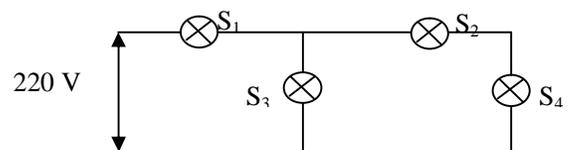
80. Deset sijalica otpora po $0,5 \text{ k}\Omega$ predviđenih za napon 120 V vezano je paralelno i preko otpornika na napon od 220 V. Izračunati snagu oslobođenu na otporniku. (grupa sijalica i otpornik su vezani redno) (Rez: 240 W)

81. Pri uključivanju jednog grejača voda u čajniku proključa za 15 minuta a pri uključivanju drugog grejača ista količina vode proključa za 30 min. Kroz koliko vremena će proključati ista količina vode ako se grejači priključe a) redno b) paralelno. (Rez: 45 min; 10 min)

82. Grejač u čajniku sastoji se od tri jednaka otpornika. Kada se vežu paralelno voda u čajniku proključa za 6 minuta. Za koliko vremena će proključati ista količina vode, iste početne temperature ako su otpornici vezani kao na sledeći način: (Rez: 12 min, 54 min, 27 min)



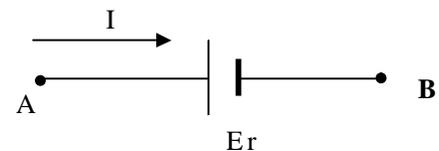
83. Sijalice snage 100 W svaka predviđena za napon 220 V vezane su prema šemi na slici. Cela veza je priključena na napon od 220 V. Naći snagu svake sijalice. (Rez: $P_1 = 35,3 \text{ W}$; $P_2 = 3,9 \text{ W}$, $P_3 = 15,7 \text{ W}$, $P_4 = 3,9 \text{ W}$)



84.* Električna pegla je predviđena na napon 220 V. Ako se pegla priključi na napon 127 V pegla postiže temperaturu 127° C . Potrebno je postići radnu temperaturu od 200° C do 300° C . Može li se postići radna temperatura priključenjem na 220 V? Temperatura okoline je 20° C . Oslobođena količina toplote je srazmerna razlici temperatura. (Rez: ne)

85.* Dva jednaka otpornika po 100Ω priključuju se na izvor struje prvo redno pa onda paralelno. U oba slučajja snaga na svakom otporniku je ista. Naći EMS izvora ako je struja pri rednoj vezi 1 A. (Rez: 300 V)

86.* Na datoj slici prikazan je deo nekog strujnog kola. Između tačaka A i B nalazi se izvor struje $E = 2 \text{ V}$, $r = 0,1 \Omega$. Struja u kolu iznosi 5 A. Izračunati : a) napon U_{AB} b) energiju koju u jedinici vremena troši ovaj deo kola, c) količinu toplote koja se u jedinici vremena stvara u datom izvoru struje. (Rez: 2,5V, 12,5 W, 2,5 W)



RAD I SNAGA ELEKTRIČNE STRUJE - REŠENJA**68. Rešenje:**

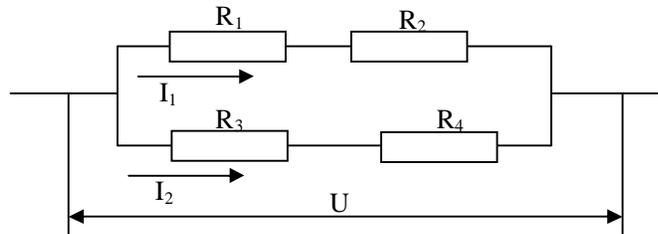
Oslobodena količina toplote u provodniku srazmerna je jačini struje kroz provodnik naponu na krajevima provodnika i vremenu proticanja. $Q = UI t$. U slučaju redne veze otpora struja je ista pa upotrebivši Ohm zakon dobijamo $Q = I^2 R t$ (Džulov zakon), tj količina toplote je upravo srazmerna otporu, pa se na većem otporu oslobađa veća količina toplote (tanja šipka!).

U slučaju paralelne veze napon je isti pa Džulov zakon pišemo u obliku $Q = \frac{U^2 t}{R}$ tj. količina toplote je obrnuto srazmerna otporu pa se na manjem otporu oslobađa veća količina toplote (a to je debele šipka!)

69. Rešenje:

$R_1 = 1 \Omega$, $R_2 = 2 \Omega$, $R_3 = 2 \Omega$, $R_4 = 4 \Omega$; $Q_i = ?$

Količina toplote oslobođena u provodniku data je izrazom $Q = RI^2 t$
Zato ćemo izračunati struje u granama i zameniti u ovaj izraz.



$$I = \frac{U}{R_1 + R_2} = \frac{U}{3} (A); I_2 = \frac{U}{6} (A)$$

$$Q_1 = 1 * \left(\frac{U}{3}\right)^2 t \Rightarrow Q_1 = \frac{U^2 t}{9}; \quad Q_2 = 2 * \left(\frac{U}{3}\right)^2 t \Rightarrow Q_2 = \frac{2U^2 t}{9}$$

$$Q_3 = 2 \left(\frac{U}{6}\right)^2 t \Rightarrow Q_3 = \frac{U^2 t}{18}; \quad Q_4 = 4 \left(\frac{U}{6}\right)^2 t \Rightarrow Q_4 = \frac{U^2 t}{9}$$

Najveća oslobođena toplota je na R_2

70. Rešenje:

Podaci: $E = 4,5 \text{ V}$ $r = 0,3 \Omega$ $L = 1 \text{ m}$, $S = 0,5 \text{ mm}^2$, $\rho = 2 \cdot 10^{-7} \Omega \text{ m}$

a) Otpor žice dužine L je $R = \rho \left(\frac{L}{S}\right)$

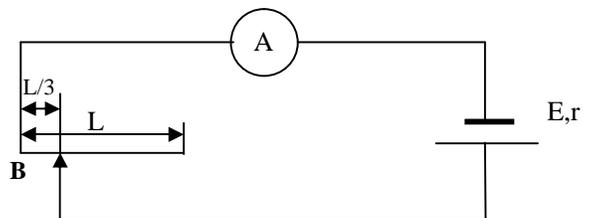
$$R = \rho \frac{L}{S} = 2 \cdot 10^{-7} \frac{1}{0,5 \cdot 10^{-6}} \left[\Omega \text{ m} \frac{\text{m}}{\text{m}^2} = \Omega \right] = 0,4 \Omega$$

Otpor žice dužine $L/3$ je $R_1 = R/3 = 0,4 \Omega / 3 = 0,133 \Omega$

$$\text{Struja u tom slučaju iznosi } I_1 = \frac{E}{r + R_1} = \frac{4,5}{0,3 + 0,133} \left[\frac{\text{V}}{\Omega} = \frac{\Omega * \text{A}}{\Omega} = \text{A} \right] = 10,39 \text{ A}$$

Otpor žice dužine $2L/3$ je $R_2 = 0,266 \Omega$

$$\text{Struja u ovom slučaju je } I_2 = \frac{E}{r + R_2} = \frac{4,5}{0,3 + 0,266} \left[\frac{\text{V}}{\Omega} = \frac{\Omega * \text{A}}{\Omega} = \text{A} \right] = 7,95 \text{ A} \quad \text{Razlika struja je } \Delta I = 2,44 \text{ A}$$



b) Odnos količina toplota oslobođenih na žici u ova dva slučaja je

$$\frac{Q_2}{Q_1} = \frac{R_2 I_2^2 t}{R_1 I_1^2 t} = \frac{0,266 * 7,95^2 * t}{0,133 * 10,39^2 * t} \left[\frac{\Omega \text{ A}^2 \text{ s}}{\Omega \text{ A}^2 \text{ s}} \right] = 1,17 \text{ [bez jedinica]}$$

Obratiti pažnju na pisanje jedinica: jedinice pišemo odvojeno od brojeva radi bolje preglednosti.

71. Rešenje:

Podaci : $U = 10 \text{ V}$, $Q = 21 \text{ kJ}$, $L_1 = L_2$, $S_1 = 2S_2$, $R_1 = ?$, $R_2 = ?$ $t = 5 \text{ min}$.
prvo treba naći vezu između otpora

$$R = \rho \frac{L}{S} \Rightarrow R_1 = \rho \frac{L_1}{S_1} = \rho \frac{L_2}{2S_2} = \frac{1}{2} \rho \frac{L_2}{S_2} \Rightarrow \mathbf{R_1 = \frac{1}{2} R_2}$$

Ukupan otpor je:

$$R_e = R_1 + R_2 = \frac{3}{2} R_2$$

$$Q = \frac{U^2}{R} t \Rightarrow R_e = \frac{U^2 t}{Q} \Rightarrow R_e = \frac{10^2 * 5 * 60}{21000} \left(\frac{V^2 s}{J} \right) = 1,43 \left(\frac{V^2 s}{VA s} = \frac{V}{A} = \Omega \right)$$

odavde je $\mathbf{R_2 = \frac{2}{3} R_e = 0,95 \Omega}$, $\mathbf{R_1 = 0,48 \Omega}$

72. Rešenje:

Podaci: $U_1 = 9 \text{ V}$, $I_1 = 0,5 \text{ A}$,

Ako se prečnik smanji za 10% znači da je ostalo 90%. To znači $d_2 = 0,9 d_1$

Da bi sijalica svetlela istim intenzitetom treba da je snaga sijalice ista u oba slučaja, tj $\frac{U_1^2}{R_1} = \frac{U_2^2}{R_2}$

Najbolje je upotrebiti ovu formulu jer se u njoj javlja R a u podacima pominje prečnik žice.

$$R = \rho \frac{l}{S} \text{ gde je } S = \frac{\pi d^2}{4}, \text{ zamenom se dobija } R = \rho \frac{4l}{\pi d^2}$$

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{\rho \frac{4l}{\pi d_1^2}}{\rho \frac{4l}{\pi d_2^2}} = \frac{d_2^2}{d_1^2} = \frac{(0,9d_1)^2}{d_1^2} = 0,81; \text{ odavde je } R_1 = 0,81 * R_2$$

Ovo zamenimo u izraz za snagu

$$\frac{U_1^2}{0,81R_2} = \frac{U_2^2}{R_2} \text{ odavde je } U_2 = \sqrt{\frac{U_1^2}{0,81}} \Rightarrow U_2 = \frac{U_1}{0,9} \Rightarrow \mathbf{U_2 = 10 \text{ V}}$$

Ako upotrebimo drugi izraz za snagu: $U_1 I_1 = U_2 I_2$ $I_2 = \frac{U_1 I_1}{U_2} = \mathbf{0,45 \text{ A}}$

74. Rešenje:

Napon je isti u oba slučaju. Treba koristiti formulu: $P = \frac{U^2}{R}$, pa je $P_0 = \frac{U^2}{R_0}$, $P_t = \frac{U^2}{R_t}$

$$\text{odnos snaga je } \frac{P_0}{P_t} = \frac{\frac{U^2}{R_0}}{\frac{U^2}{R_t}} = \frac{R_t}{R_0} = 1 + \alpha t = 1 + 0,005 * 2000 (^{\circ}C^{-1} ^{\circ}C) = \mathbf{11}$$

75. Rešenje:

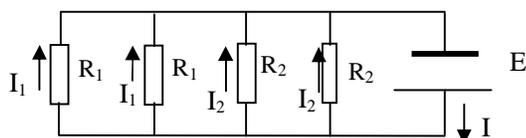
Podaci: $E = 12 \text{ V}$; $q = 60 \text{ Ah}$; $P_1 = 36 \text{ W}$; $P_2 = 6 \text{ W}$; $r = 0$; $R_1, R_2, I_1, I_2, t = ?$

Količina naelektrisanja na akumulatoru je q i akumulator će davati struju za vreme $t = q/I$

(jer je $I = q/t$)

Znači treba naći jačinu struje.

Imamo dve sijalice prednjih farova i dve sijalice zadnjih svetala. Paralelna veza svih sijalica bi izgledala ovako:



Prvo Kirchoffovo pravilo glasi : $I = 2 I_1 + 2I_2$ napon je zajednički (tj. EMS) za sve sijalice.

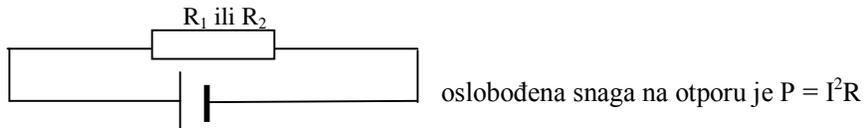
$$I_1 = \frac{P_1}{E}, I_2 = \frac{P_2}{E}; \text{ zamenom dobijamo } I = \frac{2(P_1 + P_2)}{E} \Rightarrow I = 7 A. \Rightarrow t = \frac{q}{I} = 8,57 h$$

Struje i otpori

$$I_1 = \frac{P_1}{E} = 3 A, I_2 = \frac{P_2}{E} = 0,5 A; R_1 = \frac{E^2}{P_1} = 4 \Omega, R_2 = \frac{E^2}{P_2} = 24 \Omega$$

76.* Rešenje:

$R_1 = 9 \Omega; R_2 = 16 \Omega; P = 4 W$
Kolo izgleda ovako:



$$I = \frac{E}{r + R} \Rightarrow P = \left(\frac{E}{r + R} \right)^2 R$$

Snage na pojedinim otpornicima su jednake znači:

$$\left(\frac{E}{r + R_1} \right)^2 R_1 = \left(\frac{E}{r + R_2} \right)^2 R_2$$

Treba odavde izračunati r. Rešavanje ove jednačine može biti teško za učenike osnovne škole. Za one koji nisu sigurni predlažem da se zamene konkretne vrednosti

$$\left(\frac{E}{r + R_1} \right)^2 R_1 = \left(\frac{E}{r + R_2} \right)^2 R_2 \Rightarrow \left(\frac{E}{r + 9} \right)^2 * 9 = \left(\frac{E}{r + 16} \right)^2 * 16 \Rightarrow \frac{E * 3}{r + 9} = \frac{E * 4}{r + 16} \Rightarrow \frac{3}{r + 9} = \frac{4}{r + 16}$$

Unakrsnim množenjem dobijamo $r = 12 \Omega$. Iz izraza za snagu nalazimo EMS.

$$P = \left(\frac{E}{r + R} \right)^2 R \Rightarrow \left(\frac{E}{r + R} \right)^2 = \frac{P}{R} \Rightarrow E = \sqrt{\frac{P}{R}}(r + R) = \sqrt{\frac{4}{9}}(12 + 9) \left(\sqrt{\frac{W}{\Omega}} = \sqrt{\frac{A^2 \Omega}{\Omega}} = A \Omega = V \right) = 14 V$$

77. Rešenje:

$U = 380 V, m = 1000 kg, h = 19 m, t = 50 s, I = 20 A, \eta = ?$

Koristan rad je mehanički rad podizanja tereta: $A = mgh = 1000 * 9,81 * 19 [kg(m/s^2)m] = 186390 J$

Ukupno uloženi rad je utrošeni rad električne struje: $A = UI t = 380 * 20 * 50 [Vas] = 380 000 J$.

$$\text{Stepen korisnog dejstva iznosi: } \eta = \frac{A_{korisno}}{A_{ulozeno}} = \frac{186000}{380000} = 0,49 = 49\%$$

78. Rešenje: $F = 6 kN, U = 600 V, v = 36 km/h = 10 m/s, \eta = 0,8, I = ?$

Korisna snaga je : $P_{kor} = Fv \Rightarrow P_{kor} = 6000 N * 10 m/s = 60000 W$.

$$\text{Definicija stepena korisnog dejstva: } \eta = \frac{P_{kor}}{P_{uk}} \text{ odavde je } P_{uk} = \frac{P_{kor}}{\eta} = \frac{60000 W}{0,8} = 75000 W$$

$$\text{Ukupna snaga se uzima iz električne mreže: } P_{uk} = UI \quad I = \frac{P_{uk}}{U} = \frac{75000 W}{600 V} \Rightarrow I = 125 A$$

79. Rešenje:

Podaci : $v = 60 km/h = 60 km/h : 3,6 = 16,7 m/s; m = 500 000 kg; l = 100 km = 100 000 m; \mu = 0,01; U = 25 kV$.

Za pretvaranje **1 kWh = 1000*3600 J**.

Voz se kreće ravnomerno, što znači da je vučna sila jednaka sili trenja. $F = F_{tr}$

Znači vučna sila je $F = \mu mg = 0,01 * 500 000 * 10 [kgm/s^2] = 50000 N = 5 * 10^4 N$.

Rad motora je **$A = Fl = 5 * 10^4 * 100 * 10^3 [Nm] = 5 * 10^9 J$** .

Snaga motora je:

$$\text{Pretvaranje džula u kWh: } E = \frac{5 000 000 000}{1000 * 3600} = 1389 kWh.$$

$$P = \frac{A}{t}; \text{ vreme jet} = \frac{l}{v} = \frac{100 000}{16,7} \left(\frac{m}{m/s} \right) = 5988 s.$$

$$\text{struja iznosi } I = \frac{P}{U} = \frac{835}{25} \left(\frac{kW}{kV} = \frac{VA}{V} \right) = 33,4 A.$$

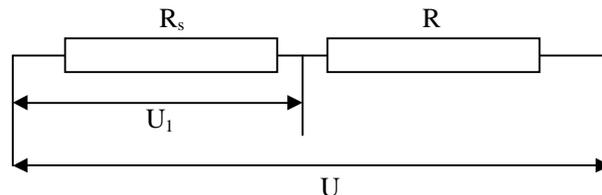
$$\Rightarrow P = \frac{5 000 000 000}{5988} \left(\frac{J}{s} \right) = 835 000 W = 835 kW.$$

80. Rešenje:Podaci: $n = 10$, $R_1 = 0,5 \text{ k}\Omega$, $U_1 = 120 \text{ V}$, $U = 220 \text{ V}$, $P = ?$ Ukupan otpor sijalica je: $R_s = \frac{R}{n} = 50 \Omega$

Struja ista u celom kolu je ista, pa je možemo

izračunati iz prvog dela kola

$$I = \frac{U_1}{R_s} = \frac{120 \text{ V}}{50 \Omega} = 2,4 \text{ A}$$

napon na nepoznatom otporu je $U_R = U - U_1 = 100 \text{ V}$. Snaga na otporu je $P = U_R I = 240 \text{ W}$ (može se i izračunati taj nepoznati otpor: $R = U_R / I = 41,7 \Omega$)**81. Rešenje:**Podaci $t_1 = 15 \text{ min}$; $t_2 = 30 \text{ min}$.

U pitanju je ista količina vode pa je u svim slučajevima ista količina toplote.

Dalje, čajnik se priključuje na isti napon, pa uzimamo izraz za količinu toplote koji sadrži napon.

$$Q = \frac{U^2}{R_1} t_1 \quad Q = \frac{U^2}{R_2} t_2 \quad \text{pri pojedinačnom uključivanju}$$

$$\text{a) Redna veza } R = R_1 + R_2 \Rightarrow Q = \frac{U^2}{R_1 + R_2} t_{redno}$$

$$\text{b) Paralelna veza } R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \quad Q = \frac{U^2 (R_1 + R_2)}{R_1 R_2} t_{par}$$

$$\text{Iz prve dve relacije izračunaćemo otpore } R_1 = \frac{U^2}{Q} t_1 \quad R_2 = \frac{U^2}{Q} t_2$$

Zamenom u izraz za količinu toplote pod a) dobija se;

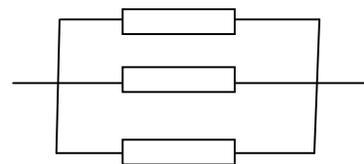
$$Q = \frac{U^2}{\frac{U^2}{Q} t_1 + \frac{U^2}{Q} t_2} t_{redno} \Rightarrow Q = \frac{U^2}{\frac{U^2}{Q} (t_1 + t_2)} t_{redno}$$

Odatve se lako dobija (lako za specijalce!) $t_{redno} = t_1 + t_2$ $t_{redno} = 45 \text{ minuta}$.Malo više truda treba za drugi slučaj (ali opet lako za specijalce) $t_{par} = \frac{t_1 t_2}{t_1 + t_2} = 10 \text{ min}$ **82.****Rešenje:**

Kod paralelne veze ukupan otpor je

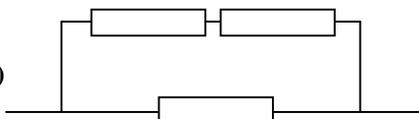
$$\frac{1}{R_e} = \frac{1}{R} + \frac{1}{R} + \frac{1}{R} = \frac{3}{R}, \Rightarrow R_e = \frac{R}{3}$$

Oslobodena količina toplote je:



$$Q = \frac{U^2}{\frac{R}{3}} \tau \Rightarrow Q = \frac{3U^2 \tau}{R}$$

a)



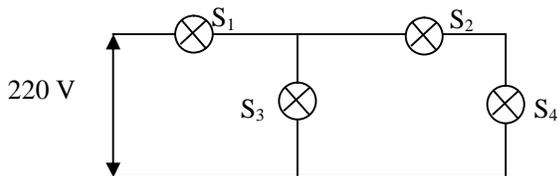
$$R_e = \frac{2R * R}{2R + R} = \frac{2R}{3} \Rightarrow Q = \frac{3U^2 \tau_a}{2R}$$

a) otpor i količina toplote u ovom slučaju je

izjednačavanjem izraza za količinu toplote dobijamo: $\tau_a = 2 \tau$. $\tau_a = 12 \text{ min.}$

druga dva slučaja predlažem da čitaoci reše samostalno. **b) 54 min c) 27 min.**

83. Rešenje:

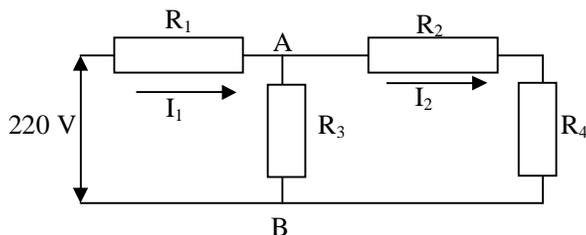


Treba izračunati otpor sijalice. To ćemo izračunati iz nominalnih (predviđenih) podataka za sijalice.

$$P = \frac{U^2}{R} \Rightarrow R = \frac{U^2}{P} \Rightarrow R = 484 \Omega$$

Treba izračunati struju kroz svaki otpornik. Za to treba izračunati ukupan otpor.

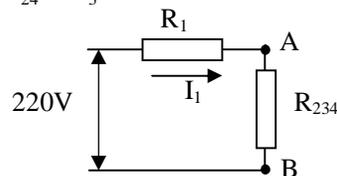
Sad kolo izgleda ovako:



$$R_{24} = 2R = 968 \Omega \text{ (redna veza)}$$

$$R_{234} = \frac{R_{24} R_3}{R_{24} + R_3} = 323 \Omega$$

R_{24} i R_3 su paralelno vezani



R_1 i R_{234} su u rednoj vezi.

$$R_e = R_1 + R_{234} \quad R_e = 807 \Omega$$

$$\text{Struja } I_1 \text{ iznosi : } I_1 = \frac{U}{R_e} = 0,27 \text{ A. } \Rightarrow P_1 = R_1 I_1^2 \Rightarrow P_1 = 35,3 \text{ W}$$

$$U_{AB} = R_{234} I_1 = 87,2 \text{ V} \Rightarrow P_3 = \frac{U_{AB}^2}{R_3} \Rightarrow P_3 = 15,7 \text{ W}$$

$$I_2 = \frac{U_{AB}}{R_{24}} = 0,09 \text{ A}$$

$$P_2 = P_4 = R I_2^2 = 3,9 \text{ W}$$

84.* Rešenje:

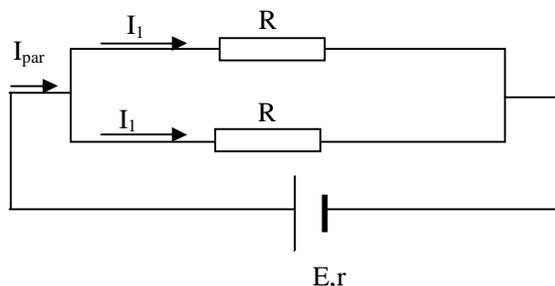
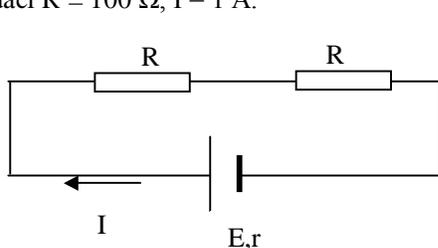
$$t_0 = 20^0 \text{ C, } t_1 = 127^0 \text{ C, } U_1 = 127 \text{ V, } U_2 = 220 \text{ V, } t_2 = ?$$

zagrevanje pegle se dešava po Džulovom zakonu: $Q = \frac{U^2}{R} u 1s$

toplota se oslobađa srazmerno razlici temperatura: $Q = k\Delta t$. za dva slučaja možemo napisati:

$$\left. \begin{aligned} \frac{U_1^2}{R} &= k(t_1 - t_0) \\ \frac{U_2^2}{R} &= k(t_2 - t_0) \end{aligned} \right\} \text{ formiramo količnik } j - na \quad \frac{t_2 - t_0}{t_1 - t_0} = \frac{U_2^2}{U_1^2} \Rightarrow t_2 = t_0 + \frac{U_2^2}{U_1^2} (t_1 - t_0)$$

Izračunavanje daje $t_2 = 341^0 \text{ C}$. Znači temperatura je suviše visoka

85.* RešenjePodaci $R = 100 \Omega$, $I = 1 \text{ A}$.

U prvom slučaju snaga na jednom otporu je $P = RI^2$; a u drugom slučaju $P = RI_1^2$ opet na jednom otporu – po uslovu zadatka. Sledi da je $I = I_1$

U prvom slučaju je struja:

$$I = \frac{E}{r + 2R}$$

(obratite pažnju na $\frac{1}{2}$ kod struje)

$$I_1 = \frac{1}{2} I_{par} = \frac{1}{2} \frac{E}{r + \frac{R}{2}}$$

U drugom slučaju je $I_{par} = \frac{E}{r + \frac{R}{2}}$ jer je $R_e = R/2$ tada je:

Izjednačavanjem ove dve struje dobijamo $r = R$ ovaj dokaz ne bi trebalo da bude problem za mlade fizičare.

Konačno iz prve jednačine dobijamo : $E = I(r+2R)$, $E = 300 \text{ V}$.

86.* Rešenje:

$E = 2 \text{ V}$, $r = 0,1 \Omega$, $I = 5 \text{ A}$, napon $U_{AB} = ?$, $P = ?$, $Q = ?$

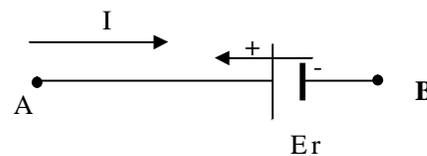
Krenemo od tačke A. Uzećemo u obzir da idemo protiv EMS i niz struju.

$$\varphi_A - E - Ir = \varphi_B \Rightarrow \varphi_A - \varphi_B = E + Ir = 2,5 \text{ V}.$$

Snaga u ovom delu kola je: $P = U_{AB}I = 12,5 \text{ W}$

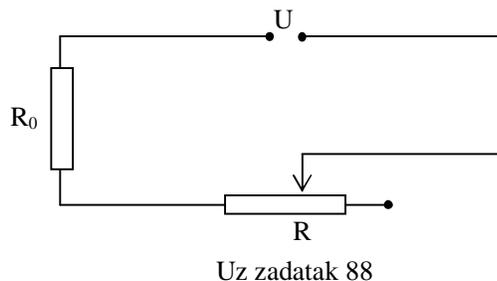
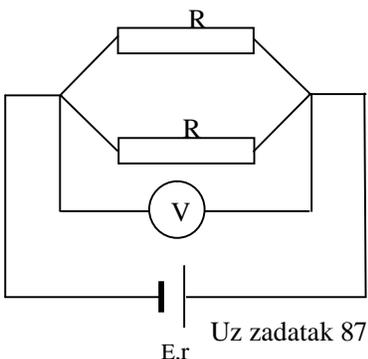
Toplota oslobođena u izvoru je $Q = rI^2 = 2,5 \text{ W}$

Razlika ide na povećanje energije izvora (puni se).



RAZNI ZADACI – ZADACI

87. Na **izvor struje** priključena je paralelna veza dva otpora od $4\ \Omega$ (slika). Pri tome voltmetar pokazuje napon $6\ \text{V}$. ako jedan od otpora isključimo, voltmetar pokazuje napon $8\ \text{V}$. Kolika je elektromotorna sila izvora i njegov unutrašnji otpor? (**Rez: $12\ \text{V}$, $2\ \Omega$**)



89. Kada se paralelno kondenzatoru, koji je priključen na izvode baterije, priključi otpor $R = 15\ \Omega$, naelektrisanje na kondenzatoru opadne $n = 1,2$ puta. Koliki je unutrašnji otpor baterije? (**Rez: $3\ \Omega$**)

90. Ampermetar, čiji je opseg $10\ \text{mA}$ ima unutrašnji otpor $6\ \Omega$.

- Kako i koliki otpor treba vezati ovom instrumentu da bi se opseg povećao do $50\ \text{mA}$?
- Kako i koliki otpor treba vezati za ovaj instrument da bi poslužio kao voltmetar kojim se mogu meriti naponi do $10\ \text{V}$.

(**Rez: $1,5\ \Omega$; $994\ \Omega$**)

91*. Ako voltmetru dodamo redno jedan otpornik njegov opseg merenja se poveća 10 puta. Ako dodamo drugi otpornik (redno) opseg merenja se poveća 5 puta. Koliko puta će se povećati opseg merenja napona voltmetra ako redno sa voltmetrom povežemo ova dva otpornika vezana paralelno. A ako ta dva otpora vežemo redno sa voltmetrom?

(**Rez: $3,8$; 14**)

Istovrstan zadatak možemo uraditi sa ampermetrom:

92*. Ako ampermetru paralelno vežemo jedan otpornik (otoku) opseg ampermetra se poveća 10 puta, ako vežemo drugi otpornik (paralelno) njegov opseg se poveća pet puta. Koliko puta će se povećati opseg ampermetra ako paralelno sa ampermetrom vežemo a) Rednu vezu ova dva otpornika b) Paralelnu vezu ovih otpornika.

(**Rez: $3,8$; 14**)

93. ** Izvor elektromotorne sile ima unutrašnji otpor koji nije zanemarljiv. Prvi voltmetar, priključen na taj izvor pokazuje napon $10\ \text{V}$. Drugi voltmetar spojen na izvor umesto prvog pokazuje napon $15\ \text{V}$. Kada se ti voltmetri spoje redno i priključe na izvor, prvi voltmetar pokazuje $4\ \text{V}$, a drugi $12\ \text{V}$. Naći vrednost elektromotorne sile izvora.

(**Rez. $20\ \text{V}$**)

94*. Pri dugotrajnom proticanju struje jačine $1,4\ \text{A}$ kroz grejač, on se zagrejao do temperature $55\ ^\circ\text{C}$, a pri struji $2,8\ \text{A}$ do temperature $160\ ^\circ\text{C}$. Do koje temperature će se zagrejati grejač ako kroz njega teče struja $5,5\ \text{A}$?. Odavanje toplote grejača srazmerno je površini grejača i razlici temperatura grejača i okoline. Zavisnost otpora grejača od temperature zanemariti.

(**Rez. $560\ ^\circ\text{C}$**)

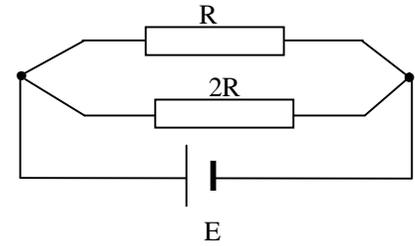
95.* Žičani osigurač pregori pri naponu U . Pri kom naponu će osigurač pregoreti ako mu dužinu uvećemo k – puta, a prečnik n – puta. Odavanje toplote osigurača; srazmerno je površini grejača i razlici temperatura grejača i okoline. Zavisnost otpora osigurača od temperature zanemariti.

(Rez: $U_1 = U \frac{k}{\sqrt{n}}$)

96. U dva suda od kojih svaki sadrži 0,5 kg vode na 20°C nalaze se grejači nepoznatih otpora R i $2R$, vezani kao na slici. Elektromotorna sila je 220 V. Ako voda u sudu sa otporom R proključa za 10 minuta, izračunati:

- Vrednost otpora R (Rez: 173 Ω)
- Temperaturu do koje se za to vreme zagreje voda u sudu $2R$ (60°C)
- Jačine struja koje teku kroz otpornike (1,27 A; 0,65 A)

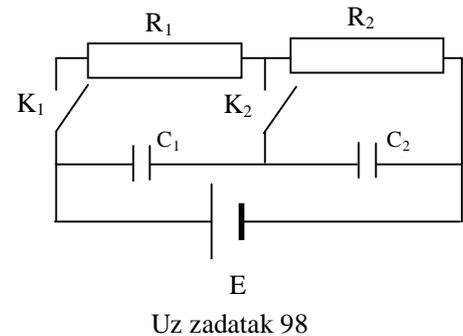
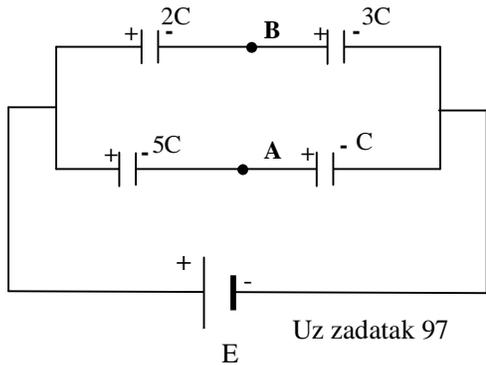
specifični toplotni kapacitet vode je $c_2 = 4200 \text{ J/kgK}$, unutrašnji otpor izvora zanemarljiv.



97*. Odrediti razliku potencijala između tačaka A i B u kolu na slici, $E=15\text{V}$. (Rez :6,5 V)

98. Dato je kolo na slici. Ems izvora iznosi 60 V, $R_1 = 3R_2$; $C_1 = 2 C_2$. Naći napone na kondenzatorima u sledećim slučajevima:

- prekidači K_1 i K_2 zatvoreni (Rez 45 V, 15 V)
- K_1 zatvoren, K_2 otvoren (20 V, 40 V)
- K_1 otvoren, K_2 zatvoren. (60 V, 0 V)



Po pravilniku takmičenja dozvoljeno je davanje zadataka iz oblasti koje nisu predviđene programom za osnovnu školu, uz uslov da se izloži teorija.

ZAVISNOST OTPORNOSTI OD TEMPERATURE

Što se neki provodnik više zagreva njegovi atomi više osciluju. Atom koji više osciluje predstavlja veću prepreku kretanja elektrona, pa se na višoj temperaturi elektroni teže kreću kroz provodnik.

To znači da se otpornost provodnika povećava sa povišenjem temperature. Otpornost zagrejanog otpornika R je data izrazom:

$$R = R_0(1 + \alpha t)$$

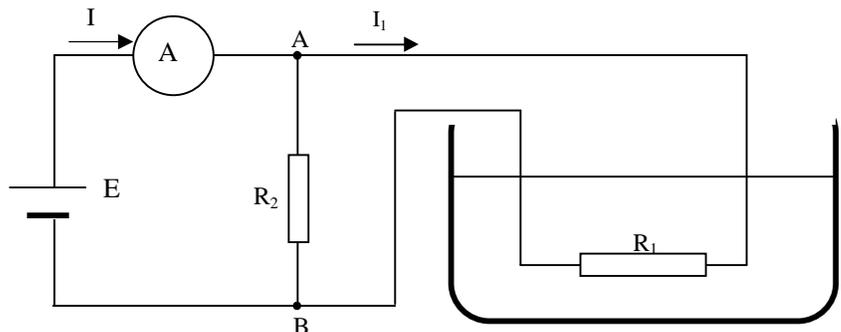
gde je R_0 otpor provodnika na 0°C a α temperaturni koeficijent otpora koji zavisi od vrste materijala provodnika.

99*. Dva provodnika, čiji su termički koeficijenti otpora α_1 i α_2 imaju na 0°C otpore R_{01} i R_{02} . Koliki je termički koeficijent ekvivalentnog otpora kada su otpori vezani redno.

(Rez: $\alpha_{ek} = (\alpha_1 R_{01} + \alpha_2 R_{02}) / (R_{01} + R_{02})$)

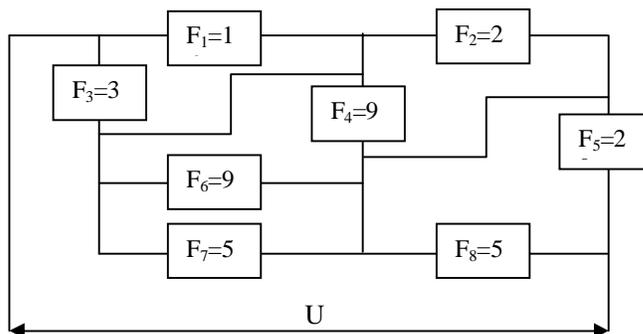
100. Dato je strujno kolo prikazano na slici. Za koliko se promeni temperatura vode, mase 1 kg, u sudu, ako ampermetar pokazuje struju 10 A? Vreme proticanja struje je 5 minuta, vrednosti otpora $R_2 = 50 \Omega$, a otpor grejača $R_1 = 100 \Omega$. Unutrašnji otpori izvora i ampermetra se zanemaruju. ($c_v = 4200 \text{ J/kgK}$).

(Rez: 78°C)

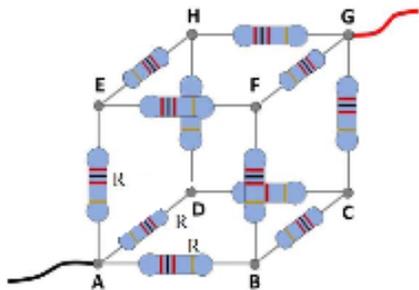


101. Elementi na slici** su osigurači čiji je otpor po 1Ω . Osigurači pregorevaju kada struja dostigne označenu vrednost u amperima. Naći redosled pregorevanja osigurača pri povećanju napona.

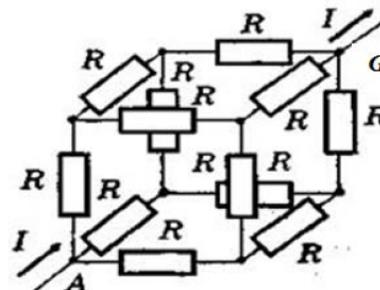
(Reš: $F_3 F_2 F_5 F_7 F_1$)



102. Na stranicama kocke** postavljeno je 12 jednakih otpora R . Izračunati ekvivalentni otpor između tačaka A i G, vidi sliku. (Rez: $5/6 R$)

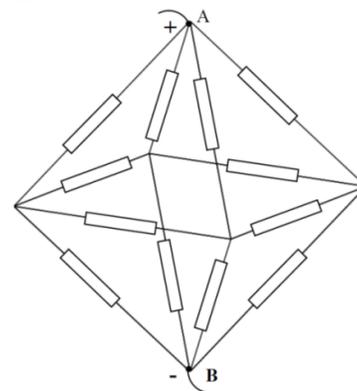


Ili klasičan prikaz →



103. Dvanaest jednakih otpora R** povezana su kao na slici – leže na stranicama oktaedra. Odredi ekvivalentni otpor ove šeme ako je priključena na izvor u tačkama A i B.

(Rez: $R/2$)

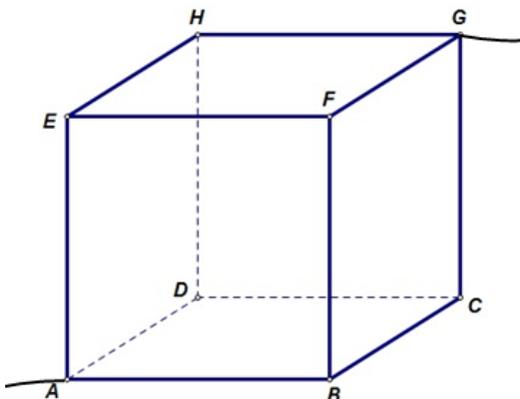


104. Koristeći simetriju** šeme rešiti sledeći zadatak.

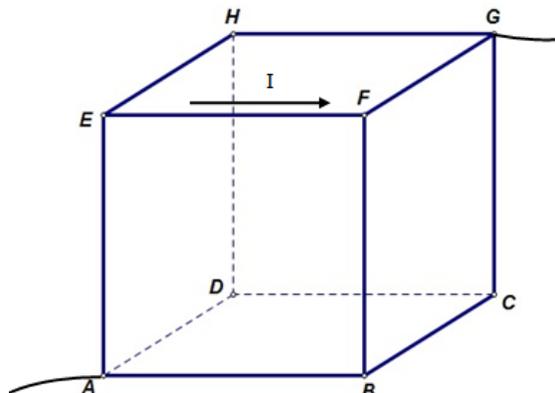
U čvor A utiče struja $I = 1,2 \text{ A}$. Svaka stranica kocke ima otpor $R = 6 \Omega$. Naći struju u svakoj stranici kocke. Naći napon između tačaka A i G. Naći ukupan otpor kocke. (Rez: $0,4 \text{ A}, 0,2 \text{ A}, 0,4 \text{ A}, 6\text{V}, 5 \Omega$)

105. Koristeći prethodni zadatak**, ako je data struja u stranici EF, naći struju koja utiče u teme A, napon između tačaka A i G, i ukupan otpor konture. Otpor svake stranice je R .

(Rez: $6I, 5IR, 5/6 R$)



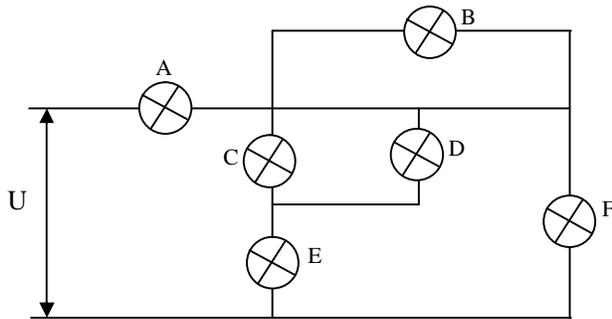
Uz zadatak 104



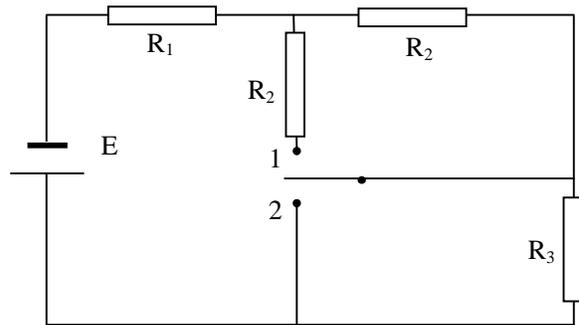
Uz zadatak 105

106.** Odrediti jačine struja koje prolaze kroz svaku sijalicu, te snagu i redosled jačine svetljenja sijalica na slici. Jačina svetljenja sijalice je upravo srazmerna snazi sijalice. Otpor svake sijalice je isti.

(Rez: A, F, E, C = D, B)



Uz zadatak 106

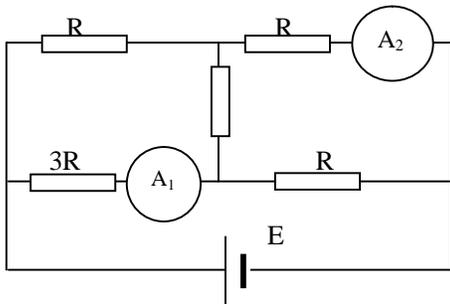


Uz zadatak 107

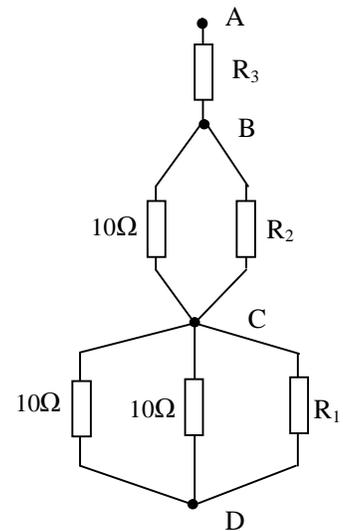
108.* U šemi na slici ampermetar A_1 pokazuje struju I_1 . Koju struju pokazuje ampermetar A_2 ? Ampermetri su idealni. (Rez: $2I_1$)

109.** U kolu na slici dva otpornika od tri nepoznata R_1, R_2, R_3 su jednaka.

Ostali otpornici su prikazani na slici. Naponi su $U_{AD} = 12\text{ V}$, $U_{AC} = 10\text{ V}$, $U_{BD} = 6\text{ V}$. Odredi nepoznate otpore. (Rez: $2,5\ \Omega$, $5\ \Omega$, ili $10\ \Omega$, $20\ \Omega$)



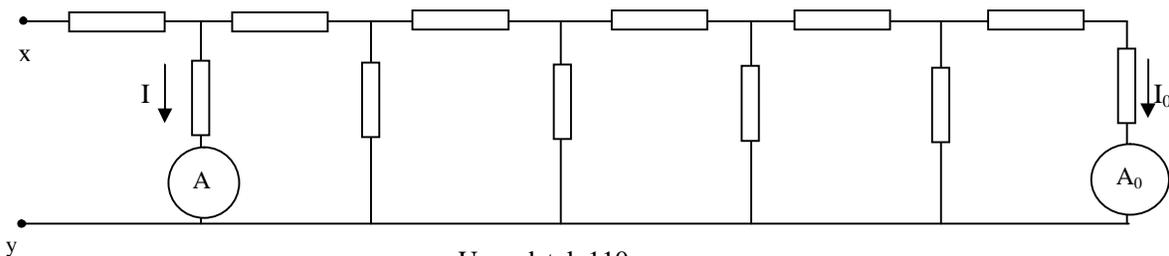
Uz zadatak 108



Uz zadatak 109

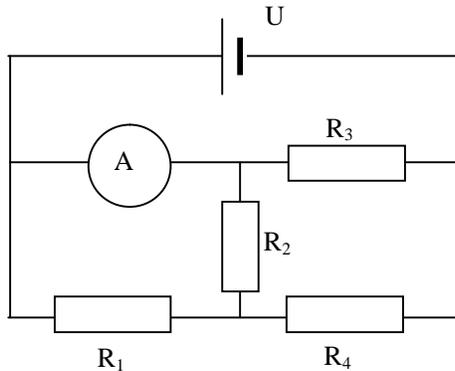
110.** U šemi na slici svi otpori su jednaki. Ako ampermetar A pokazuje struju $I = 8,9\text{ A}$ šta pokazuje ampermetar A_0 . Ako je vrednost svakog otpora $R = 1\ \Omega$. Naći napon U_{xy} kao i otpor R_{xy} .

(Rez: $0,1\text{ A}$, $23,3\text{ V}$; $1,62\ \Omega$)

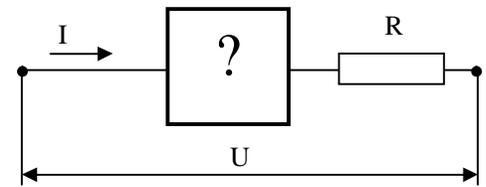


Uz zadatak 110

111.* U električnom kolu na slici napon izvora je 9 V, $R_1 = R_2 = 100 \Omega$. Idealni ampermetar pokazuje 0,185 A. Naći struje kroz otpornike R_2 i R_3 kao i otpor R_4 . (Rez: 0,058 A, 0,035 A, 0,15 A, 0,093 A, 59 Ω)



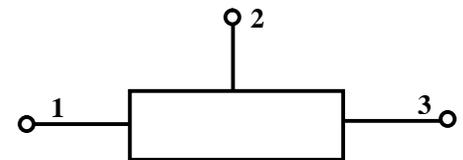
Uz zadatak 111



Uz zadatak 112

113.* Za pravljenje grejača ima se komad provodnika čiji je otpor 1000 Ω . Grejač je predviđen za napon 220 V. Maksimalna struja dozvoljena kroz provodnik iznosi 1 A. Kolika je maksimalna snaga grejača koji se može napraviti od datog provodnika pod datim uslovima? (Rez: 880W)

114.** Data je „crna kutija“ sa tri izvoda. Zna se da se unutar kutije neka kombinacija otpornika. Ako se na izvode 1 i 3 priključi izvor napona $U_{13} = 15$ V tada su naponi na izvodima 1 i 2 $U_{12} = 6$ V, a na 2 i 3 $U_{23} = 9$ V. Ako se isti izvor priključi na izvode 2 i 3, tada je $U_{21} = 10$ V, $U_{13} = 5$ V. Naći veličine svih otpora ako je vrednost najmanjeg otpora 1 Ω . Ako se isti napon dovede na priključke 1 i 2, koliki su naponi na ostala dva priključka? Nacrtati moguće šeme otpornika u crnoj kutiji uz uslov da se upotrebi najmanji broj otpornika.



Crna kutija

(Rez: a) $R_1 = 2 \Omega$, $R_2 = 3 \Omega$, $R_3 = 1 \Omega$; 11,25 V; 3,75 V b) $R_1 = 1 \Omega$; $R_2 = 3 \Omega$; $R_3 = 3/2 \Omega$; 11,75 V; 3,75V)

115.* Od jednakih masa bakra napravljena su dva cilindrična provodnika od kojih je jedan dužine L, a drugi 2L. zatim su krajevi provodnika dužine L spojeni na izvor napona U. On se počeo zagrevati i nakon izvesnog vremena njegova temperatura se ustalila i iznosila t_1 . Naći temperaturu koju će dostići provodnik dužine 2L, ako se priključi na dati izvor. Temperatura okoline iznosi t_0 i ona je nepromenljiva, a količina toplote koju provodnik odaje u jedinici vremena sa jedinice površine je srazmerna razlici njegove temperature i temperature okoline. Zanimariti odavanje toplote sa osnova cilindra.

(Rez: $t_2 = \frac{(t_1 - t_0)\sqrt{2}}{8} + t_0$)

116.* Elektromotorna sila izvora je 2 V, unutrašnji otpor je 1 Ω . Odredi struju u kolu ako se u spoljašnjem kolu oslobađa snaga 0,75 W. (Rez: 0,5 A, 1,5 A)

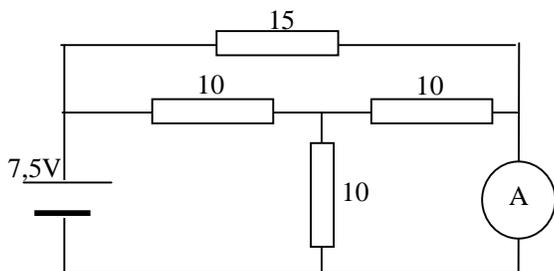
117.* Izvor struje je prvo priključen na otpornik 3 Ω , pri čemu se na njemu razvija snaga 4 W, zatim na otpornik 5 Ω , pri čemu se na njemu razvija snaga 5 W. Naći elektromotornu silu i unutrašnji otpor izvora. (Rez: 14,9 V, 9,9 Ω)

118.* Ringla električnog šporeta ima tri grejne spirale, otpornosti 120 Ω svaka. Koliko mogućih položaja prekidača te ringle ima, a da svakom položaju odgovara različita snaga, i kolika je ta snaga. Napon mreže iznosi 120 V.

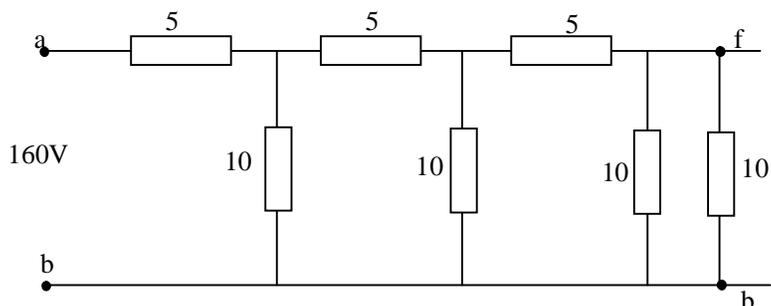
(Rez: ima 6 položaja)

119. Koliku struju treba propustiti kroz gvozdenu žicu dužine 1 m, mase 1 gram, da bi se za jednu sekundu žica zagrejala do temperature topljenja $1600\text{ }^{\circ}\text{C}$. Predavanje toplote drugim telima ne uračunavati. Specifični otpor gvožđa je $1,2 \cdot 10^{-7}\ \Omega\text{m}$, gustina $7900\ \text{kg/m}^3$, specifični toplotni kapacitet $500\ \text{J/kgK}$. Početna temperatura je $0\text{ }^{\circ}\text{C}$. **(Rez: 29 A)**

120.* Kolika struja teče kroz ampermetar sa zanemarljivo malim otporom u šemi prikazanoj na slici. Vrednosti otpora su izražene u omima. **(Rez: $\frac{3}{4}\ \text{A}$)**

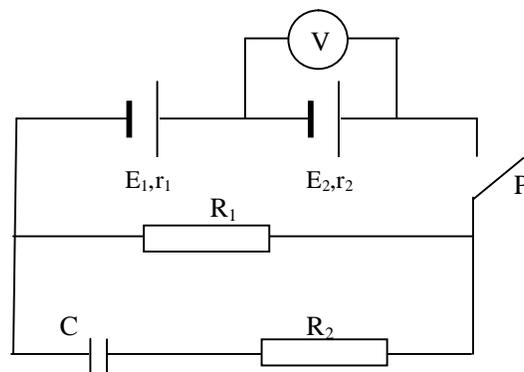


Uz zadatak 120

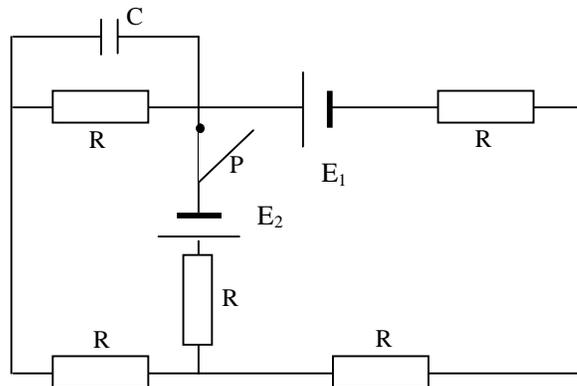


Uz zadatak 121

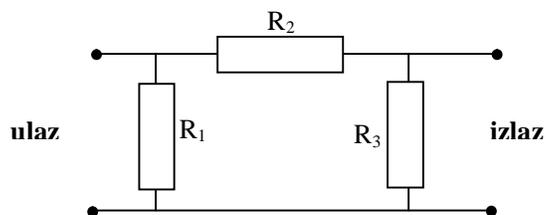
122. Dve baterije** sa jednakim EMS ($E_1 = E_2 = E$), ali različitim unutrašnjim otporima ($r_1 = 0,1\ \Omega$, $r_2 = 1,1\ \Omega$) uključena su u kolo kao na slici. Otpori imaju vrednosti $R_1 = 2,8\ \Omega$, $R_2 = 1,12\ \Omega$. Pri otvorenom prekidaču idealni voltmetar, povezan na izvor 1, pokazuje napon $U_0 = 8\ \text{V}$. Potom se voltmetar poveže na izvor 2 i zatvori prekidač P. Naći napon koji pokazuje voltmetar odmah posle zatvaranja prekidača, kao kada se u kolu uspostavi stalna struja. **(Rez: - 0,8 V; 3,6 V)**



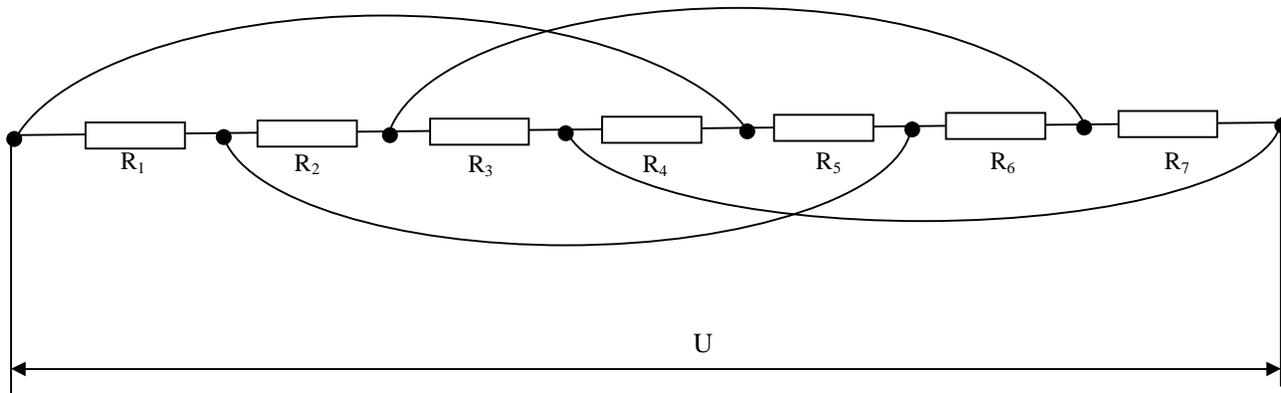
123. U kolu na slici vrednosti** elektromotornih sila iznose $E_1 = 6\ \text{V}$, $E_2 = 10\ \text{V}$, dok je kapacitet kondenzatora $10\ \mu\text{F}$. U početnom trenutku prekidač P je otvoren pri čemu je uspostavljeno stacionarno stanje. Zatim se prekidač zatvori i ponovo uspostavi stacionarno stanje. Naći ukupnu količinu naelektrisanja koje protokne kroz kondenzator pri prelasku iz jednog u drugo stacionarno stanje. **(Rez: $32,5\ \mu\text{C}$)**



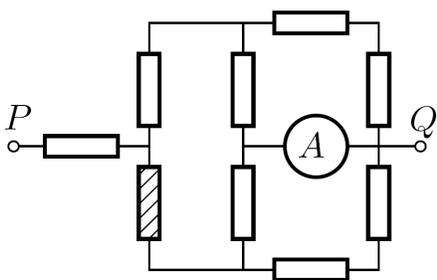
124.* Ako na ulaz električnog kola na slici dovedemo napon $100\ \text{V}$, na izlazu je napon $40\ \text{V}$. Pri tome kroz otpor R_2 teče struja $1\ \text{A}$. Ako na izlaz dovedemo napon $60\ \text{V}$, onda je napon na ulazu $15\ \text{V}$. Odrediti otpore u kolu. **(Rez: $20\ \Omega$, $60\ \Omega$, $40\ \Omega$)**



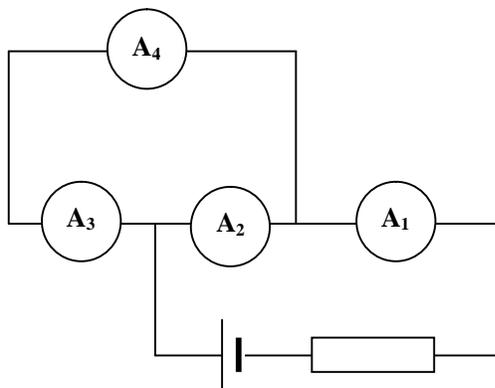
125. Električno kolo se sastoji od sedam otpornika vezanih kao na slici. Vrednosti otpora su $R_1 = 1 \Omega$, $R_2 = 2 \Omega$, $R_3 = 3 \Omega$, $R_4 = 4 \Omega$, $R_5 = 5 \Omega$, $R_6 = 6 \Omega$, $R_7 = 7 \Omega$. Napon iznosi $U = 53,2 \text{ V}$. Naći struje u pojedinim otpornicima.
(Rez: 10A; 9A; 8,4A; 13,3A; 2A; 3A; 3,6A)**



126. U kolu na slici, ampermetar A pokazuje jačinu struje od $I_A = 32 \text{ mA}$. Svi otpornici u kolu su jednaki. Izračunati jačinu struje I_X kroz ampermetar ukoliko pregori osenčeni otpornik. Napon između tačaka P i Q je konstantan. Unutrašnji otpor ampermetra je zanemarljiv. (Rez: 22 mA)**

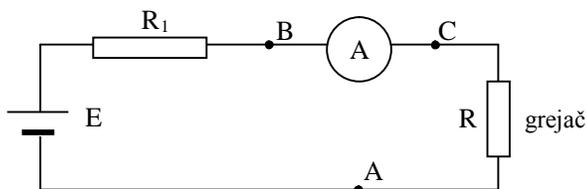


Uz zadatak 126



Уз задатак 127

128.* U kolu na slici ampermetar pokazuje struju 0,1 A. Otpor grejača je 50Ω . Između tačaka A i B uključi se nepoznati otpor. Ampermetar pokazuje 0,05 A. zatim se taj otpor isključi pa uključi između tačaka A i C. pritom ampermetar pokazuje 0,3 A. Nađite koeficijent korisnog dejstva u sva tri slučaja. Ampermetar i izvor su idealni. (Rez: 80%, 6,7%)

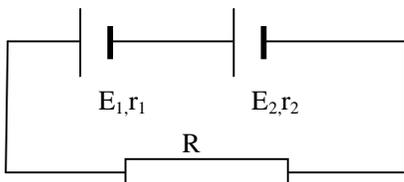


Uz zadatak 128

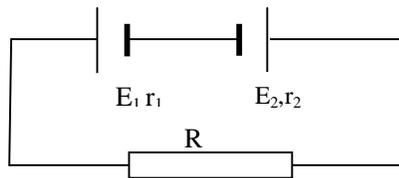
129. Dva izvora EMS E_1 i E_2 , unutrašnjih otpora r_1 i r_2 , vezana su kao na slici. Naći parametre ekvivalentnog izvora (E, r) koje može zameniti ova dva izvora, a da struja u spoljašnjem delu kola ostane ista.

(Rez: a) $E = E_1 + E_2$; $r = r_1 + r_2$ b) $E = |E_1 - E_2|$; $r = r_1 + r_2$ c) $r = \frac{r_1 r_2}{r_1 + r_2}$; $E = \frac{E_1 r_2 + E_2 r_1}{r_1 + r_2}$)

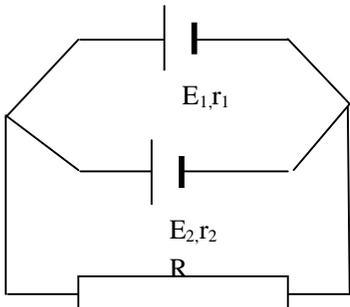
a)



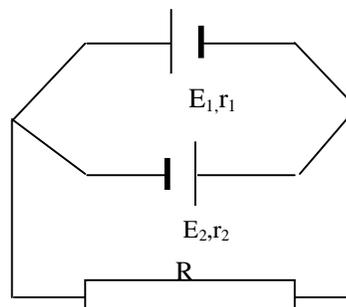
b)



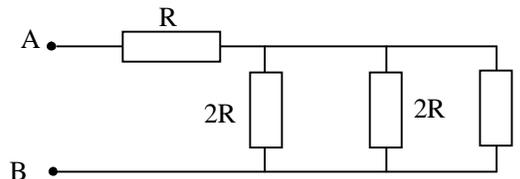
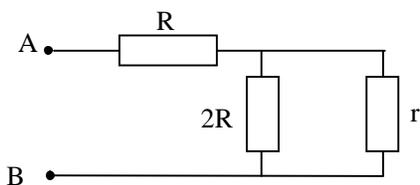
c)**



d)



130.* Data su dva kola na slici. Pri kojoj vrednosti otpora r su otpori oba kola jednaki. Koliko iznose?
(Rez: $2R, 2R$)

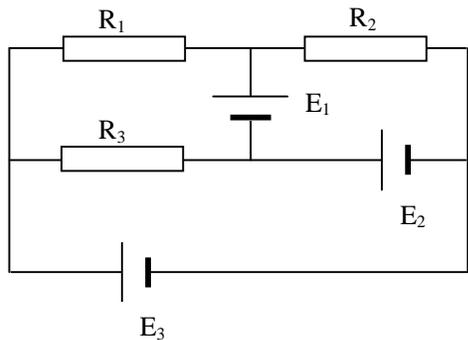


131.* Otpor svakog otpornika u kolu je jednak R . Elektromotorne sile iznose $E_1 = E, E_2 = 2E, E_3 = 4E$. naći jačinu struje kroz svaki otpornik i kroz svaki izvor. Unutrašnji otpori izvora su zanemarljivi.

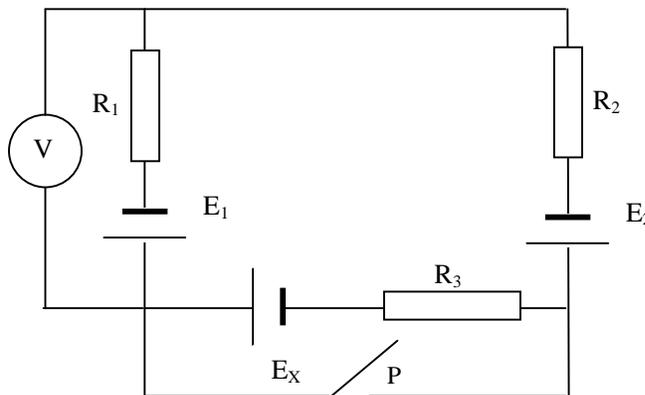
(Rez: $E/R; 3E/R; 2E/R; 2E/R; 3E/R$)

132.** U kolu sa slike naći E_x ako se pri uključivanju prekidača pokazivanje voltmetra ne menja. Voltmetar ima veliki unutrašnji otpor. Unutrašnji otpori izvora su zanemarljivi.

(Rez: $E_x = (E_2 - E_1)R_3/(R_1 + R_2)$)



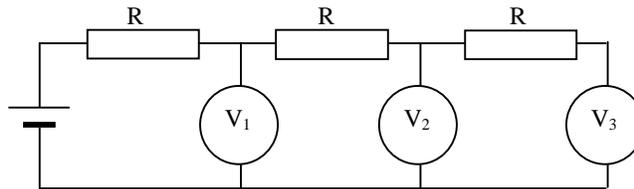
Uz zadatak 131



Uz zadatak 132

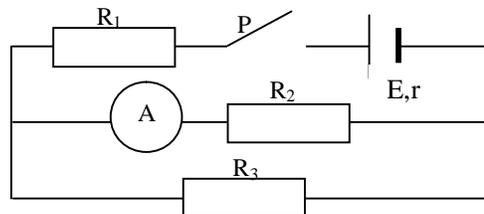
133. Kolo je sastavljeno od jednakih otpornika i jednakih voltmetara. Pokazivanja prvog i trećeg voltmetra iznose 10 V i 8 V. koliko je pokazivanje drugog voltmetra?**

(Rez: 8,65 V)



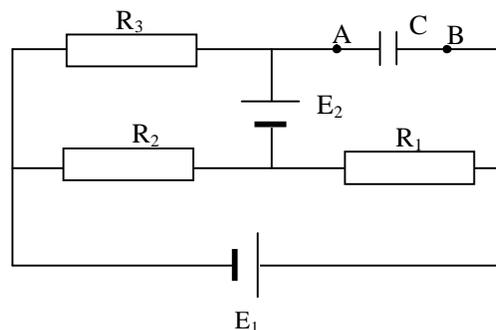
134.* Otpornosti u strujnom kolu prikazanom na slici iznose $R_1 = 1,8 \Omega$, $R_2 = 2 \Omega$, $R_3 = 3 \Omega$. Elektromotorna sila izvora je 2,8 V, a ampermetar pokazuje struju 0,48 A. Odredi unutrašnji otpor izvora kao i snagu koja se troši na zakrevanje izvora posle zatvaranja prekidača. Ampermetar je idealan.

(Rez: 0,5 Ω ; 0,32 W)



135. Odredi razliku potencijala između tačaka A i B ako su vrednosti otpora $R_1 = 50 \Omega$, $R_2 = 70 \Omega$, $R_3 = 130 \Omega$, $E_1 = 6 \text{ V}$, $E_2 = 2 \text{ V}$. Unutrašnji otpori izvora su zanemarljivi.**

(Rez: 0,5 V)

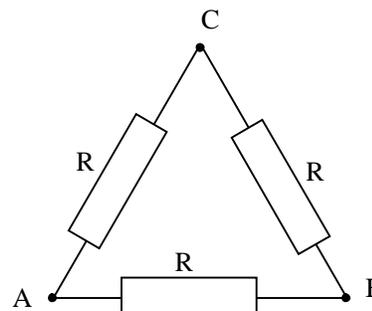
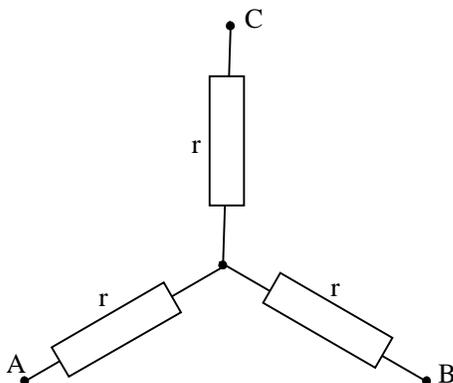


136.* Dva izvora struje E_1 , r_1 , E_2 , r_2 , vezana su redno sa otpornikom 50Ω , pri čemu je struja u kolu 2 A. ako se obrne polaritet prvog izvora struja u kolu iznosi 0,5 A. Kada je u kolu samo prvi izvor i otpor struja je u kolu je 1,5 A, a ako kolo čine samo drugi izvor i otpornik struja je 1 A. Naći elektromotorne sile i unutrašnje otpore izvora.

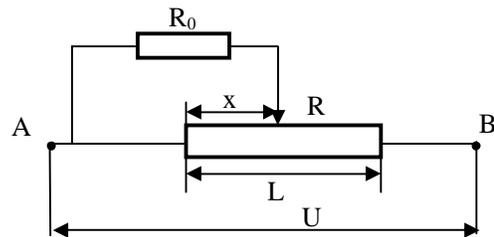
(Rez: 10,71 V, 6,43 v, 2,14 Ω , 1,43 Ω)

137. a) Sistem od tri jednaka otpornika otpora R, vezana u trougao, ekvivalentan je sistemu od tri jednaka otpora r, vezana u zvezdu, pri uključivanju u strujno kolo preko tačaka označenim istim slovima. Koji je brojni odnos između otpora R i r? (Rez: $R = 3r$)

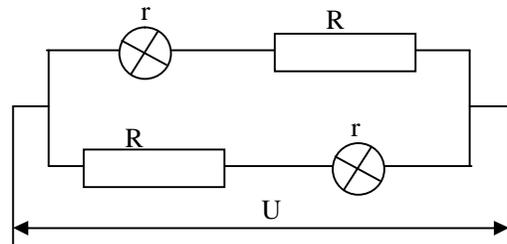
b) Rešiti opšti slučaj, kada otpori imaju proizvoljne vrednosti.**



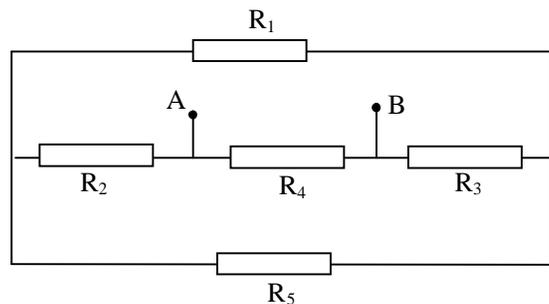
138.* Otpornik otpora R_0 priključen je na otpornik sa klizačem otpora R i dužine L , kao na slici. Naći napon na otporniku R_0 . Klizač se nalazi na rastojanju x od levog kraja. (otpor otpornika sa klizačem srazmeran je rastojanju klizača od početka tj. od levog kraja). Naći ukupan otpor kola. Napon između tačaka A i B iznosi U .



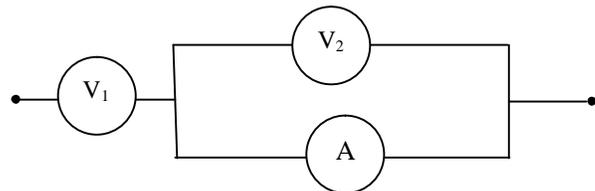
139.* Šema električnog kola sastavljena od dve jednake lampe i dva jednaka otpornika otpora 3Ω . Napon na krajevima kola održava se stalnim. Ako se u ovom kolu jedna od lampi zameni otpornikom R , onda se snaga u ovom kolu poveća $k = 2$ puta. Naći otpor r lampe. (Rez: 15Ω)



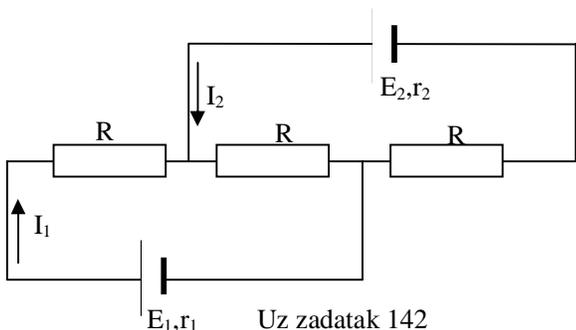
140.* U električnom kolu na slici između tačaka A i B održava se stalan napon $U = 10 \text{ V}$. Otpori otpornika su $R_1 = R_5 = 20 \Omega$, $R_2 = R_4 = 10 \Omega$, $R_3 = 5 \Omega$. Odredi snagu koja se oslobodi na otporniku R_1 . (Rez: $0,8 \text{ W}$)



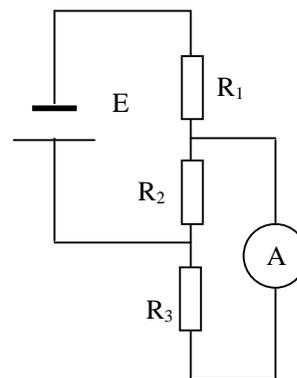
141. Električno kolo na slici priključeno je na izvor struje. Pokazivanje voltmetra V_1 je 1 V , a pokazivanje V_2 je $0,1 \text{ V}$. Ampermetar pokazuje struju 1 mA . Naći otpore instrumenata. Voltmetri su jednaki. (Rez: 100Ω ; 900Ω)



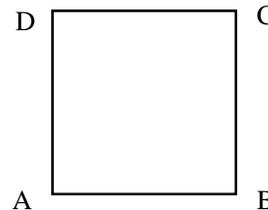
142.* U kolu na slici uključena su dva izvora struje E_1, r_1, E_2, r_2 , i tri jednaka otpora R . Izračunati veličinu otpora ako su struje I_1 i I_2 jednake. (Rez: $R = \frac{E_2 r_1 - E_1 r_2}{3(E_1 - E_2)}$)



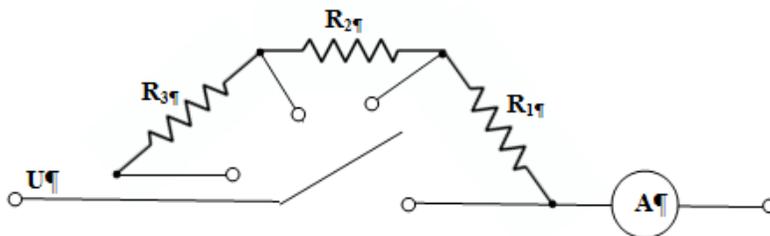
143. Koliku struju pokazuje ampermetar u kolu na slici. Koliku struju će pokazivati ampermetar ako izvor i ampermetar zamene mesta. Otpor ampermetra i unutrašnji otpor izvora su zanemarljivi. Ostali podaci: $R_1 = 20 \Omega$, $R_2 = 40 \Omega$, $R_3 = 60 \Omega$, $E = 10 \text{ V}$. (Rez: $1/11 \text{ A}$)



144. Dat je provodnik u obliku kvadrata, ukupnog otpora 4Ω . Izvor struje se prvo priključi između temena A i B, a zatim između temena A i C. Struja kroz izvor u prvom slučaju je za $n = 1,2$ puta veće nego u drugom slučaju. Odrediti unutrašnji otpor izvora. (Rez: $0,5 \Omega$)

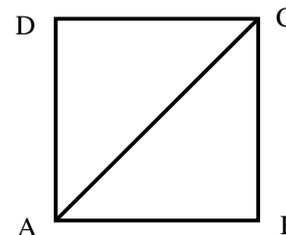


145. Na slici je dat otpornik sa preklopnikom. Takav uređaj služi za menjanje otpora u strujnom kolu. Izračunati veličine otpora R_1 , R_2 , R_3 , da bi se struja menjala za 1 A , pri okretanju preklopnika. Unutrašnji otpor ampermetra je 300Ω , a kolo je pod naponom 120 V .

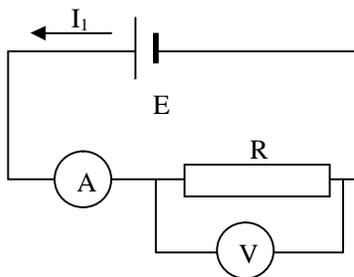


(Rez: 10Ω , 20Ω , 60Ω)

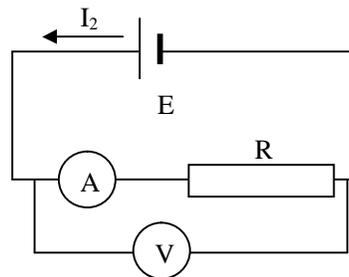
146. Od homogenog provodnika napravljen je kvadrat ABCD sa dijagonalom AC. Izvor struje sa zanemarljivim unutrašnjim otporom priključen je prvo u temenima A i C, a zatim u temenima B i D. Koliko puta se razikuju snage oslobođene u konturama u ova dva slučaja. (Rez: $1,71$)



147. U kolu na slici a) ampermetar pokazuje struju $1,06 \text{ A}$, a voltmetar napon $59,6 \text{ V}$. U kolu na slici b) ampermetar pokazuje $0,94 \text{ A}$, a voltmetar 60 V . Odredi otpor otpornika R . Ems izvora je stalna, a unutrašnji otpor je zanemarljiv. Voltmetar je idealan. (Rez: $63,5 \Omega$)

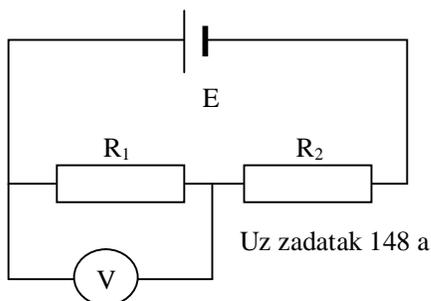


Uz zadatak 147 a)

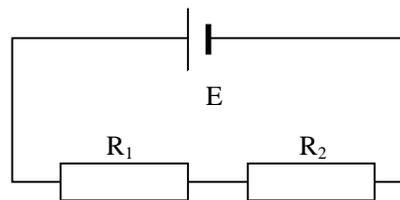


Uz zadatak 147 b)

148. ** Ako voltmetar, koji ima konačni unutrašnji otpor, priključimo paralelno otporniku R_1 on pokazuje napon 6 V , ako priključimo paralelno R_2 napon je 4 V . Koliki je napon na otpornicima ako se voltmetar ne priključuje. Ems izvora 12 V , a unutrašnji izvor zanemarljiv. (Rez: $7,2 \text{ V}$, $4,8 \text{ V}$)

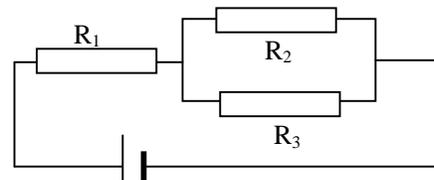


Uz zadatak 148 a



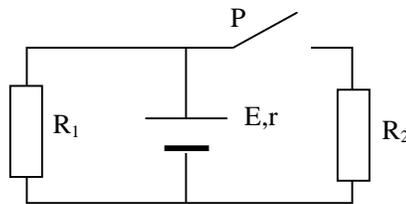
Uz zadatak 148 b

149. U šemi na slici vrednosti otpora su $R_1 = 1 \Omega$, $R_2 = 2 \Omega$, $R_3 = 3 \Omega$. Poznato je da se na otporu R_1 oslobodi snaga 25 W . Kolika se snaga oslobodi na otporu R_2 ? (Rez: 18 W)

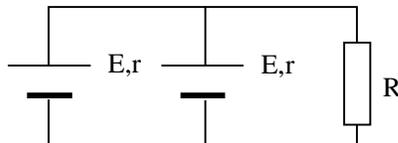


150. Izvor struje daje spoljašnjem kolu snagu 10 W, pri struji 4 A, Koliku snagu daje ovaj izvor spoljašnjem kolu pri struji 8 A? Unutrašnji otpor izvora je 0,1 Ω. (Rez: 16,8 W)

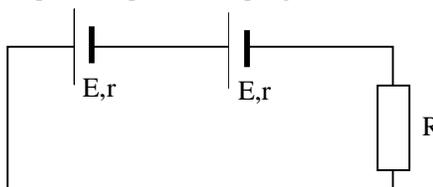
151. U šemi na slici otpornici imaju vrednosti otpora $R_1 = 1 \Omega$, $R_2 = 2 \Omega$. Odrediti unutrašnji otpor izvora, ako je poznato da, pri otvorenom prekidaču kroz R_1 teče struja 2,8 A, a pri zatvorenom prekidaču kroz R_2 teče struja 1 A. (Rez: 4 Ω)



152.* Dva jednaka izvora struje prvo su vezani paralelno, pa zatim redno sa otpornikom otpora R. Koliko puta se razlikuju stepeni korisnog dejstva? (Znači odnos snage oslobođene na otporniku prema ukupnoj snazi u kolu.) $R = 1 \Omega$, $r = 1 \Omega$. (Rez: 2)



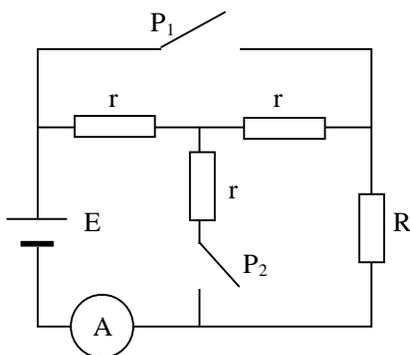
Uz zadatak 152 - 1



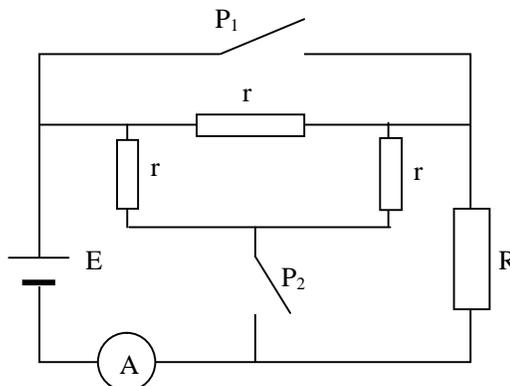
Uz zadatak 152 - 2

153.* Za šeme prikazane na slikama treba da se izaberu takvi otpori R da, pri zatvorenom prekidaču P_1 i otvorenom prekidaču P_2 , ampermetar pokazuje istu struju kao i pri otvorenom prekidaču P_1 i zatvorenom prekidaču P_2 . Otpori izvora struje i ampermetra su zanemarljivi.

(Rez: $R = r\sqrt{3}$; $R = \frac{r}{\sqrt{3}}$)



Uz zadatak 153 a



Uz zadatak 153 b

RAZNI ZADACI – REŠENJA

87. Rešenje:

$$R = 4 \Omega, U_1 = 6, U_2 = 8 \text{ V}, E = ? r = ?$$

Možemo odmah izračunati struje u oba slučaja. Otpor paralelne veze je

$$R_e = \frac{RR}{R+R} = \frac{R}{2} = 2\Omega$$

Struje u oba slučaja su:

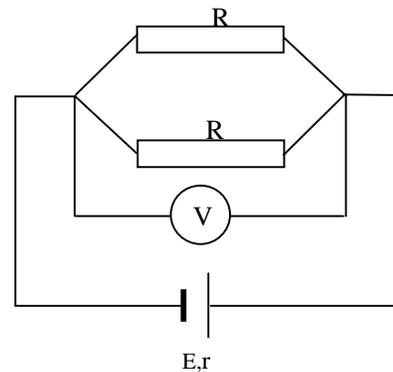
$$I_1 = \frac{U_1}{\frac{R}{2}} = \frac{6}{2} \left(\frac{\text{V}}{\Omega} \right) = 3 \text{ A}, I_2 = \frac{U_2}{R} = \frac{8}{4} \left(\frac{\text{V}}{\Omega} \right) = 2 \text{ A}$$

Omov zakon za celo kolo možemo napisati ovom obliku:

$$I = \frac{E}{r+R} \Rightarrow E = I(r+R) = Ir + IR \Rightarrow \mathbf{E = Ir + U}$$

Ako ovu formulu primenimo na ova dva slučaja:

$$\left. \begin{aligned} E = I_1 r + U_1 \\ E = I_2 r + U_2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow I_1 r + U_1 = I_2 r + U_2 \Rightarrow r = \frac{U_2 - U_1}{I_1 - I_2} \Rightarrow \mathbf{r = 2\Omega}$$



$$E = I_1 r + U_1 \Rightarrow \mathbf{E = 12 \text{ V}}$$

88. Rešenje:

$$I_1 = 2 \text{ A}, P_1 = 48 \text{ W}, I_2 = 5 \text{ A}, P_2 = 30 \text{ W}, U = ?, R_0 = ?$$

Prvo ćemo izračunati koji deo otpora R je uključen u prvom i drugom slučaju:

$$P = I^2 R \Rightarrow R_1 = \frac{P_1}{I_1^2} = 12\Omega; R_2 = \frac{P_2}{I_2^2} = 1,2\Omega$$

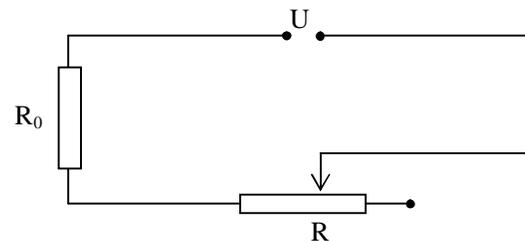
Sad Omov zakon u ova dva slučaja glasi:

$$\left. \begin{aligned} U = I_1(R_0 + R_1) \\ U = I_2(R_0 + R_2) \end{aligned} \right\} \Rightarrow U = U \Rightarrow I_1(R_0 + R_1) = I_2(R_0 + R_2) \Rightarrow \mathbf{R_0 = 6\Omega}$$

Napon dobijamo iz jedne od dve prethodne relacije: $U = I_1(R_0 + R_1) \Rightarrow U = 2\text{A}(6+12)\Omega \Rightarrow \mathbf{U = 36 \text{ V}}$

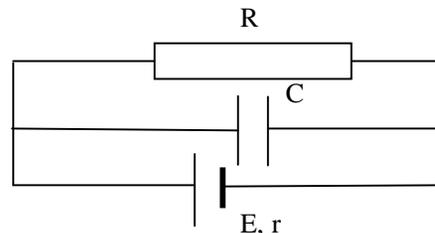
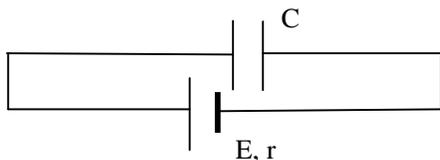
Struja pri $R = 0$:

$$I_0 = \frac{U}{R_0} = \mathbf{6 \text{ A}}$$



89. Rešenje:

$$R = 15 \Omega, q_1 = nq_2, n = 1,2; r = ?$$



U prvom slučaju napon na kondenzatoru jednak je elektromotornoj sili, jer struja ne teče kroz kolo, pa je $q_1 = E \cdot C$.

U drugom slučaju napon na kondenzatoru jednak je naponu na otporu R. Struja u kolu iznosi:

$$I = \frac{E}{r+R} \Rightarrow U_R = IR \Rightarrow U_C = U_R = \frac{E}{r+R} R \quad q_2 = U_C C \Rightarrow q_2 = \frac{E}{r+R} RC$$

Zamenom u relaciju $q_1 = nq_2$ skraćivanjem E i C unakrsnim množenjem dobijamo otpor posle kraćih izračunavanja (**PKI**)

$$EC = n \frac{E}{r+R} RC \Rightarrow C(r+R) = nRC \Rightarrow r+R = nR \Rightarrow r = (n-1)R \Rightarrow \mathbf{r = 3\Omega}$$

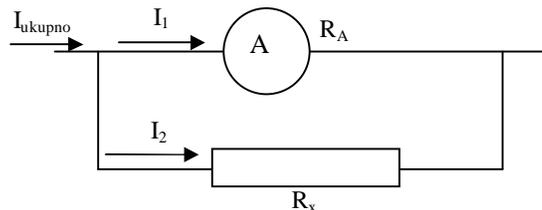
90. Rešenje: $I_1 = 10 \text{ mA}$, $I_{\text{uk}} = 50 \text{ mA}$, $R_A = 6 \Omega$, b) $U = 10 \text{ V}$.

a) Otpornik treba vezati paralelno da bi višak struje otekao (takav otpornik zove se otoka!) kroz njega.

Očigledno je $I_2 = 40 \text{ mA}$.

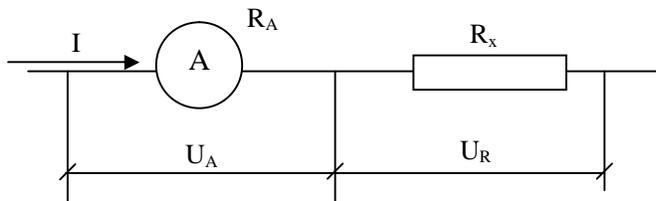
Napon pri paralelnoj vezi je isti.

$$I_1 R_A = I_2 R_x$$



$$R_x = \frac{I_1 R_A}{I_2} = \frac{10 * 6}{40} \left(\frac{\text{mA} \Omega}{\text{mA}} \right) = \mathbf{1,5 \Omega}$$

b) Maksimalna struja kroz instrument i dalje je $I = 10 \text{ mA}$. Napon na instrumentu je $U_A = R_A I = 6 * 0,01 (\Omega A) = 0,06 \text{ V}$. zato treba da vežemo paralelno dodatni otpor da bi na sebe primio deo napona do 10 V . To iznosi $U_x = 9,94 \text{ V}$.



$$R_x = \frac{U_x}{I} = \frac{9,94 \text{ V}}{0,01 \text{ A}} = 994 \Omega$$

Malo preciznije:

$$U = I(R_A + R_x) \Rightarrow R_x = \frac{U}{I} - R_A = \mathbf{994 \Omega}$$

91. *Rešenje

Opseg merenja je najveća vrednost napona koju voltmetar može da pokaže. Povećanje opsega se postiže rednim vezivanjem otpornika. Pogledati slike:

Struja je u svim slučajevima ista, jer je u pitanju maksimalni napon. Svuda je $I = U/R_V$

Sa slika čitamo relacije:

$$9U = IR_1 \text{ (ukupan napon je } 10U, \text{ što se traži u zadatku)}$$

$$4U = IR_2 \text{ (ukupan mereni napon je } 5U)$$

$$xU = IR_{ek} \text{ (ukupan mereni napon je } U + xU)$$

$$\text{gde je } R_{ek} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

iz prve dve relacije, deljenjem, dobijamo vezu:

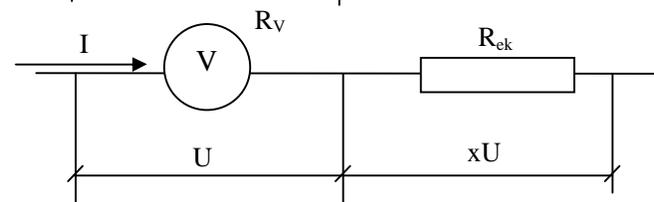
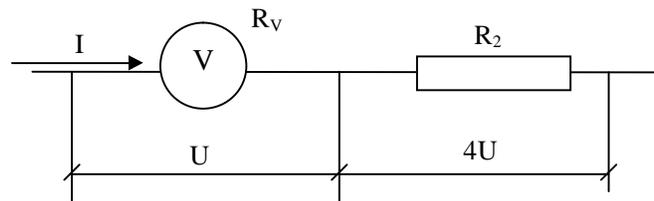
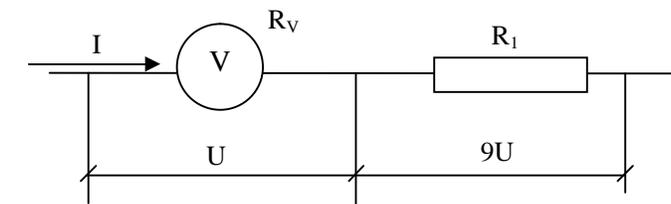
$$R_1 = \frac{9}{4} R_2, \quad R_{ek} = \frac{xU}{I}$$

ovu drugu relaciju koristimo da u računu ostane samo jedan otpor, napr. R_2 :

$$I = \frac{4U}{R_2} \Rightarrow R_{ek} = \frac{xU}{\frac{4U}{R_2}} \Rightarrow R_{ek} = \frac{xR_2}{4} \text{ zamenom u}$$

$$\text{ekvivalentni otpor dobijamo } \frac{xR_2}{4} = \frac{\frac{9}{4} R_2 R_2}{\frac{9}{4} R_2 + R_2} \Rightarrow \frac{xR_2}{4} = \frac{\frac{9}{4} R_2}{\frac{13}{4}} \Rightarrow x = \frac{36}{13} = \mathbf{2,8}$$

znači ukupan napon je $U + xU = 3,8 U$
napon u trećem slučaju je povećan **3,8 puta. (PKI)**



Zanimljivo je uraditi ovaj zadatak da je redno sa voltmetrom povezana **redna veza pomenutih otpora**.

Sada je $R_{ek} = R_1 + R_2$ zamenom već poznatih relacija dobijamo:

$$\frac{xR_2}{4} = \frac{9}{4} R_2 + R_2 \Rightarrow x = \mathbf{13}$$

Sada je ukupan napon $14U$. Opseg se povećao **14 puta**.

92.* Rešenje:

Opseg instrumenta je najveća vrednost veličine koju instrument pokazuje. Proširenje opsega ampermetra se postiže paralelnim vezivanjem otpornika, kroz koji otiče (otuda otoka) deo struje.

Kod paralelne veze napon je isti za paralelno vezane delove kola. Sa slika čitamo:

Struja kroz ampermetar je ista u svim slučajevima jer je u pitanju opseg, tj maksimalna struja.

$IR_A = 9IR_1$ (ukupna merena struja je $10I$, što se traži u zadatku)

$IR_A = 4IR_2$ (ukupna merena struja je $5I$)

$IR_A = xIR_{ek}$ (ukupna struja je $I + xI$)

a) Redna veza:

$$R_{ek} = R_1 + R_2$$

Izjednačavanjem prve dve relacije dobijamo:

$$R_1 = \frac{4}{9}R_2$$

Uzjednačavanjem druge i treće relacije:

$$xIR_{ek} = 4IR_2 \Rightarrow xR_{ek} = 4R_2 \quad x(R_1 + R_2) = 4R_2 \quad \text{zamenom } R_1$$

$$x\left(\frac{4}{9}R_2 + R_2\right) = R_2 \Rightarrow x = \frac{36}{13} \approx 2,8 \quad \text{(PKI)}$$

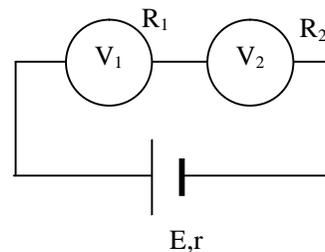
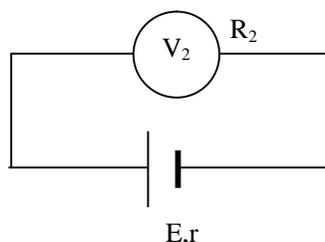
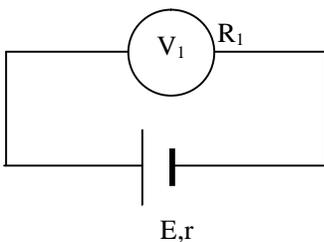
$I_{ukupno} = I + xI = 3,8 I$ struja se poveća **3,8 puta**.

b) paralelna veza

$$R_{ek} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}, \quad R_{ek} = \frac{4R_2}{x} \Rightarrow \frac{4R_2}{x} = \frac{\frac{4}{9}R_2 R_2}{\frac{13}{9}R_2} \Rightarrow x = 13$$

93.Rešenje:**

podaci: $U_1 = 10 \text{ V}$, $U_2 = 15 \text{ V}$, $U_1' = 4 \text{ V}$, $U_2' = 12 \text{ V}$, $E = ?$



Omov zakon daje u sva tri slučaja:

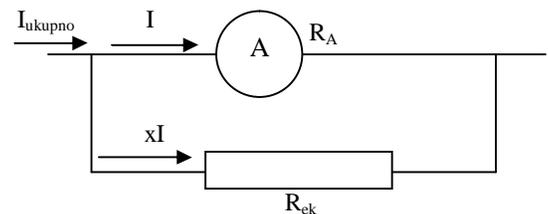
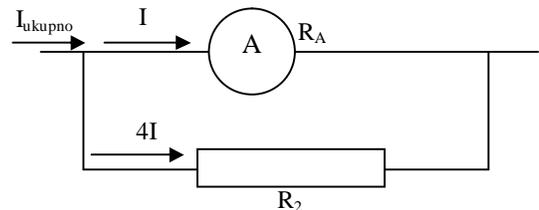
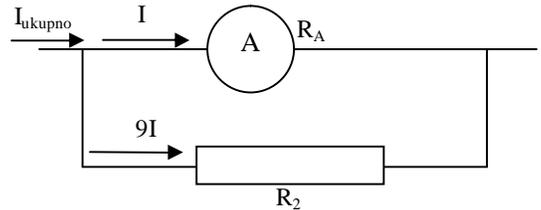
$$I_1 = \frac{E}{r + R_1}, \quad I_2 = \frac{E}{r + R_2}, \quad I_3 = \frac{E}{r + R_1 + R_2}$$

Ovo je fizički deo. Sad sledi lakši deo posla. Da nađemo jednu nepoznatu E od sedam nepoznatih iz tri jednačine.

Opet ćemo se obratiti fizici. Moramo povećati broj jednačina. Iskoristićemo da je u trećem slučaju struja ista kroz oba voltmetra:

$$U_1' = R_1 I_3 \quad U_2' = R_2 I_3 \quad \text{odavde je } 4 = R_1 I_3 \quad 12 = R_2 I_3. \text{ Sledi } \mathbf{R_2 = 3 R_1}.$$

Iz prva dva podatka (za U_1, U_2) naći ćemo odnos između struja:



Ukupna struja je:

$I_{uk} = 14I$, opseg se povećava **14 puta**.

$$U_1 = R_1 I_1 \quad U_2 = R_2 I_2. \text{ Zamenom vrednosti dobijamo } 10 = R_1 I_1 \quad 15 = 3 R_1 I_2. \text{ Odavde je } \mathbf{I_1 = 2 I_2}$$

Prva dva Oмова zakona napisaćemo u obliku gde se javljaju naponi (jer su oni dati)

$$E = I_1 r + U_1 \quad E = I_2 r + U_2$$

$$E = E \Rightarrow I_1 r + U_1 = I_2 r + U_2 \Rightarrow 2 I_2 r + 10 = I_2 r + 15 \Rightarrow \mathbf{I_2 r = 5 V}$$

$$\text{Konačno je } E = I_2 r + U_2 \Rightarrow \mathbf{E = 20 V}$$

94*. Rešenje :

$$I_1 = 1,4 \text{ A}; t_1 = 55 \text{ }^\circ\text{C}; I_2 = 2,8 \text{ A}; t_2 = 160 \text{ }^\circ\text{C}; I_3 = 5,5 \text{ A}; t_x = ?$$

količina toplote oslobođena u grejaču je po Džulovom zakonu $Q = RI^2$ za jedinicu vremena a u zavisnosti od osobina grejača i temperature (sedmi razred): $Q = kS(t_2 - t_1)$ gde u konstantu k ulaze ostale karakteristike grejača – materijal naprimer.

Koristeći ove dve relacije možemo napisati sledeći niz jednačina :

$$RI_1^2 = kS(t_1 - t_{okoi})$$

$$RI_2^2 = kS(t_2 - t_{okoi})$$

$$RI_3^2 = kS(t_3 - t_{okoi})$$

Ako podelimo prve dve jednačine, levu i levu stranu, desnu i desnu, dobijamo:

$$\frac{I_1^2}{I_2^2} = \frac{t_1 - t_{ok}}{t_2 - t_{ok}} \Rightarrow \frac{1,4^2}{2,8^2} = \frac{t_1 - t_{ok}}{t_2 - t_{ok}} \Rightarrow \frac{1}{4} = \frac{t_1 - t_{ok}}{t_2 - t_{ok}} \quad \text{Unakrsnim množenjem dobijamo } \mathbf{t_{ok} = 20 \text{ }^\circ\text{C}}$$

Ako isti postupak sprovedemo za prvu (ili drugu) i treću jednačinu dobijamo: $\mathbf{t_x = 560 \text{ }^\circ\text{C}}$

95.* Rešenje:

$$l_1 = kl; \quad d_1 = nd.$$

Dat je napon pa ćemo uzeti formulu: (količina toplote oslobođena u grejaču je po Džulovom zakonu za jedinicu vremena)

$$Q = \frac{U^2}{R} \quad \text{Treba otpor izraziti preko karakteristika žice. Žica odaje toplotu preko omotača, poprečni presek je zanemarljiv prema omotaču. } S = d^2\pi/4; S_{omoi} = \pi dl$$

$$R = \rho \frac{l}{S} = \rho \frac{4l}{d^2\pi}; \Rightarrow Q = \frac{U^2}{R} = \frac{U^2 d^2\pi}{4\rho l} \quad \text{Okolini se predaje } Q_{ok} = \alpha S_{om}(t - t_{ok}); \text{ gde je } \alpha \text{ koeficijent srazmernosti}$$

Oslobođena količina toplote u žici jednaka je predatoj količini toplote okolini: $Q = Q_{ok}$

$$\frac{U^2}{R} = \alpha S_{om}(t - t_{ok}) \Rightarrow \frac{U^2 d^2\pi}{4\rho l} = \alpha \pi dl(t - t_{ok}) \Rightarrow U = \sqrt{\frac{4l^2 \alpha \rho (t - t_{ok})}{d}} \quad \text{Napon dobijamo posle kraćih izračunavanja (PKI)}$$

Sad istovetan postupak treba ponoviti za drugu žicu. Jednostavnije je u dobijeni rezultat za napon zameniti umesto l zameniti kl ; d zameniti nd . Za mlade fizičare to nije problem. Konačno se dobija:

$$\mathbf{U_1 = U \frac{k}{\sqrt{n}}} \quad \text{(PKI)}$$

96. Rešenje:

$$E = 220 \text{ V}, r = 0, t_1 = 20 \text{ }^\circ\text{C}, t_2 = 100 \text{ }^\circ\text{C}, \tau = 10 \text{ min} = 600 \text{ s}, c_v = 4200 \text{ J/kgK}, m = 0,5 \text{ kg}, R = ?, t_2' = ?, I_1, I_2 = ?$$

a) Količina toplote oslobođena u grejaču po Džulovom zakonu iznosi:

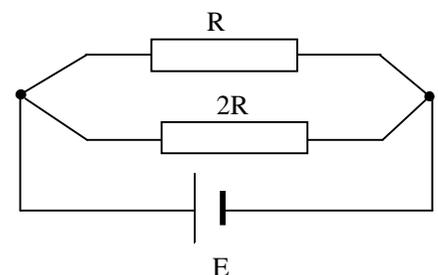
[Upotrebljena je EMS jer je paralelna veza u pitanju (ista za oba otpora).

Za vreme je uzeto slovo τ (tau) jer je t upotrebljeno za temperaturu.]

$$Q = \frac{E^2}{R} \tau \quad \text{Količina toplote u zavisnosti od promene temperature:}$$

$$Q = cm\Delta t$$

Izjednačavanjem ova dva izraza dobijamo



$$\frac{E^2}{R} \tau = cm\Delta t \Rightarrow R = \frac{E^2 \tau}{cm\Delta t} \Rightarrow R = \frac{220^2 * 600}{4200 * 0,5 * 80} \left(\frac{V^2 s}{\frac{J}{kgK} kgK} \right) = 173 \Omega \left(\frac{V^2 s}{J} = \frac{V^2 s}{CV} = \frac{Vs}{As} = \Omega \right)$$

b) izračunavanje temperature vode u drugom sudu:

$$\frac{E^2}{2R} \tau = cm\Delta t' \Rightarrow \Delta t' = \frac{E^2 \tau}{2Rcm} = 40 \text{ } ^\circ\text{C} \Rightarrow t_2' = 60 \text{ } ^\circ\text{C}$$

c) Jačina struje je

$$I_1 = \frac{E}{R} = \frac{220}{173} \left(\frac{V}{\Omega} \right) = 1,27 \text{ A}, I_2 = \frac{E}{2R} = 0,65 \text{ A}$$

97. Rešenje:

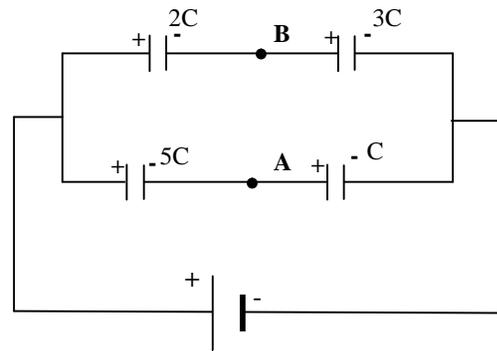
Izračunaćemo razliku potencijala polazeći od tačke A kroz kondenzator 5C i 2C. U 5C imamo skok potencijala (idemo iz "podruma na tavan", u 2 je pad potencijala iz suprotnih razloga).

$$\varphi_A + U_{5C} - U_{2C} = \varphi_B \Rightarrow \varphi_A - \varphi_B = U_{2C} - U_{5C}$$

Znači treba izračunati napone na kondenzatorima.

Obe grane gornja (2C, 3C) i donja (5C, C) nalaze se pod naponom E=15V.

Ekvivalentni kapaciteti grana su:



$$C_{ek}^{gore} = \frac{2C * 3C}{2C + 3C} = \frac{6C}{5}, C_{ek}^{dole} = \frac{5C * C}{5C + C} = \frac{5C}{6}$$

Sada ćemo izračunati ekvalentnu količinu elektriciteta na svakoj grani, a ona je po definiciji **jednaka količini elektriciteta na pojedinačnim kondenzatorima** (redna veza)

$$q_{ek}^{gore} = C_{ek}^{gore} E = 18C (V), q_{ek}^{dole} = C_{ek}^{dole} E = \frac{75C}{6} = 12,5C (V)$$

Naponi na pojedinim kondenzatorima su:

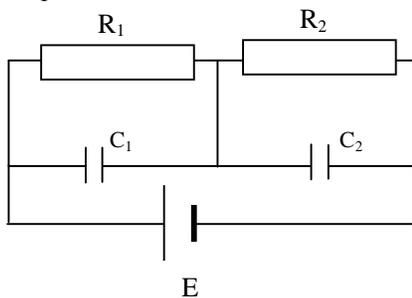
$$U_{2C} = \frac{q_{ek}^{gore}}{2C} = \frac{18C(V)}{2C} = 9V, U_{5C} = \frac{q_{ek}^{dole}}{5C} = \frac{12,5C(V)}{5C} = 2,5V.$$

$$\varphi_A - \varphi_B = U_{2C} - U_{5C} = 9 \text{ V} - 2,5 \text{ V} = 6,5 \text{ V}$$

98. Rešenje:

$$E = 60 \text{ V}, R_1 = 3R_2, C_1 = 2 C_2$$

a) prekidači K₁ i K₂ zatvoreni



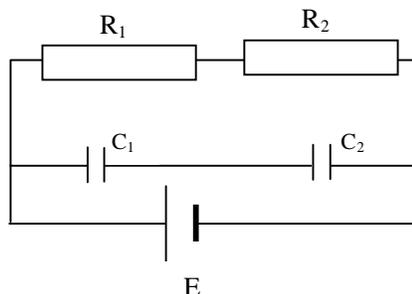
struja u kolu je (kroz kondenzatore ne protiče struja)

$$I = \frac{E}{R_1 + R_2} = \frac{60 \text{ V}}{4R_2} = \frac{15V}{R_2}$$

Napon na C₁ je isti kao na R₁ a napon na C₂ je jednak naponu na R₂

$$\text{Znači } U_2 = R_2 I = 15 \text{ V}. U_1 = E - U_2 \quad U_1 = 45 \text{ V}.$$

b) K₁ zatvoren, K₂ otvoren



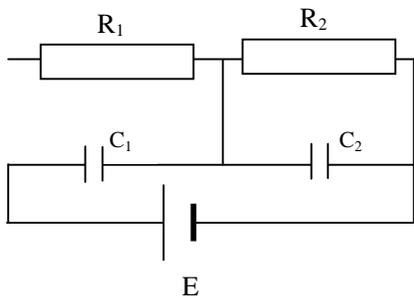
Sada je U₁ + U₂ = E

količina elektriciteta je ista na oba kondenzatora (karakteristika redne veze kondenzatora)

$$q_1 = q_2 \Rightarrow C_1 U_1 = C_2 U_2 \Rightarrow 2C_2 U_1 = C_2 U_2 \Rightarrow U_2 = 2U_1$$

zamenom u gornju relaciju dobijamo U₁ = 20 V, U₂ = 40 V

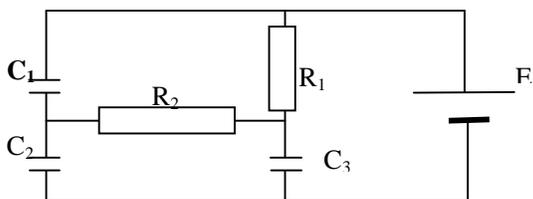
c) K_1 otvoren, K_2 zatvoren.



Obratiti pažnju: kondenzator C_2 se isprazni preko R_2 pa je $U_2 = 0$.
Ostaje $U_1 = E = 60 \text{ V}$

Kao ilustracija poslednjeg tvrdjenja pogledajte sledeći primer:

Odrediti količine naelektrisanja na kondenzatorima na slici.



Kondenzator C_1 se isprazni preko R_1 .
Napon na R_1 je nula, jer struja ne protiče kroz kolo.
Ostaje $U_{C3} = U_{C2} = E$
 $q_2 = EC_2$ $q_3 = EC_3$

99.* Rešenje:

Ekvivalentni otpor redne veze je

$$R_{ek} = R_1 + R_2 = R_{01}(1 + \alpha_1 t) + R_{02}(1 + \alpha_2 t) \text{ ako pomnožimo izraze i grupišemo:}$$

$$R_{ek} = R_{01} + R_{02} + (R_{01}\alpha_1 + R_{02}\alpha_2)t$$

Sad treba ovaj izraz napisati u obliku teorijskom, tj $1 + \text{nešto} \cdot t$. Zato ćemo izraz $R_{01} + R_{02}$ izvući ispred zagrade.

$$R_{ek} = (R_{01} + R_{02}) \left(1 + \frac{\alpha_1 R_{01} + \alpha_2 R_{02}}{R_{01} + R_{02}} t \right)$$

Mada mladi specijalci znaju, podsetimo da kad iz nekog izraza izdvajamo član koga u njemu nema, delimo sa tim izdvojenim članom, naprimer:

$$a + b = a \left(1 + \frac{b}{a} \right)$$

Upoređivanjem sa teorijskom formulom zaključujemo:

$$R_{0ek} = R_{01} + R_{02} \quad \text{i} \quad \alpha_{ek} = \frac{\alpha_1 R_{01} + \alpha_2 R_{02}}{R_{01} + R_{02}}$$

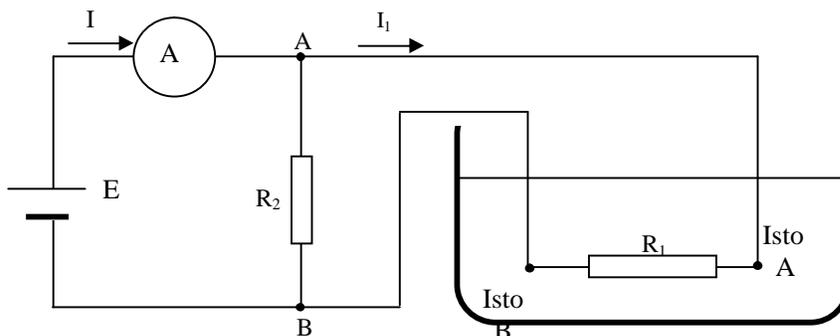
100. Rešenje:

$m = 1 \text{ kg}$, $I = 10 \text{ A}$, $R_1 = 100 \Omega$, $R_2 = 50 \Omega$, $\tau = 300 \text{ s}$, $c_v = 4200 \text{ J/kgK}$, $\Delta t = ?$

Da bi izračunali količinu toplote oslobođenu u grejaču potrebno je izračunati struju kroz grejač. Zato ćemo izračunati ukupan otpor u kolu. Otpori R_1 i R_2 su vezani paralelno, pa su i naponi na njima isti. Sve to je izkazano formulama:

$$R_{AB} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = 33,3 \Omega \Rightarrow U_{AB} = IR_{AB} = 333,3 \text{ V}, \Rightarrow I_1 = \frac{U_{AB}}{R_1} = 3,3 \text{ A}$$

Sada treba izjednačiti količinu toplote koju oslobodi grejač po Džulovom zakonu i količinu toplote koju primi voda.



$$R_1 I_1^2 \tau = c_v m \Delta t \Rightarrow \Delta t = \frac{R_1 I_1^2 \tau}{cm} = \frac{100 * (3,3)^2 * 300}{4200 * 1} \left(\frac{\Omega A^2 s}{\frac{J}{kgK} kg} \right) = \Delta t \approx 78 \text{ } ^\circ\text{C}$$

Za sređivanje jedinica dovoljno je napisati relaciju iz Džulovog zakona:

$J = \Omega A^2 s$, preostaje samo K. Uzeti u obzir da je $1K = 1^\circ C$, samo se tačka početka računanja razlikuje

101. Rešenje:** nacrtaćemo pregledniju šemu. Iskoristićemo činjenicu da između nekih tačaka nema otpornika, pa su onda na istom potencijalu ako su povezane provodnikom. Takve tačke se mogu spojiti.

Zamislite da tačku **a** prevučete u tačku **h**. Odmah se vidi da su osigurači F_1 i F_3 paralelno vezani.

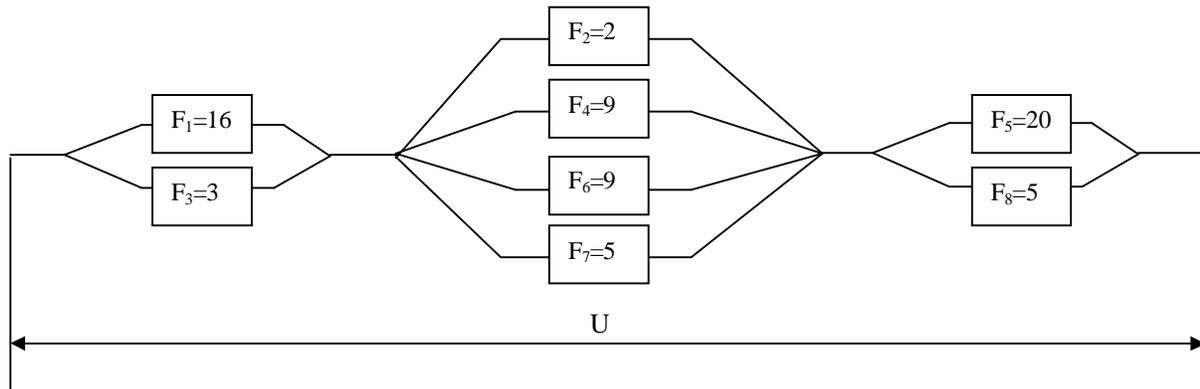
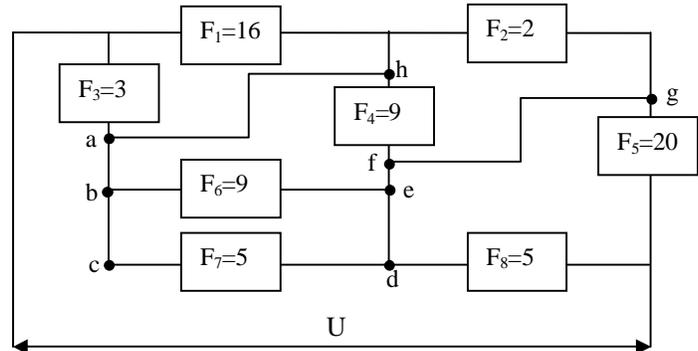
Sa druge strane šeme vidi se da su F_5 i F_8 paralelno vezani jer je $g = f = e = d$.

Ostali osigurači su vezani paralelno između sebe.

$h = a = b = c$. Odavde sledi da su F_4, F_6, F_7 paralelno vezani.

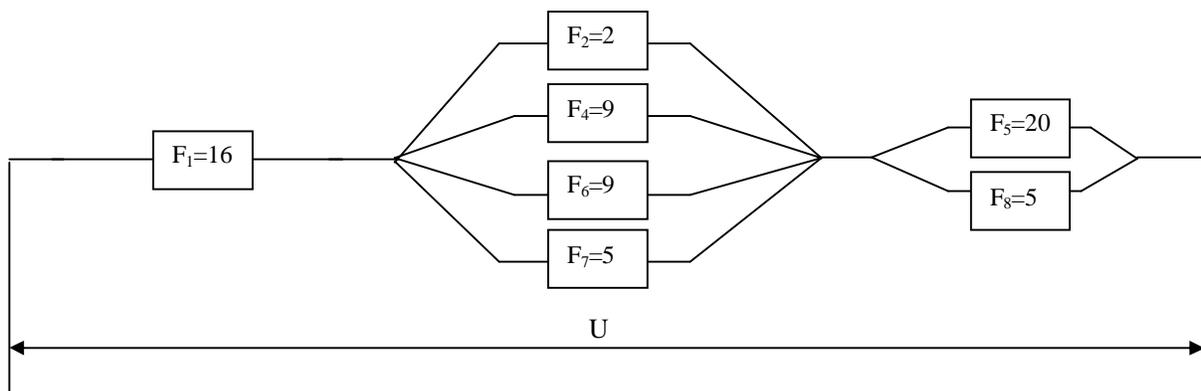
$g = f = e$. i F_2 je sa njima.

Ta pregledna šema izgledala bi ovako:

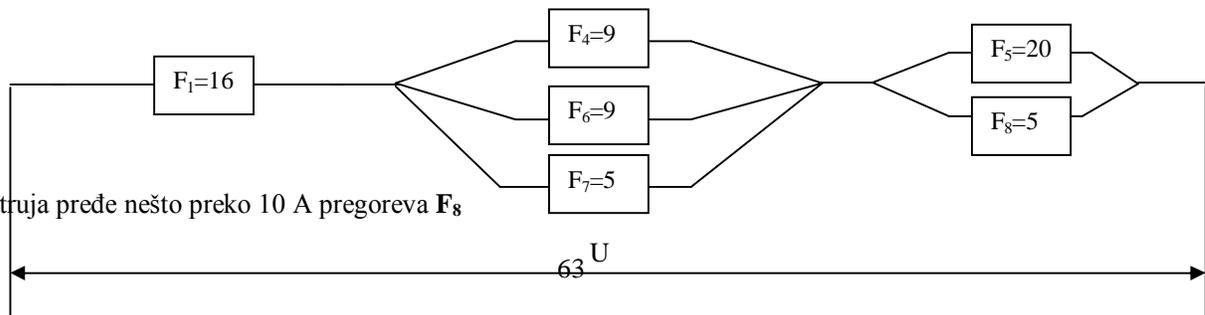


Treba zapaziti da su svi otpori jednaki i da se struja deli na dva jednaka dela kod F_1 i F_3 kao i kod F_5 i F_6 , u srednjem delu deli se na četiri jednaka dela.

Znači ako struja pređe vrednost nešto preko 6 A pregoreva osigurač F_3 . Kolo bi sad izgledalo ovako:

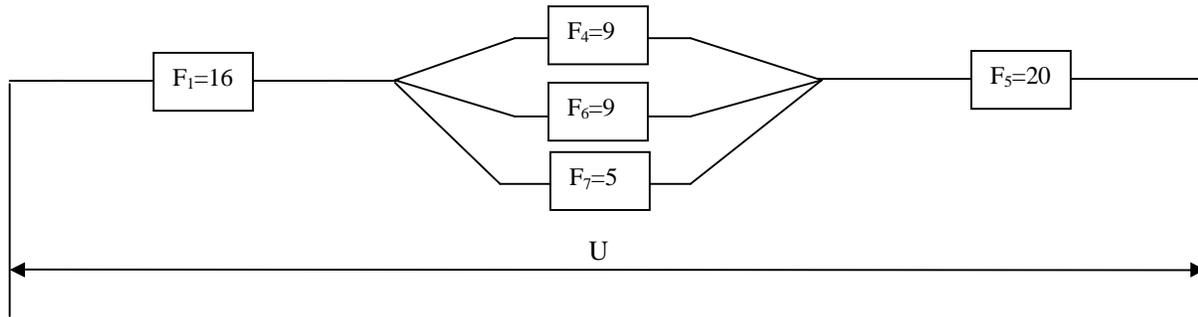


Ako struja pređe nešto preko 8 A pregoreva F_2 .



Ako struja pređe nešto preko 10 A pregoreva F_8

Ako struja pređe nešto preko 15A pregoreva F_7 .



Sledeći je F_1 i kolo je potpuno prekinuto. (Ako bi nastavili dalju priču onda bi istovremeno pregoreli F_4 i F_6 , pri povećanju struje preko 18 A.)

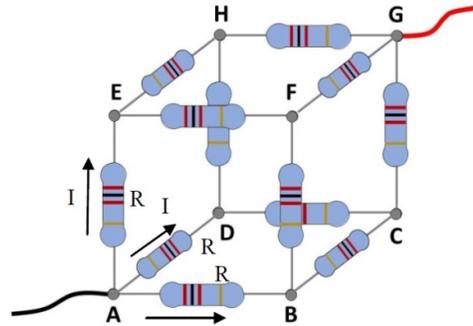
Konačan redosled : $F_3 F_2 F_8 F_7 F_1$.

102. Rešenje:**

Treba uočiti da su tačke E; B i D na istom potencijalu, jer su struje koje ističu iz čvora A jednake, po prvom Kirhofom pravilu, otpori su isti pa je pad potencijala isti. To znači da se tačke E; B i D mogu spojiti. Isto razmatranje važi i za tačke H; F i C i one se mogu spojiti.

Zapaziti da iz čvora A polaze tri paralelno vezana otpora, isto tako iz čvora G. Znači u sredini ostaje šest paralelno vezanih otpora.

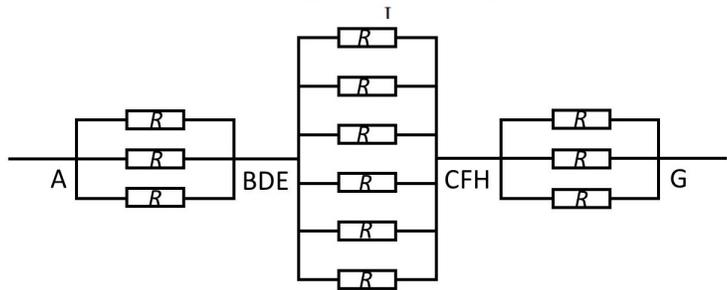
To bi izgledalo ovako:



Tri paralelno vezana otpora daju otpor $R/3$, a

šest paralelnih otpora daju $R/6$.

To ukupno daje rezultat $R_{ekv} = 5R/6$



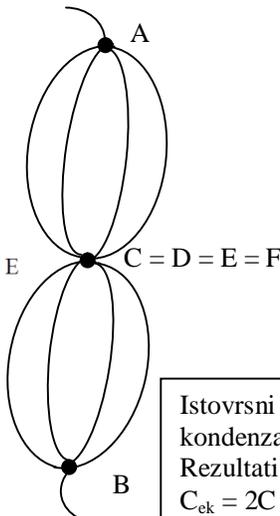
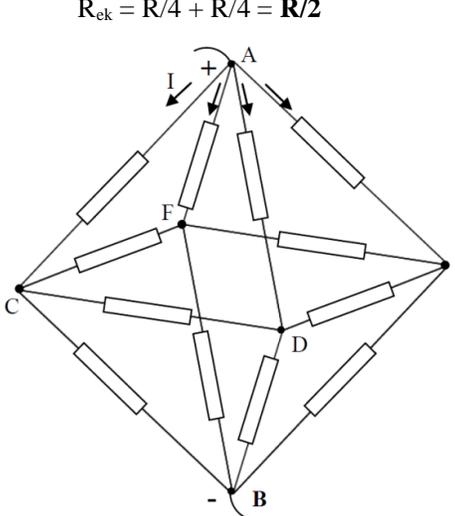
103. Rešenje:** obeležimo tačke kao na slici.

Treba uočiti da su tačke C;D;E;F, na istom potencijalu. Iz temena A polaze iste struje jer su otpori isti – prvo Kirhofovo pravilo. Znači i padovi napona na tim otporima su isti.

To znači da se tačke C;D;E;F mogu spojiti, otpori na osnovi oktaedra ne igraju nikakvu ulogu, kroz njih ne protiče struja.

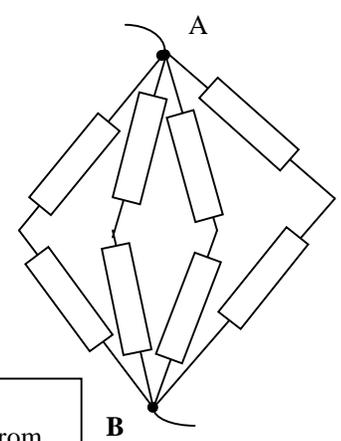
Vidimo da se šema sastoji od grupe četiri paralelno vezana otpora, a te dve grupe vezane redno.

$$R_{ek} = R/4 + R/4 = R/2$$



Nov momenat: tačke na istom potencijalu mogu se razdvojiti. Otpori na osnovi oktaedra mogu se izbrisati, jer kroz njih ne protiče struja. Dobijamo četiri grupe po dva redno vezana otpora.
 $R_{ek} = 2R/4 = R/2$

Istovrsni zadaci s mogu postaviti sa kondenzatorima, i sa kockom i sa oktaedrom. Rezultati su: $C_{ek} = 6/5 C$ za kocku
 $C_{ek} = 2C$ za oktaedar



104. Rešenje:**

$I = 1,2 \text{ A}, R = 6 \Omega, I_i = ? U_{AB} = ? R_{ek} = ?$

U čvor A utiče struja I. Ona se deli na tri jednaka dela, jer su otpori stranica isti (Kirhofovo pravilo).

Znači: $I_{AB} = I_{AD} = I_{AE} = I/3 = 0,4 \text{ A}.$

Na isti način struja ističe kroz teme G.

Znači: $I_{HG} = I_{FG} = I_{CG} = I/3 = 0,4 \text{ A}.$

Pogledajte teme E (kao i D i B). U njemu se trećina struje deli na dva jednaka dela.

Znači: $I_{EH} = I_{EF} = I/6 = 0,2 \text{ A}$

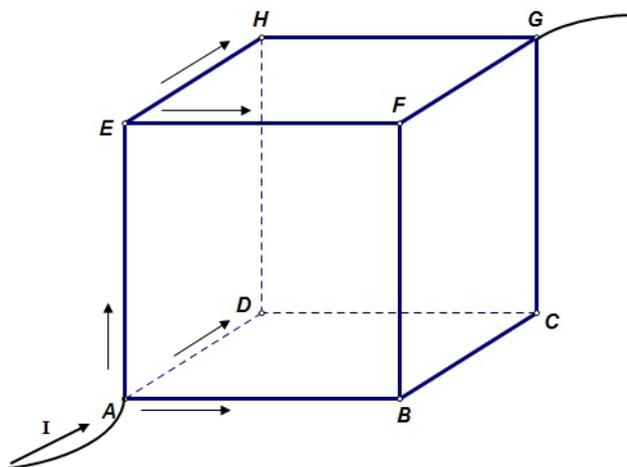
Isto tako: $I_{BC} = I_{BF} = I/6 = 0,2 \text{ A}$

$I_{EH} = I_{EF} = I/6 = 0,2 \text{ A}$

Napon je $U_{AG} = U_{AE} + U_{EH} + U_{HG}$ (postoje i drugi putevi napr: A B C G; ili A D H G; itd)

$U_{AG} = R \cdot I/3 + R \cdot I/6 + R \cdot I/3 = R \cdot 5I/6 = 6 \text{ V}$

Otpor $R_{EK} = U_{AB}/I = 5R/6 = 5 \Omega.$



105. Rešenje:**

Data struja u grani EF nastala je deljenjem na dva jednaka dela u temenu E. To znači da je struja u grani AE $2I$. Ta struja ja nastala deljenjem na tri jednaka dela u temenu A. znači da u teme A utiče struja $6I$.

Tolika struja i ističe iz temena G.

Znači da, na primer, struja u grani FG iznosi $2I$.

Struja se u temenima deli na jednake delove jer su otpori svih grana jednaki – prvo Kirhofovo pravilo.

Napon je $U_{AG} = U_{AE} + U_{EF} + U_{FG}$

$U_{AG} = R \cdot 2I + R \cdot I + R \cdot 2I = 5RI$

Ekvivalentni otpor je $R_e = U/I = 5RI/6I = 5/6 R.$

106. Rešenje:**

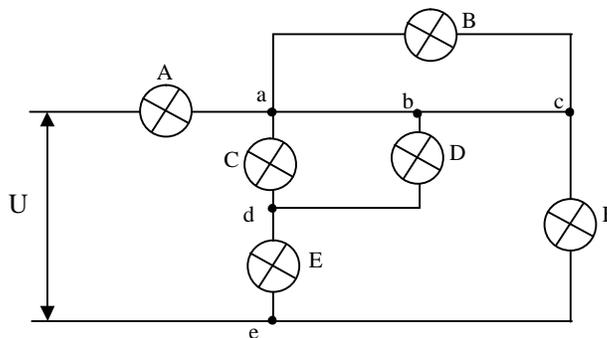
Obeležimo neke karakteristične tačke.

Tačke a,b,c su na istom potencijalu jer između njih nema otpornika, pa se te tačke mogu spojiti. Znači kroz sijalicu B ne protiče struja, kaže se da je u kratkom spoju.

Sijalica B ne svetli, snaga njena je nula i struja kroz nju takođe nula.

Nacrtaćemo kolo sa spojenim tačkama a,b,c bez sijalice B.

Neka je otpor svake sijalice R. Izračunaćemo ukupan otpor u kolu.



$R_{CD} = \frac{RR}{R+R} = \frac{R}{2}$

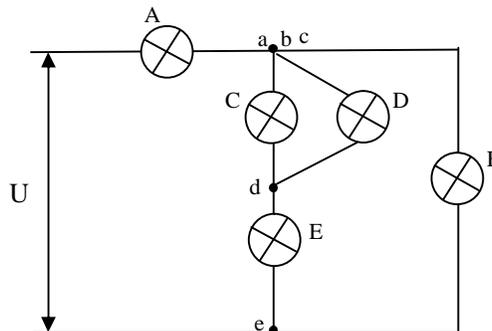
$R_{CDE} = \frac{R}{2} + R = \frac{3}{2} R$

$R_{CDEF} = \frac{\frac{3}{2} RR}{\frac{3}{2} R + R} = \frac{3}{5} R$

$R_{EKV} = \frac{3}{5} R + R = \frac{8}{5} R$

Izračunavanje struja i snaga:

$I_A = \frac{U}{R_{EKV}} = \frac{U}{\frac{8}{5} R} = \frac{5U}{8R}, P_A = RI_A^2 = R \left(\frac{5U}{8R} \right)^2 = \frac{25 U^2}{64 R}$



$U_{ae} = I_A R_{CDEF} = \frac{5U}{8R} \cdot \frac{3}{5} R = \frac{3}{8} U, I_F = \frac{U_{ae}}{R} = \frac{\frac{3}{8} U}{R} = \frac{3 U}{8 R}, P_F = RI_F^2 = \frac{9 U^2}{64 R}$

$$I_{ae} = I_F = \frac{U_{ae}}{R_{CDE}} = \frac{\frac{3}{8}U}{\frac{3}{2}R} = \frac{2U}{8R}, \quad P_E = RI_F^2 = \frac{4U^2}{64R}$$

$$U_{ad} = I_{ae}R_{CD} = \frac{1U}{4R} \cdot \frac{R}{2} = \frac{1}{8}U, \quad I_C = \frac{\frac{1}{8}U}{R} = \frac{1U}{8R}, \quad P_C = RI_C^2 = \frac{1U^2}{64R}$$

Takođe je i $P_D = P_C$

Jačina svetljenja sijalica je upravo srazmerna snazi emitovanoj na sijalici. Redosled sijalica po jačini osvetljenosti je:

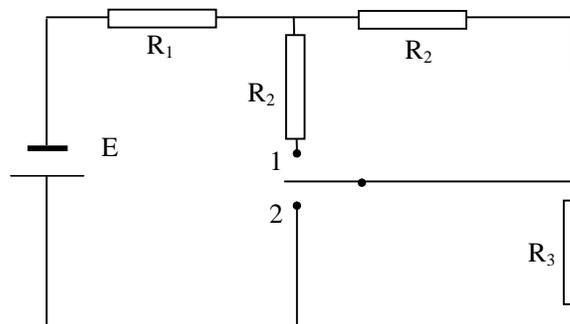
A, F, E, C = D, B

107. Rešenje:

$E = 6 \text{ V}, I = 1 \text{ mA}, I_1 = 1,2 \text{ mA}, I_2 = 2 \text{ mA}, R_1 = ?, R_2 = ?, R_3 = ?.$

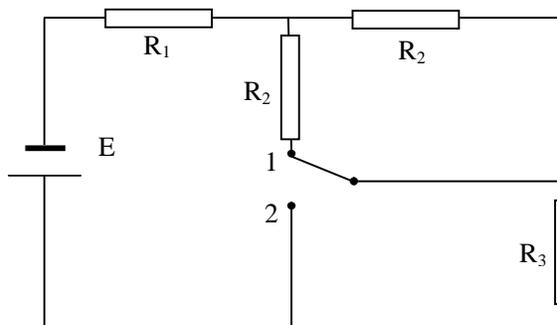
Ako je prekidač otvoren Omov zakon glasi:

$$I = \frac{E}{R_1 + R_2 + R_3}$$



Ako je prekidač u položaju 1 otpornici R_2 su u paralelnoj vezi i Omov zakon glasi:

$$R_e = \frac{R_2 * R_2}{R_2 + R_2} = \frac{R_2}{2} \quad I_1 = \frac{E}{R_1 + \frac{R_2}{2} + R_3}$$



U položaju 2 otpornik R_3 je kratko vezan, jedan od otpornika R_2 nije povezan u kolo, preostaju drugi R_2 i R_1 . Omov zakon izgleda:

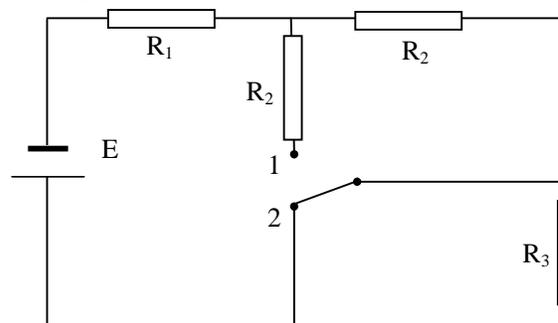
$$I_2 = \frac{E}{R_1 + R_2} \quad \text{Gornje slučajeve Omovog zakona}$$

napisaćemo obliku:

$$R = \frac{E}{I} \Rightarrow R_1 + R_2 + R_3 = \frac{E}{I}; \quad R_1 + \frac{R_2}{2} + R_3 = \frac{E}{I_1}; \quad R_1 + R_2 = \frac{E}{I_2}$$

Istovremeno ćemo zameniti brojne vrednosti, ne zaboravivši da je $1A = 1000 \text{ mA}$. Razlog je težina rešavanja sistema jednačina, zadatak je bio na srpskoj fizičkoj olimpijadi:

$$\begin{aligned} R_1 + R_2 + R_3 &= 6000 && \text{Sad, kao na kvizu, možemo} \\ R_1 + \frac{R_2}{2} + R_3 &= 5000 && \text{zaključiti iz prve i treće jednačine} \\ R_1 + R_2 &= 3000 && \text{da je } \mathbf{R_3 = 3000 \Omega}. \\ &&& \text{Zamenimo dobijenu vrednost u} \\ &&& \text{prvu i drugu jednačinu:} \\ &&& R_1 + R_2 = 3000 \\ &&& R_1 + \frac{R_2}{2} = 2000 \end{aligned}$$



Sad opet nije teško zaključiti da je $R_2/2 = 1000$ pa je $\mathbf{R_2 = 2000 \Omega}$ I, na kraju, $\mathbf{R_1 = 1000 \Omega}$.

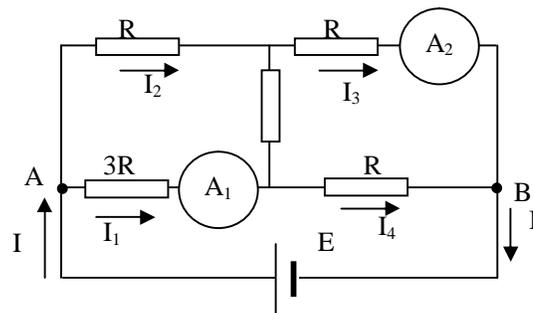
Za zaključak o snazi iskoristićemo formulu: $P = \frac{E^2}{R}$ Otpor u trećem slučaju je najmanji pa je oslobođena snaga najveća. Znači **prekidač je u položaju 2.**

108*.Rešenje:

obeležimo smerove struja i čvorove A i B.
 Prvo Kirhofovo pravilo daje za čvorove A i B:
 $I = I_1 + I_2$
 $I_3 + I_4 = I$ } znači $I_1 + I_2 = I_3 + I_4$

Drugo Kirhofovo pravilo:

$U_{AB} = RI_2 + RI_3$ (gornjim putem)
 $U_{AB} = 3RI_1 + RI_4$ (donjim putem)



Izjednačimo izraze:

$RI_2 + RI_3 = 3RI_1 + RI_4$ treba eliminisati I_2 ili I_4 :

$RI_2 + RI_3 = 3RI_1 + R(I_1 + I_2 - I_3)$

$I_4 = I_1 + I_2 - I_3$ zamenom u napone dobijamo:

$RI_2 + RI_3 = 3RI_1 + RI_1 + RI_2 - RI_3 \Rightarrow I_3 = 2I_1$

109. Rešenje:**

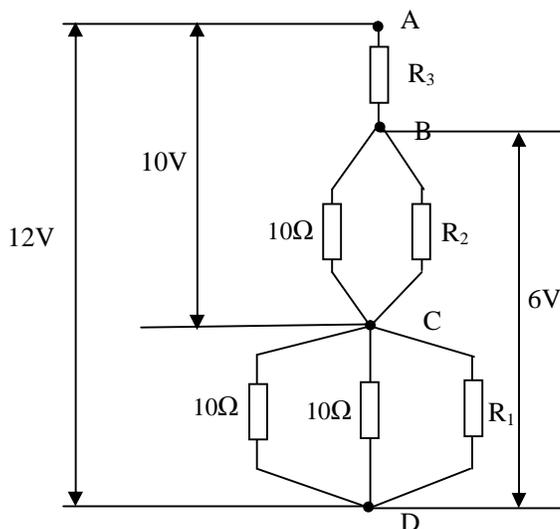
Obeležimo napone na slici.

Sa slike se vidi da je

$U_{AB} = 6 \text{ V}, (12 - 6)$

$U_{BC} = 4 \text{ V} (U_{AC} - U_{AB})$

$U_{CD} = 2 \text{ V}, (12 - 10)$



I slučaj: (dva otpornika od tri su jednaka)

neka je $R_1 = R_2 = R$

za čvor C važi Kirhovo pravilo: $\frac{U_{DC}}{10} + \frac{U_{DC}}{10} + \frac{U_{DC}}{R} = \frac{U_{BC}}{10} + \frac{U_{BC}}{R} \Rightarrow \frac{2}{10} + \frac{2}{10} + \frac{2}{R} = \frac{4}{10} + \frac{4}{R} \Rightarrow \frac{2}{R} = \frac{4}{R} \perp$

II slučaj:

Neka je $R_2 = R_3 = R$

Za čvor B važi: $\frac{4}{10} + \frac{4}{R} = \frac{6}{R} \Rightarrow R = 5 \Omega$

Za čvor C važi: $\frac{2}{10} + \frac{2}{10} + \frac{2}{R_1} = \frac{4}{10} + \frac{4}{5} \Rightarrow R_1 = 2,5 \Omega$

III slučaj

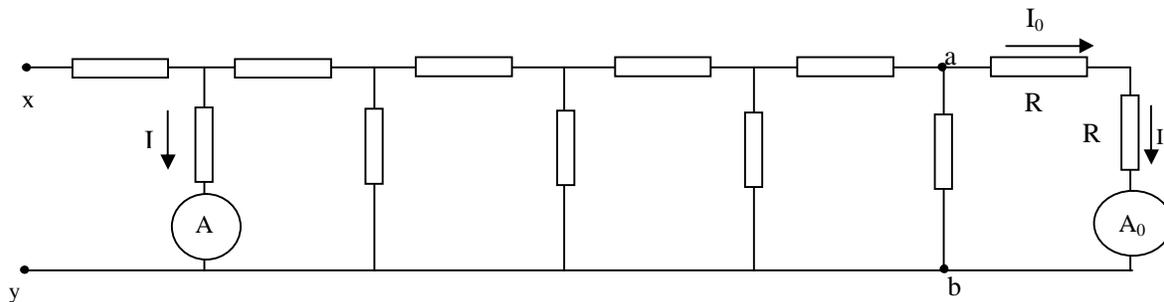
$R_1 = R_3 = R$

Povežaćemo čvor C i čvor B

(C) $\frac{2}{10} + \frac{2}{10} + \frac{2}{R} = \frac{4}{10} + \frac{4}{R_2} \Rightarrow \frac{4}{10} + \frac{4}{R_2} = \frac{6}{R}$ (B) $\Rightarrow \frac{2}{10} + \frac{2}{10} + \frac{2}{R} = \frac{6}{R} \Rightarrow R = 10 \Omega$

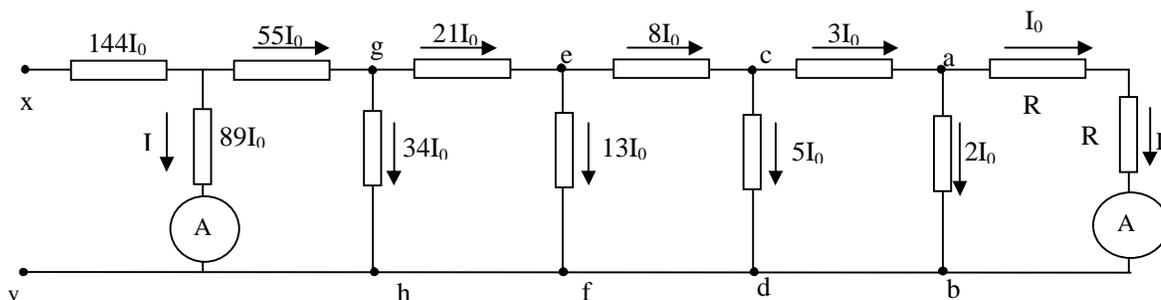
opet čvor B: $\frac{4}{10} + \frac{4}{R_2} = \frac{6}{10} \Rightarrow R_2 = 20 \Omega$

110. Rešenje:** $I = 8,9 \text{ A}$, $I_0 = ?$; $R = 1 \Omega$, $U_{xy} = ?$ $R_{xy} = ?$



Struja kroz poslednja dva otpornika je I_0 (redna veza). To znači da je napon $U_{ab} = I_0 \cdot 2R$. To znači da je struja $I_{ab} = U_{ab}/R = 2I_0$.

Po Kirchofovom pravilu u otporniku pre tačke a iznosi $3I_0$.



Sličan način razmišljanja primenićemo i dalje. Napon $U_{cab} = 3I_0R + 2I_0R = 5I_0R$, onda je $I_{cd} = U_{cd}/R = 5I_0$. (obratiti pažnju da je $b = d$, jer između njih nema otpora).

Po Kirchofu $I_{cc} = 3I_0 + 5I_0 = 8I_0$.

Isti način primenjujemo i dalje, rezultati se vide na slici.

$$I = 89 I_0 \Rightarrow I_0 = \mathbf{0,1 \text{ A}}$$

$$\text{Traženi napon je } U_{xy} = 144I_0R + 89 I_0R = 233I_0R \Rightarrow U_{xy} = \mathbf{23,3 \text{ V}}$$

Otpor između tačaka x i y je:

$$R_{xy} = \frac{U_{xy}}{144I_0} \Rightarrow R_{xy} = \frac{23,3}{144 \cdot 0,1} \Omega = \mathbf{1,62 \Omega}$$

Za mlade matematičare ne bi trebalo da bude problem da prepoznaju niz brojeva: **1,1,2,3,5,8,13,21,34...**

111.* Rešenje:

$$U = 9V, R_1 = R_3 = 60 \Omega, R_2 = 100 \Omega, I_A = 0,185 \text{ A}, I_2 = ?, I_3 = ?, R_4 = ?$$

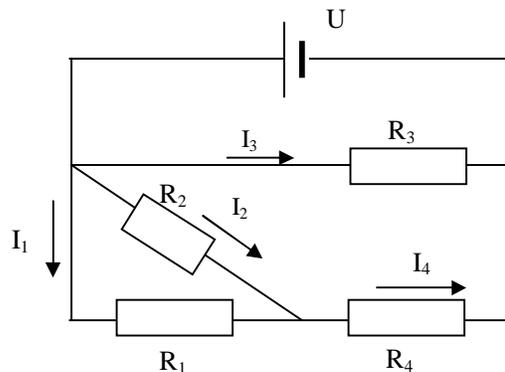
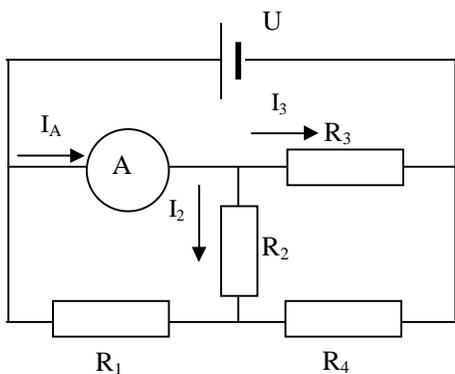
Obeležimo struje u kolu. Idelan ampermetar znači da mu je otpor nula pa krajnje tačke grane ampermetra možemo spojiti, kao na susednoj slici.

Vidi se da je R_3 pod naponom U .

$$I_3 = \frac{U}{R_3} = \frac{9V}{60\Omega} \Rightarrow I_3 = \mathbf{0,15 \text{ A}}$$

$$\text{Za trenutak, vratimo se na prvu sliku: } I_A = I_3 + I_2 \Rightarrow I_2 = I_A - I_3$$

$$I_2 = 0,185 - 0,15 \text{ A} \Rightarrow I_2 = \mathbf{0,035 \text{ A}}$$



Sad opet se vraćamo na drugu sliku. Naponi na R_1 i R_2 su jednaki jer su vezani paralelno.

$$I_2 R_2 = I_1 R_1 \Rightarrow I_1 = \frac{I_2 R_2}{R_1} = \frac{0,035 * 100}{60} \left(\frac{A\Omega}{\Omega} \right) \Rightarrow I_1 = \mathbf{0,058 A}$$

Opet sa druge slike: $I_4 = I_1 + I_2 = 0,058 + 0,035 \text{ (A)} \Rightarrow I_4 = \mathbf{0,093 A}$.

Napon na četvrtom otporniku je $U_4 = U_3 \text{ (tj } U) - U_2 = 9 \text{ V} - 0,035 \text{ A} * 100 \Omega = 5,5 \text{ V}$. I konačno $R_4 = \frac{U_4}{I_4} \approx \mathbf{59 \Omega}$

112.* Rešenje:

$R = 1 \Omega$, $U_1 = 5 \text{ V}$, $I_1 = 1 \text{ A}$, $U_2 = 20 \text{ V}$, $I_2 = 2 \text{ A}$.

Struja i napon se veoma nesrazmerno menjaju. Da pretpostavimo da se u kutiji nalazi izvor struje i otpor.

Vežu između veličina uspostavićemo na sledeći način:

$$\varphi_A + E - Ir - IR = \varphi_B$$

$$\varphi_A - \varphi_B = -E + Ir + IR$$

Ovu relaciju postavićemo za dva zadata slučaja:

$$U_1 = -E + I_1 r + I_1 R$$

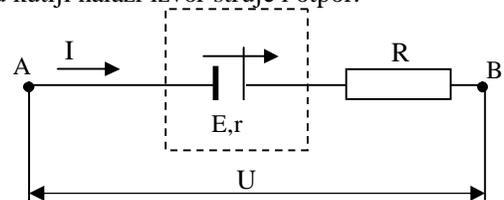
$$U_2 = -E + I_2 r + I_2 R$$

Ako prvu jednačinu pomnožimo sa -1 i dodamo drugoj dobijamo: (eliminišemo E)

$$U_2 - U_1 = r(I_2 - I_1) + R(I_2 - I_1) \text{ odavde je:}$$

$$r = \frac{U_2 - U_1 - R(I_2 - I_1)}{I_2 - I_1} = \frac{15 \text{ V} - 1 \Omega * 1 \text{ A}}{1 \text{ A}} \Rightarrow \mathbf{r = 14 \Omega}$$

Iz prve jednačine dobijamo: $E = I_1 r + I_1 R - U_1 \Rightarrow E = 1 \text{ A} * 14 \Omega + 1 \text{ A} * 1 \Omega - 5 \text{ V} = \mathbf{10 \text{ V}}$.



113.* Rešenje:

$U = 220 \text{ V}$, $R_{uk} = 1000 \Omega$, $I = 1 \text{ A}$, $P = ?$

Otpor provodnika koji zadovoljava date uslove iznosi $R = U/I = 220 \text{ V} / 1 \text{ A} = \mathbf{220 \Omega}$

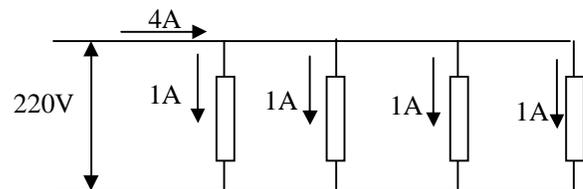
Od datog komada mogu se napraviti 4 ovakva provodnika $4 * 220 = 880 \Omega$, i preostaje komadić od 120Ω .

Da se ne bi prekoračila zadata struja ova četiri provodnika treba vezati paralelno.

Snaga ovakvog grejača je $P = 4UI$

$$\mathbf{P = 4 * 220 * 1 \text{ (VA)} = 880 \text{ W}}$$

Komadić od 120Ω se ne može iskoristiti da se ne naruše dati uslovi.



114.** Rešenje:

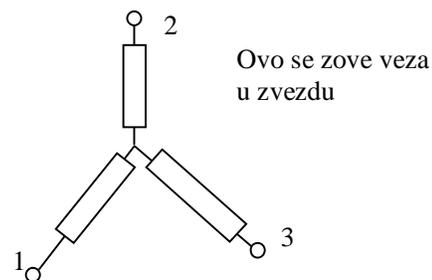
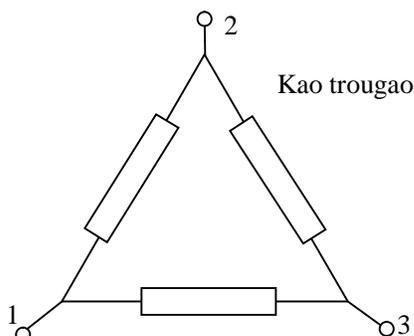
$$U_{13} = 15 \text{ V} \Rightarrow U_{12} = 6 \text{ V}, U_{23} = 9 \text{ V}$$

$$U_{23} = 15 \text{ V} \Rightarrow U_{21} = 10 \text{ V}, U_{13} = 5 \text{ V}$$

$$R_i = ?$$

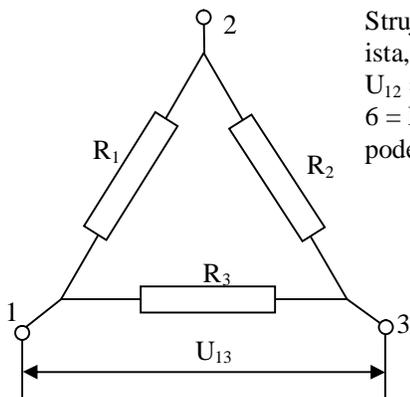
$$U_{12} = 15 \text{ V}, U_{23} = ?; U_{13} = ?.$$

Kutija ima tri izvoda a treba upotrebiti najmanji broj otpora. To je jedino moguće pri ovakvim šemama:



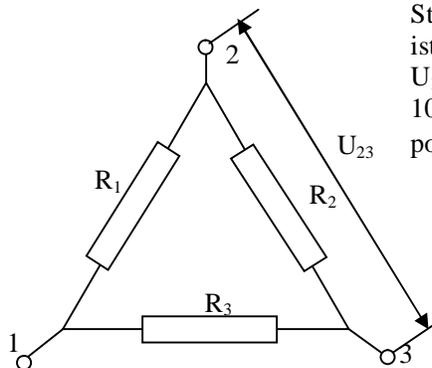
Prvi slučaj – trougao

$U_{13} = 15 \text{ V} \Rightarrow U_{12} = 6 \text{ V}, U_{23} = 9 \text{ V}$



Struja kroz R_1 i R_2 je ista, redna veza, pa je $U_{12} = R_1 I$; $U_{23} = R_2 I$; $6 = R_1 I$; $9 = R_2 I$; ako podelimo: $R_1/R_2 = 2/3$

$U_{23} = 15 \text{ V} \Rightarrow U_{21} = 10 \text{ V}, U_{13} = 5 \text{ V}$



Struja kroz R_1 i R_3 je ista, redna veza, pa je $U_{12} = R_1 I$; $U_{13} = R_3 I$; $10 = R_1 I$; $5 = R_3 I$; ako podelimo: $R_1/R_3 = 2/1$

Proporcije su: $R_1 : R_2 = 2:3$; $R_1 : R_3 = 2:1$. Odavde formiramo produženu proporciju (vezivni faktor je R_1): $R_1 : R_2 : R_3 = 2:3:1$. Najmanji otpor je R_3 , znači on ima vrednost $R_3 = 1 \Omega$; zatim $R_2 = 3 \Omega$; $R_1 = 2 \Omega$, što se čita iz proporcije.

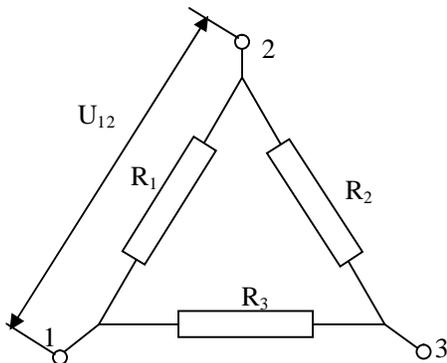
$U_{12} = 15 \text{ V}, U_{23} = ?; U_{13} = ?$

Sada su R_2 i R_3 u rednoj vezi, pa Omov zakon glasi:

$$I = \frac{U_{12}}{R_2 + R_3} = \frac{15}{1 + 3} \left(\frac{\text{V}}{\Omega} \right) = 3,75 \text{ A.}$$

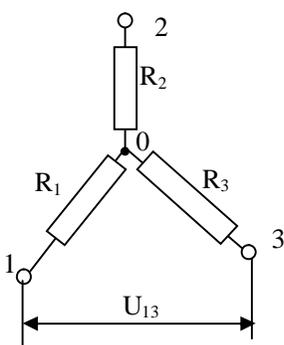
Naponi su: $U_{23} = 3,75 * 3 \text{ (A}\Omega) \Rightarrow U_{23} = 11,25 \text{ V}$

$U_{13} = 3,75 * 1 \text{ V} \Rightarrow U_{13} = 3,75 \text{ V}$



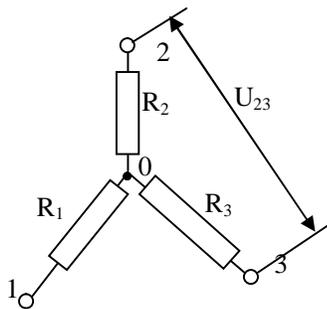
Drugi slučaj – zvezda

$U_{13} = 15 \text{ V} \Rightarrow U_{12} = 6 \text{ V}, U_{23} = 9 \text{ V}$



R_1 i R_2 su u rednoj vezi, R_2 ne učestvuje u kolu, tačke 2 i 0 su na istom potencijalu. Imamo $U_{12} = R_1 I$; $U_{23} = R_3 I$ $6 = R_1 I$, $9 = R_3 I$ odavde je $R_1 : R_3 = 2:3$

$U_{23} = 15 \text{ V} \Rightarrow U_{21} = 10 \text{ V}, U_{13} = 5 \text{ V}$



R_3 i R_2 su u rednoj vezi, R_1 ne učestvuje u kolu, tačke 1 i 0 su na istom potencijalu. Imamo $U_{12} = R_2 I$; $U_{13} = R_3 I$ $10 = R_2 I$, $5 = R_3 I$ odavde je $R_2 : R_3 = 2:1$

Ako formiramo produženu proporciju (vezivni član je R_3)

$R_1 : R_3 = 2:3$

$R_2 : R_3 = 2:1$ pomnožimo sa 3 $\Rightarrow R_2 : R_3 = 6:3$

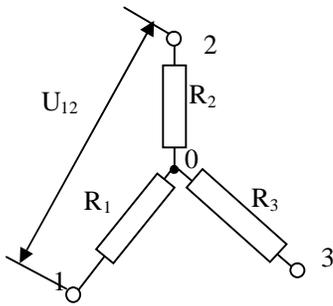
Konačno imamo: $R_1 : R_2 : R_3 = 2:6:3$

$R_1 = 2x$; $R_2 = 6x$; $R_3 = 3x$

Najmanji otpor je sada R_1 ; znači $2x = 1\Omega$; $x = 1/2 \Omega$

$R_1 = 1 \Omega$; $R_2 = 3 \Omega$; $R_3 = 3/2 \Omega$

$$U_{12} = 15 \text{ V}, U_{23} = ?; U_{13} = ?.$$



Sada struja teče po konturi 1-0-2. Omov zakon sada glasi:

$$I = \frac{U_{12}}{R_1 + R_2} = \frac{15}{4} \text{ A} = 3,75 \text{ A}$$

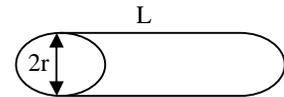
$$\text{Naponi su: } U_{13} = R_1 I = 1 \cdot 3,75 = \mathbf{3,75 \text{ V}}.$$

$$U_{23} = R_2 I = 3 \cdot 3,75 = \mathbf{11,75 \text{ V}}$$

115.* Rešenje:

Dati podaci: $m_1 = m_2$; U ; L , t_1 ; $2L$, $t_2 = ?$; t_0

Plan rada: kombinovaćemo Džulov zakon i količinu toplote predate okolini. Pošto se temperatura ustalila, te dve veličine su jednake. Obe veličine računamo za jedinicu vremena, a toplota predata okolini zavisi od razlike temperatura i površine sa koje se emituje, u ovom slučaju površina omotača valjka.



$$\frac{U^2}{R_1} = k(t_1 - t_0)S_{\text{omot1}}; \quad \frac{U^2}{R_2} = k(t_2 - t_0)S_{\text{omot2}}$$

Uspostavićemo vezu između veličina tako što ćemo podeliti jednačine.

Uzećemo u obzir formule za otpor $R = \rho L/S$, zatim površinu poprečnog preseka provodnika (površina kruga)

$S = r^2\pi$, površinu omotača valjka $S_{\text{omot}} = 2\pi rL$ i konačno vezu između poluprečnika $r_1 = r_2\sqrt{2}$.

Sad sledi dosadan niz implikacija:

Iskoristićemo jednakost masa provodnika da nađemo vezu između poluprečnika provodnika.

$m_1 = m_2$ pošto su gustine iste važi i

$V_1 = V_2$ zapremine valjka iznose:

$r_1^2\pi L = r_2^2\pi \cdot 2L$ sledi veza

$$r_1 = r_2\sqrt{2}$$

$$\begin{aligned} \frac{U^2}{R_1} &= \frac{k(t_1 - t_0)S_{\text{omot1}}}{k(t_2 - t_0)S_{\text{omot2}}} \Rightarrow \frac{R_2}{R_1} = \frac{(t_1 - t_0)S_{\text{omot1}}}{(t_2 - t_0)S_{\text{omot2}}} \Rightarrow \frac{\rho \frac{2L}{r_2^2\pi}}{\rho \frac{L}{r_1^2}} = \frac{(t_1 - t_0)S_{\text{omot1}}}{(t_2 - t_0)S_{\text{omot2}}} \Rightarrow \\ \frac{2r_1^2}{r_2^2} &= \frac{(t_1 - t_0)S_{\text{omot1}}}{(t_2 - t_0)S_{\text{omot2}}} \Rightarrow \frac{2(r_2\sqrt{2})^2}{r_2^2} = \frac{(t_1 - t_0)2\pi r_1 L}{(t_2 - t_0)2\pi r_2 2L} \Rightarrow \mathbf{4} = \frac{(t_1 - t_0)\sqrt{2}}{2(t_2 - t_0)} \end{aligned}$$

Iz poslednje relacije proizilazi:

$$t_2 - t_0 = \frac{(t_1 - t_0)\sqrt{2}}{8} \Rightarrow t_2 = \frac{(t_1 - t_0)\sqrt{2}}{8} + t_0$$

116.* Rešenje:

$E = 2 \text{ V}$, $r = 1 \Omega$, $P = 0,75 \text{ W}$, $I = ?$

Snaga u spoljašnjem delu kola je $P = UI$

Omov zakon za celo kolo napisaćemo u ovom obliku $U = E - rI$ i zameniti u izraz za snagu:

$P = (E - rI)I$; množenje i sređivanje daje:

$rI^2 - EI + P = 0$ Opet kvadratna jednačina! Rešava se formulom: $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ zamenićemo brojne vrednosti:

$I^2 - 2I + 0,75 = 0$ (kvadratna jednačina ima oblik $ax^2 + bx + c = 0$; ovde je $a = 1$, $b = -2$, $c = 0,75$)

Rešenja su $I_1 = 1,5 \text{ A}$; $I_2 = 0,5 \text{ A}$.

117.* Rešenje:Podaci: $R_1 = 3 \Omega$, $P_1 = 4 \text{ W}$, $R_2 = 5 \Omega$, $P_2 = 5 \text{ W}$, $r = ?$; $E = ?$ Izrazićemo snagu u kojoj figuriše elektromotorna sila (jer se to traži) $P = I^2 R$, $I = E/(r+R)$

$$P_1 = \left(\frac{E}{r+R_1} \right)^2 R_1 \text{ i } P_2 = \left(\frac{E}{r+R_2} \right)^2 R_2$$

Treba rešiti ovaj sistem po E i r. Da pokušamo da podelimo jednačine, levu stranu sa levom stranom a desnu sa desnom.

$$\frac{P_1}{P_2} = \left(\frac{\frac{E}{r+R_1}}{\frac{E}{r+R_2}} \right)^2 * \frac{R_1}{R_2} \text{ odavde je } \frac{P_1 R_2}{P_2 R_1} = \left(\frac{r+R_2}{r+R_1} \right)^2 \text{ dalje je } \frac{r+R_2}{r+R_1} = \frac{\sqrt{P_1 R_2}}{\sqrt{P_2 R_1}}$$

Unakrsnim množenjem i sređivanjem dobijamo:

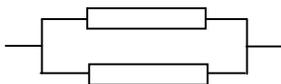
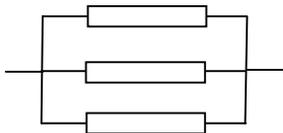
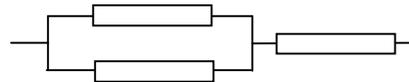
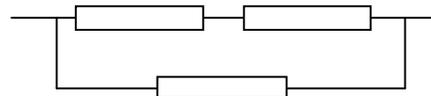
Iz izraza za P_1 dobijamo

$$r = \frac{R_2 \sqrt{P_2 R_1} - R_1 \sqrt{P_1 R_2}}{\sqrt{P_1 R_2} - \sqrt{P_2 R_1}} = 9,9 \Omega$$

$$\frac{E}{r+R_1} = \sqrt{\frac{P_1}{R_1}} \Rightarrow E = (r+R_1) \sqrt{\frac{P_1}{R_1}} = 14,9 \text{ V}$$

118.* Rešenje: $R = 120 \Omega$. $U = 120 \text{ V}$,

Ustvari ovde treba naći broj načina vezivanja tri otpornika.

Uzimati **po jedan** otpornik: $P = U^2/R = 120 \text{ W}$.**Po dva redno:** $P = U^2/2R = 60 \text{ W}$.**Po tri redno:** $P = U^2/3R = 40 \text{ W}$.**Dva paralelno:** $R_e = R/2 = 60 \Omega$, $P = 120^2/60 = 240 \text{ W}$ **Tri paralelno:** $R_e = R/3 = 40 \Omega$, $P = 120^2/40 = 360 \text{ W}$.**Mešovita veza:** $R_e = R/2 + R = 1,5 R = 180 \Omega$ $P = 120^2/180 = 80 \text{ W}$ 

$$R_e = \frac{2R * R}{2R + R} = \frac{2R}{3} = 80 \Omega$$

 $P = 120^2/80 = 180 \text{ W}$

Postoji i slučaj $P = 0 \text{ W}$; kada je šporet isključen.
(Ovo da nam matematičari ne bi zamerili zbog opštosti)
A i otpornici se ne mogu razlikovati (sve zbog njih - matematičara)

119. Rešenje:

$L = 1 \text{ m}$, $m = 1 \text{ g} = 10^{-3} \text{ kg}$, $\tau = 1 \text{ s}$, $t = 1600 \text{ }^\circ\text{C}$, $\rho = 1,2 * 10^{-7} \Omega\text{m}$, $D = 7900 \text{ kg/m}^3$, $c = 500 \text{ J/kgK}$, $t_0 = 0 \text{ }^\circ\text{C}$.
(obratite pažnju na oznake veličina, τ , ρ i D)

Količina toplote po Džulovom zakonu je $Q = RI^2\tau$, Tu količinu toplote koju prima gvožđe : $Q = cm\Delta t$ Znači $RI^2\tau = cm\Delta t$ Dalji plan je sledeći. Zamenićemo formulu za otpor. Problem je što nemamo površinu poprečnog preseka S . To ćemo izračunati iz podatka za gustinu : $D = m/V \Rightarrow m = DV = DSL \Rightarrow S = m/DL$. (Zapremina valjka je $V = SL$)

Sprovođenje ovog plana izgleda ovako:

$$I^2 = \frac{cm\Delta t}{R\tau} = \frac{cm\Delta t}{\rho \frac{L}{S}\tau} = \frac{cSm\Delta t}{\rho L\tau} = \frac{\frac{m}{DL}cm\Delta t}{\rho L\tau} \Rightarrow I^2 = \frac{m^2c\Delta t}{\rho L^2D\tau} \Rightarrow I = \frac{m}{L} \sqrt{\frac{c\Delta t}{\rho D\tau}} \Rightarrow$$

$$I = \frac{10^{-3}}{1} \sqrt{\frac{500 * 1600}{1.2 * 10^{-7} * 7900 * 1}} \left(\frac{kg}{m} \sqrt{\frac{\frac{J}{kgK} K}{\Omega m \frac{kg}{m^3} s}} \right) \Rightarrow I = 29 A.$$

Opet jedinice pišemo posebno od brojnih vrednosti. Smatram da je ovaj način pregledniji. Korisno je i sređivati jedinice, obnavljaju se relacije i formule u vezi definicija tih veličina.

Pod korenom se skrati kelvin i kelvin, metar i metar. Džul ćemo zameniti iz Džulovog zakona u obliku gore navedenom. $J = \Omega A^2 s$

$$\left(\frac{kg}{m} \sqrt{\frac{\frac{J}{kgK} K}{\Omega m \frac{kg}{m^3} s}} \right) = \frac{kg}{m} \sqrt{\frac{\Omega A^2 s}{kg \frac{kg}{m^2} s}} = \frac{kg}{m} \sqrt{\frac{A^2 m^2}{kg^2}} = A. \quad (Q.E.D.)$$

Dosledno pisanje jedinica ima veliku važnost, a možemo kontrolisati tačnost našeg rada.

Naprimera: **Reći bez ikakvog** računa koji je izraz tačan za paralelnu vezu tri otpornika,

$$R_e = \frac{R_1 R_2 R_3}{R_1 + R_2 + R_3}, \quad R_e = \frac{R_1 R_2 R_3}{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_1 R_3}, \quad R_e = \frac{R_1 R_2 R_3}{R_1 (R_2 + R_3)}$$

Posmatrajte jedinice datih izraza, a i simetriju izraza.

Zašto je dati izraz za površinu četvorougla sa stranicama a,b,c,d pogrešan. (Ova formula se nalazi u jednom priručniku za matematiku). Svojim ostrim fizičarskim okom odmah morate uočiti uzrok.

$$P = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)(s-d)} \quad \text{gde je } s = \frac{a+b+c+d}{2} \text{ poluobim}$$

120.* Rešenje:

Obeležićemo struje u kolu i neke tačke.sl. 120 – 1

Ampermetar je zanemarljivog otpora pa se tačke C i D mogu spojiti. Dobili bi kolo kao na sl. 120 –2

Između tačaka B i C otpor je 5Ω (paralelna veza), a otpor između A i C je 15Ω . Sl. 120 – 2

Konačno, ukupan otpor u kolu je $7,5 \Omega$, paralelna veza dva otpora 15Ω . . Sl. 120 –3

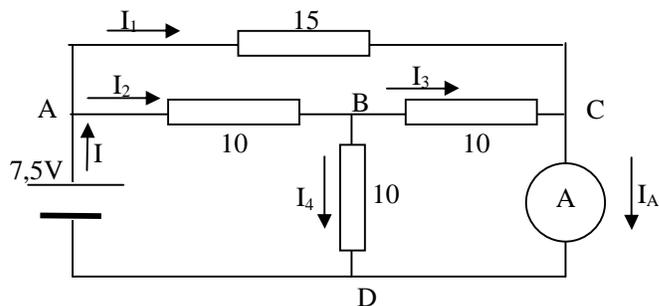
Struja u kolu je $I = U/R = 1 A$.

Ta struja se grana na dva dela u tački A: $I_1 = I_2 = \frac{1}{2} A$ sl.120–2

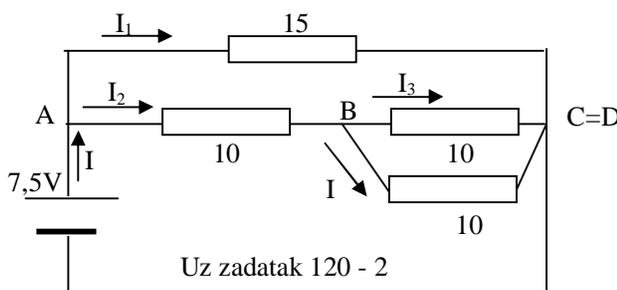
Struja I_2 grana se u tački B na dva jednaka dela: $I_3 = \frac{1}{4} A$. Sl. 120 –2

Konačno na sl. 120 –1 Vidimo u tački C da je $I_A = I_3 + I_1$

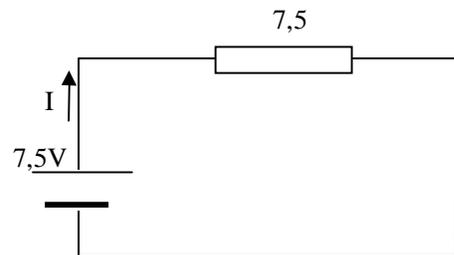
$\Rightarrow I_A = \frac{3}{4} A$.



Uz zadatak 120 – 1



Uz zadatak 120 - 2



Uz zadatak 120 –3

121. Rešenje:**

Obeležićemo još neke tačke u kolu. (obratite pažnju na tačku b) sl. 121 -1

Dva otpora između e) i f) su paralelno vezana i daju otpor 5Ω .

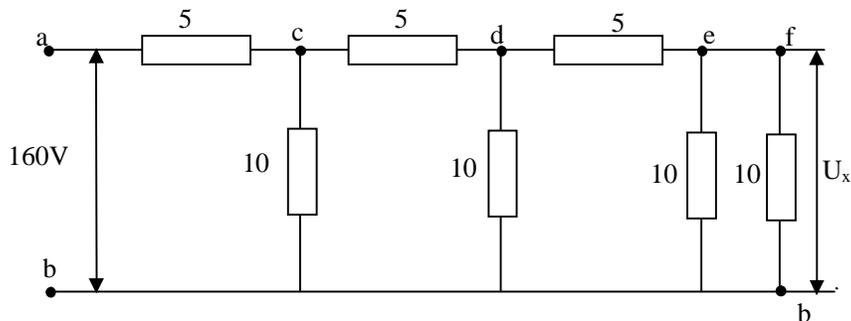
Nova slika je : sl.121.-2

Zbog redne veze i jednakosti otpora napon na **de** je takođe U_x a otpor **deb** 10Ω .

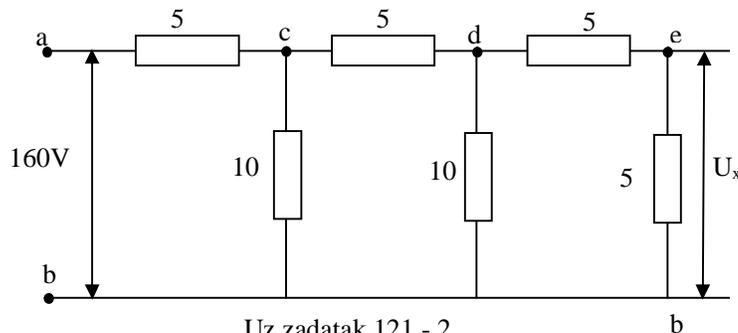
Sada slika izgleda ovako: Sl: 121 - 3

Priča se ponavlja: paralelna veza dva otpora od 10Ω daju otpor 5Ω sl. 121 - 4

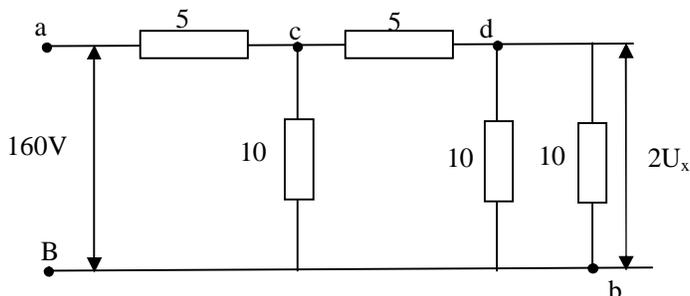
Napon na cd je takođe $2U_x$ što na delu cdb daje $4 U_x$ sl. 121 -5



Uz zadatak 121 - 1

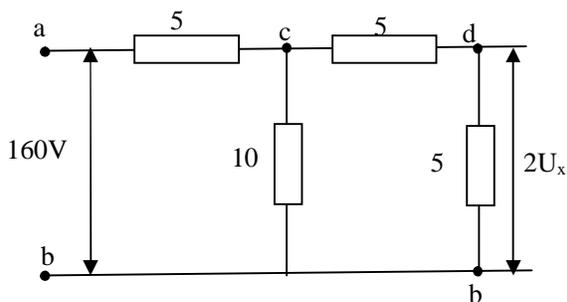


Uz zadatak 121 - 2

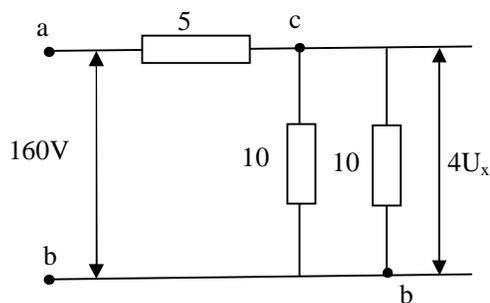


Uz zadatak 121 - 3

Opet dva paralelna otpora 10Ω daju 5Ω sl. Napon na **ac** je takođe $4U_x$, sl. 121 - 5
Konačno, ukupan napon **acb** je $8 U_x$.
 $8U_x = 160 \text{ V}$. $U_x = 20 \text{ V}$.



Uz zadatak 121 -4

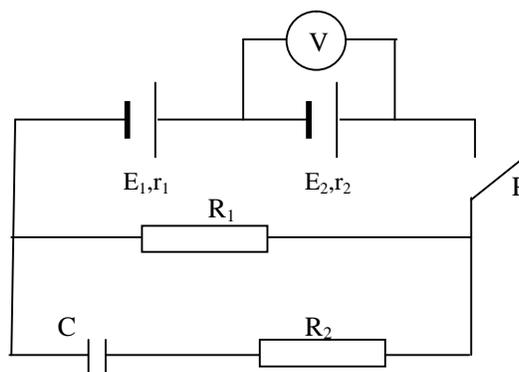


Uz zadatak 121 -5

122. Rešenje:**

$E_1 = E_2 = E$; $r_1 = 0,1 \Omega$, $r_2 = 1,1 \Omega$, $R_1 = 2,8 \Omega$, $R_2 = 1,12 \Omega$, $U_0 = 8 \text{ V}$, $U_2 = ?$

I ovakav zadatak je dat na takmičenju. Imamo slučaj da kolo nije u stacionarnom stanju. To znači da moramo uzeti u obzir i **struju kroz kondanzator**. Struja kroz kondanzator teče dok se kondenzator puni.



Kroz idealni voltmetar ne protiče struja (unutrašnji otpor voltmetra je beskonačan) znači $E = U_0 = 8 \text{ V}$. ($E_1 = E_2 = E$)
Otpori su vezani paralelno.

$$R_E = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{2,8 * 1,12}{2,8 + 1,12} (\Omega) = 0,8 \Omega \quad I = \frac{E_1 + E_2}{r_1 + r_2 + R_e} = \frac{8 + 8}{0,1 + 1,1 + 0,8} \left(\frac{\text{V}}{\Omega} \right) = 8 \text{ A}$$

Napon na drugoj bateriji dobijamo iz Omovog zakona za celo kolo: $U_2 = E - IR_1 = 8 \text{ V} - 8 \text{ A} * 1,1 \Omega \Rightarrow U_2 = - 0,8 \text{ V}$.
Kada se kondenzator napuni struja više ne protiče kroz njega. Kaže se da je **postignuto stacionarno stanje**.
Otpor R_2 više ne igra nikakvu ulogu.

$$I = \frac{2E}{r_1 + r_2 + R_1} = \frac{16}{0,1 + 1,1 + 2,8} \left(\frac{\text{V}}{\Omega} \right) = 4 \text{ A}. \quad U_2 = E - Ir_2 = 8 \text{ V} - 4 \text{ A} * 1,1 \Omega \Rightarrow U_2 = 3,5 \text{ V}.$$

123.** Rešenje:

$E_1 = 6 \text{ V}$, $E_2 = 10 \text{ V}$, $C = 10 \mu\text{F}$, $\Delta q = ?$

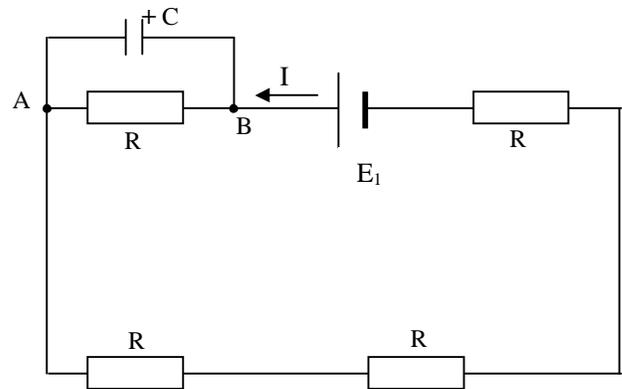
Prekidač je otvoren pa kolo izgleda kao na sl.123-1

U kolu je postignuto stacionarno stanje, što znači da kroz kondenzator ne protiče struja.

Plan rada je: izračunati struju u kolu, zatim napon između tačkaka A i B, jer je to napon na kondenzatoru, pa onda količinu elektriciteta na kondenzatoru.

$$I = \frac{E_1}{4R}, \quad U_{AB} = IR = \frac{E_1}{4R} * R = \frac{E_1}{4} \Rightarrow U_{AB} = 1,5 \text{ V}.$$

$$q_1 = CU_{AB} = 10 * 1,5 (\mu\text{FV}) \Rightarrow q_1 = 15 \mu\text{C}$$



Uz zadatak 123 - 1

Treba obratiti pažnju da struja teče od B ka A (od + ka -) pa je pozitivna ploča kondenzatora kao na crtežu.

U drugom slučaju, kada je prekidač uključen, kolo je kao na slici 123 - 2. Struja ne protiče kroz kondenzator jer je opet stacionaran režim.

Moramo izračunati struju I_3 i napon U_{AB} .

Primenjujemo Kirhofova pravila:

Čvor B:

$$I_3 + I_1 = I_2$$

Kontura B E₂ E₁ B :

$$E_1 + E_2 = I_2 R + I_1 R + I_1 R \Rightarrow E_1 + E_2 = I_2 R + 2I_1 R$$

Kontura B E₂ A B:

$$E_2 = I_2 R + I_3 R + I_3 R \Rightarrow E_2 = I_2 R + 2I_3 R$$

eliminisaćemo struju I_2 :

$$\left. \begin{array}{l} E_1 + E_2 = (I_3 + I_1)R + 2I_1 R \\ E_2 = (I_3 + I_1)R + 2I_3 R \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} E_1 + E_2 = 3I_1 R + I_3 R \\ E_2 = I_1 R + 3I_3 R \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{drugu jednačinu pomnožimo sa } - 3 \text{ i} \\ \text{dodamo prvoj, da bi eliminisali } I_1 \end{array}$$

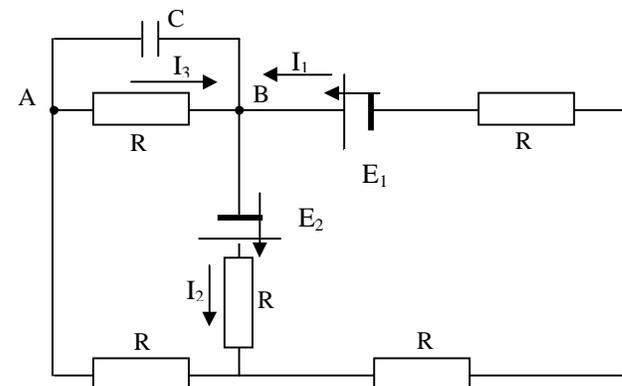
Dobijamo (za mlade specijalce to nije problem srediti jednačinu) $E_1 - 2E_2 = - 8 I_3$ dalje je $I_3 = 7R / 4$. Rezultat je pozitivan, što znači da je smer struje I_3 na crtežu dobar.

$$U_{AB} = I_3 R = 7/4 \text{ V}. \text{ Količina elektriciteta je sada } q_2 = CU_{AB} \Rightarrow q_2 = 17,5 \mu\text{C}$$

Zadatak nije gotov. Zapazite da struja I_3 teče od A ka B, što znači da je tačka A pozitivna u odnosu na tačku B i kondenzator je promenio polaritet!

Znači kondenzator sa q_1 se ispraznio pa napunio sa q_2 .

$$\text{Ukupna promena naelektrisanja je } q = q_1 + q_2 = 32,5 \mu\text{C}$$

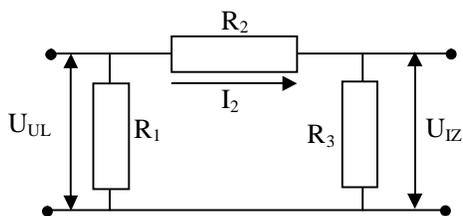


Uz zadatak 123 - 2

124.* Rešenje:

$U_{UL} = 100 \text{ V}$, $U_{IZ} = 40 \text{ V}$, $I_2 = 1 \text{ A}$, $U'_{IZ} = 60 \text{ V}$, $U'_{UL} = 15 \text{ V}$; $R_1 = ?$, $R_2 = ?$, $R_3 = ?$

Nacrtaćemo ova dva slučaja.



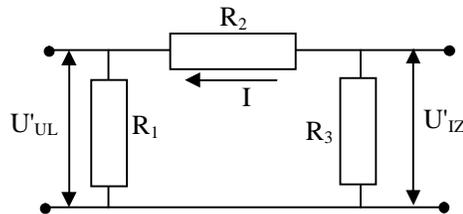
Sa prve slike čitamo:

$$U_{UL} = U_{R2} + U_{IZ}$$

$$U_{UL} = IR_2 + U_{IZ}$$

$$R_2 = \frac{U_{UL} - U_{IZ}}{I_2} = \frac{60}{1} \left(\frac{\text{V}}{\text{A}} \right) = 60 \Omega$$

Ista struja teče i kroz R_3 : $R_3 = U_{IZ}/I_2 = 40 \Omega$.



sa druge slike čitamo:

$$U'_{IZ} = IR_2 + U'_{UL}$$

$$IR_2 = U'_{IZ} - U'_{UL}$$

ista struja teče i kroz R_1 :

$$IR_1 = U'_{UL}$$

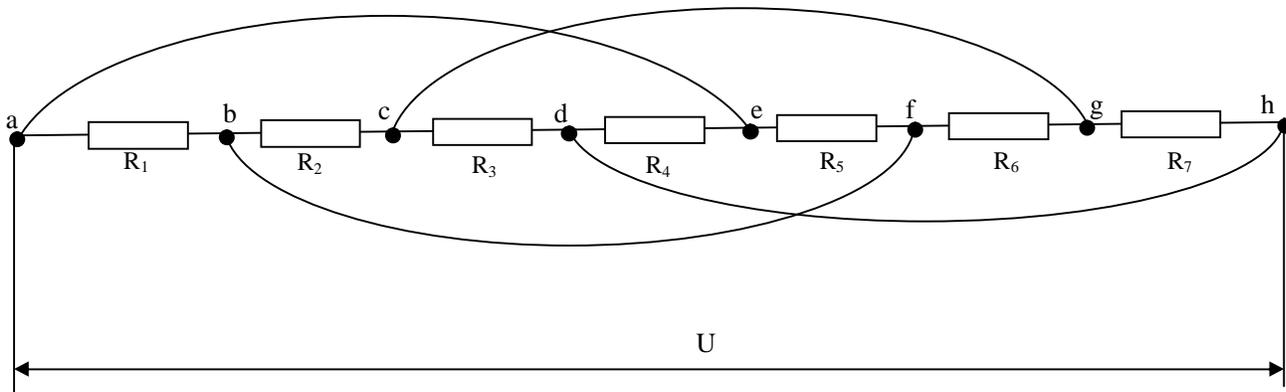
podelimo jednačine IR_2 i IR_1 :

$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{U'_{IZ} - U'_{UL}}{U'_{UL}} \Rightarrow \frac{60}{R_1} = \frac{45}{15} \Rightarrow R_1 = 20 \Omega$$

125. Rešenje:**

$R_1 = 1 \Omega$, $R_2 = 2 \Omega$, $R_3 = 3 \Omega$, $R_4 = 4 \Omega$, $R_5 = 5 \Omega$, $R_6 = 6 \Omega$, $R_7 = 7 \Omega$. $U = 53,2 \text{ V}$; $I_4 = ?$

Treba nacrtati pregledniju šemu. Obeležićemo tačke koje su spojene provodnicima.



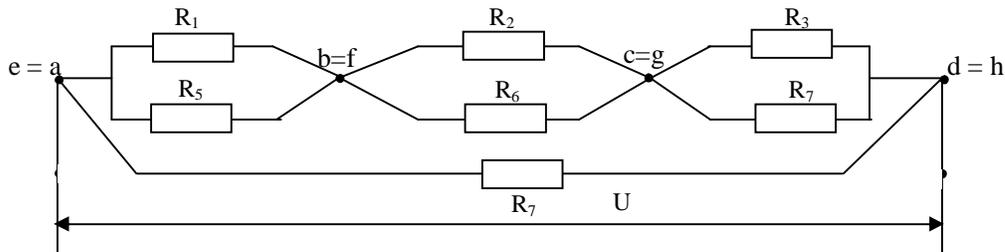
Tačke **a** i **e** su na istom potencijalu jer između njih nema otpora. Isto važi i za tačke **b** i **f**. Ako tačku **a** preslikamo tačku **e**, kao i **b** u **f** vidimo da su R_1 i R_5 vezani paralelno.

Dalje, **b** prevučemo u tačku **f**, a tačku **c** u tačku **g**, pa su R_2 i R_6 paralelno vezani.

Isto važi i za R_3 i R_7 (obrazložite).

R_4 povezuje početak i kraj veze. Jer $e = a$, $d = h$. to znači da je R_4 paralelno sa celom šemom.

Nacrtano izgleda ovako:



Odmah možemo izračunati struju kroz R_4 : $I_4 = U/R_4 = 53,2/4 \Rightarrow I_4 = 13,3 \text{ A}$

Izračunavanje otpora gornje grane:

$$R_{15} = \frac{R_1 R_5}{R_1 + R_5} = \frac{1 \cdot 5}{6} \Omega = 0,83 \Omega; R_{26} = \frac{R_2 R_6}{R_2 + R_6} = 1,5 \Omega; R_{37} = \frac{R_3 R_7}{R_3 + R_7} = 2,1 \Omega.$$

Ukupan otpor gornje grane je $R_e = R_{15} + R_{26} + R_{37} = 4,43 \Omega$.

Struja kroz tu granu: $I = 53,2/4,43 = 12 \text{ A}$.

Napon na prvom delu je $U_{12} = R_{15} I = 10 \text{ V}$. $I_1 = 10/1 = 10 \text{ A}$; $I_5 = 10/5 = 2 \text{ A}$.

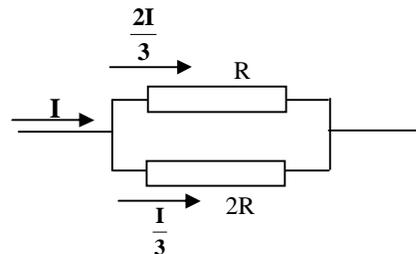
Drugi deo: $U_{26} = R_{26} I = 18 \text{ V}$ $I_2 = 18/2 = 9 \text{ A}$, $I_6 = 18/6 = 3 \text{ A}$.

Treći deo: $U_{37} = R_{37} I = 25,2 \text{ V}$. $I_3 = 25,2/3 = 8,4 \text{ A}$. $I_7 = 25,2/7 = 3,6 \text{ A}$.

126.** Rešenje:

$I_A = 32 \text{ mA}$, $I_X = ?$

Uvodni zadatak. Prethodno pogledajte ovu raspodelu struje: biće nam potrebno za objašnjenje zadatka. Ovo možete sami dokazati.



Obeležićemo neke tačke u kolu i nacrtati raspored struja.

Krenućemo sa strujom $2I$ iz razloga udobnosti. U čvoru S struja se deli na dva jednaka dela, jer su otpori isti. U čvoru C i D struja se deli kao u uvodnom zadatku.

U čvoru T se struje sabiraju pa je $I_A = \frac{4I}{3}$ ili $32 \text{ mA} = \frac{4I}{3}$ ulazna struja je $2I = 48 \text{ mA}$

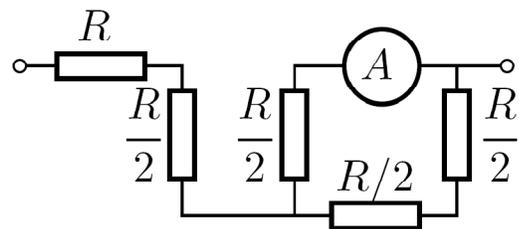
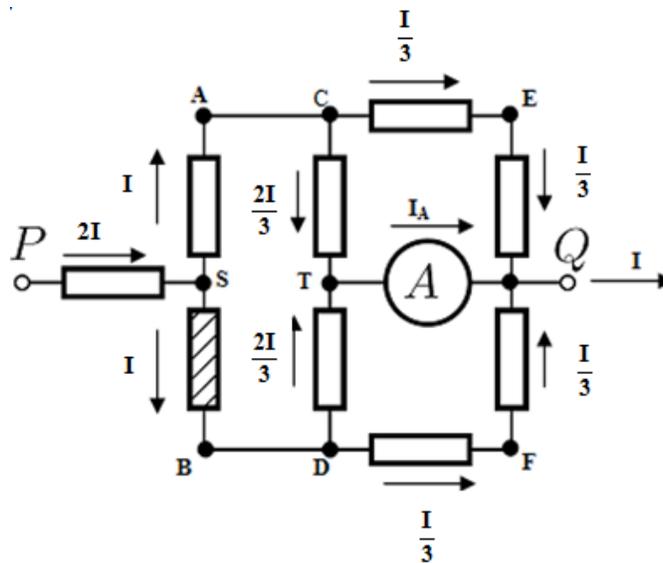
Sad treba izračunati napon U_{PQ} , zbog izračunavanja druge struje, napon se ne menja.

Zbog simetrije zaključujemo da su tačke A i B na istom potencijalu pa se mogu spojiti. To znači da su otpori u granama SA i SB paralelno vezani pa je njihov zbir $R/2$.

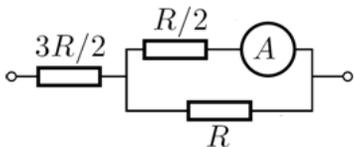
Isto važi za grane TC – TD; CE – DF; QE – QF.

Praktično, kao da crtež presavijemo po osi PQ i krajeve zalepimo po označenim tačkama.

Rezultat je sledeći:



Dalje je



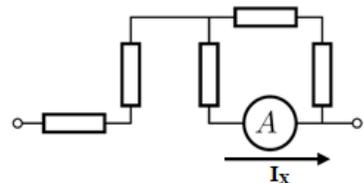
Ukupan otpor je $R_{ek} = \frac{3R}{2} + \frac{\frac{R}{2} R}{\frac{R}{2} + R} = \frac{11R}{6}$

napon U_{PQ} :

$$U_{PQ} = I_{ulaz} R_{ek} = 48 \frac{11R}{6} = 88R(mA)$$

Ako **pregori označeni otpornik** kolo će izgledati ovako:

Ovde je potrebno obrazloženje. Grane SB nema, a u temenu T neće biti grananja jer je otpor ampermetra nula, tako da će struja teći kroz ampermetar a ne kroz granu TD gde ima otpor. Kao da deo kola ispod ose PQ ne postoji.



Ukupan otpor ovog kola je $R_{ek} = 2R + \frac{2RR}{2R + R} = \frac{8R}{3}$

Napon U_{PQ} je konstantan pa nova struja:

$$I = \frac{U_{PQ}}{R_{ek}} = \frac{88R}{\frac{8R}{3}} (mA) = 33mA$$

Sada, po treći put, preraspodela struje iz uvodnog zadatka, kroz ampermetar teče $2/3$ ukupne struje: $I_X = 22 \text{ mA}$.

127. Rešenje:

Iskoristićemo jednu ideju iz prethodnog zadatka.

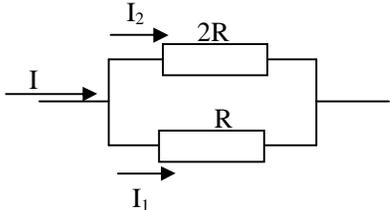
Ucrtaćemo smerove struja i otpore ampermetara.

Struja u čvoru B grana se na dva dela kao što smo videli u prethodnom zadatku, levo imaju $2R_A$ pa je struja $I_3 = I/3 = 1 \text{ A}$.

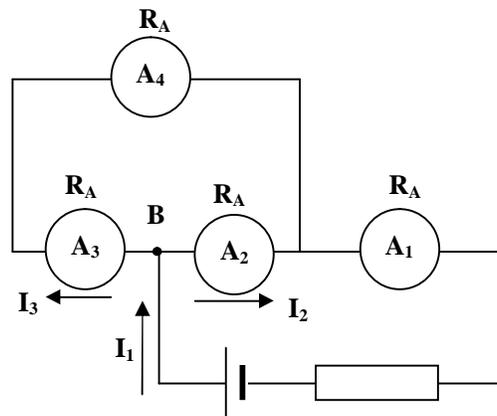
Tolika struja je i kroz A_4 , zbog redne veze. $I_4 = 1 \text{ A}$

Desno ima jedan R_A pa je struja $I_2 = 2I/3 = 2 \text{ A}$.

Evo i odgovora za deljenje struje.



Po Kirhofu $I = I_1 + I_2$
 Zbog paralelne veze naponi na otporima su isti:
 $I_1 R = I_2 \cdot 2R \Rightarrow I_1 = 2I_2$ zamenom u struje dobijamo traženu raspodelu.



128.* Rešenje:

$R = 50 \Omega$, $I_1 = 0,1 \text{ A}$, $I_2 = 0,05 \text{ A}$, $I_3 = 0,3 \text{ A}$, $R_A = 0$ (idealan ampermetar) $r = 0$ (idealan izvor) $\eta = ?$

Koeficijent korisnog dejstva se definiše kao količnik snage grejača i snage oslobođene u celom kolu.

Znači, treba izračunati struje u kolu i otpore (RI^2).

Iz trećeg slučaja zaključujemo da je struja kroz izvor $0,3 \text{ A}$; što važi i za drugi slučaj jer je $R_A = 0$.

Znači struja kroz nepoznat otpor $I_X = I_3 - I_2 = 0,25 \text{ A}$.

Dalje, naponi na nepoznatom otporu i grejaču su isti zbog paralelne veze.

$$U_X = U_R \Rightarrow R_X I_X = R I_2 \Rightarrow R_X = R I_2 / I_X \Rightarrow R_X = 10 \Omega$$

Još treba naći R_1 . Primenićemo Omov zakon za celo kolo za prvi i treći slučaj.

u trećem slučaju važi:

$$R_{AC} = \frac{R_X R}{R_X + R} = \frac{10 \cdot 50}{10 + 50} \left(\frac{\Omega^2}{\Omega} \right) \Rightarrow R_{AC} = 8,3 \Omega$$

U prvom slučaju $E = I_1(R_1 + R)$

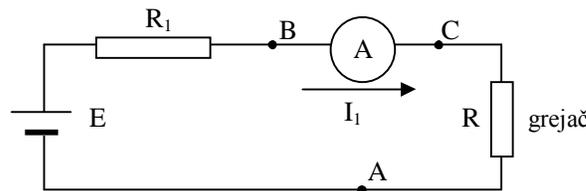
U trećem slučaju $E = I_3(R_1 + R_{AC})$

$E = E$

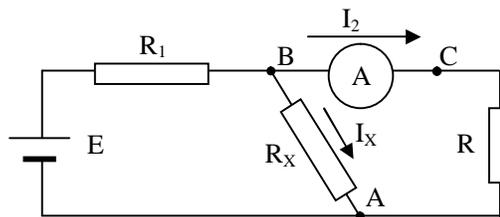
$$I_3(R_1 + R_{AC}) = I_1(R_1 + R)$$

$$I_3 R_1 + I_3 R_{AC} = I_1 R_1 + I_1 R \text{ odavde je}$$

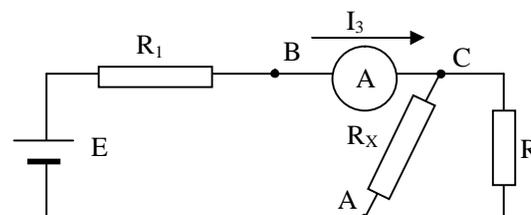
$$R_1 = \frac{I_1 R - I_3 R_{AC}}{I_3 - I_1} = \frac{0,1 \cdot 50 - 0,3 \cdot 8,3}{0,3 - 0,1} \left(\frac{A\Omega}{A} \right) = 12,55 \Omega$$



Uz zadatak 128 - 1



Uz zadatak 128 - 2



Uz zadatak 128 - 3

Koeficijenti korisnog dejstva su:

$$\eta_1 = \frac{RI_1^2}{(R+R)I_1^2} = \frac{R}{R+R_1} = \frac{50}{50+12,55} \left(\frac{\Omega}{\Omega} \right) \Rightarrow \eta_1 = 0,8 \text{ (80\%)}$$

$$\eta_1 = \eta_2 = \frac{RI_2^2}{(R+R_{AC})I_3^2} = \frac{50 \cdot 0,05^2}{(12,55+8,3)0,3^2} \left(\frac{\Omega A^2}{\Omega A^2} \right) \Rightarrow \eta_1 = \eta_2 = 0,067 \text{ (6,7\%)}$$

Ovde je potreban komentar. Ovakav zadatak je dat na državnom takmičenju (a i na sveruskoj olimpijadi) samo bez podatka za R (50 Ω). Sa ovim podatkom je lakše uraditi ovaj zadatak, izbegnutu je prekomerno matematiziranje, veća pažnja je obraćena na fiziku. Taj podatak ustvari nije potreban, jer se na kraju skrati. Zato, čim se plasirate na državno takmičenje dodajte jednu zvezdicu ovom zadatku i odmah ga uradite bez ovog podatka.

129. Rešenje:

Kolo sa ekvivalentnim izvorom izgleda ovako:

Omov zakon za celo kolo napisaćemo u ovom obliku: $\mathbf{E} = \mathbf{I}(\mathbf{r}+\mathbf{R})$

U sva četiri slučaja treba vezu između E, R i I, napisati u ovom obliku, pa upoređivati

a) Omov zakon u ovom slučaju glasi: $E_1 + E_2 = I(r_1 + r_2 + R)$
upoređivanjem zaključujemo: $\mathbf{E} = \mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2$; $\mathbf{r} = \mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2$

b) zamenimo E_2 sa $-E_2$

Rezultat je $\mathbf{E} = |\mathbf{E}_1 - \mathbf{E}_2|$; $\mathbf{r} = \mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2$

c)** prvo Kirhofovo pravilo:

$$I = I_1 + I_2$$

drugo Kirhofovo pravilo:

$$E_1 = I_1 r_1 + IR$$

$$E_2 = I_2 r_2 + IR$$

Iz ove dve relacije izračunaćemo I_1 i I_2 i zameniti u prvi Kirhofov zakon.

$$I_1 = \frac{E_1 - IR}{r_1}; I_2 = \frac{E_2 - IR}{r_2} \Rightarrow I = \frac{E_1 - IR}{r_1} + \frac{E_2 - IR}{r_2}$$

Sada ćemo da se oslobodimo razlomka. U tu svrhu ceo izraz pomnožićemo sa $r_1 r_2$ (svaki član)

$$I r_1 r_2 = (E_1 - IR) r_2 + (E_2 - IR) r_1 \Rightarrow I r_1 r_2 = E_1 r_2 - IR r_2 + E_2 r_1 - IR r_1$$

Prebacićemo sve članove koji sadrže I na jednu stranu pa I izvući ispred zagrade:

$$I(r_1 r_2 + R r_1 + R r_2) = E_1 r_2 + E_2 r_1 \Rightarrow I(r_1 r_2 + R(r_1 + r_2)) = E_1 r_2 + E_2 r_1$$

Sada treba sa usamimo R, da bi dobili početni izraz. Zbog toga ćemo ispred zagrade izvući član $(r_1 + r_2)$

$$I(r_1 + r_2) \left(\frac{r_1 r_2}{r_1 + r_2} + R \right) = E_1 r_2 + E_2 r_1 \Rightarrow I \left(\frac{r_1 r_2}{r_1 + r_2} + R \right) = \frac{E_1 r_2 + E_2 r_1}{r_1 + r_2}$$

Upoređivanjem sa izrazom

$$\mathbf{E} = \mathbf{I}(\mathbf{r}+\mathbf{R})$$

Zaključujemo:

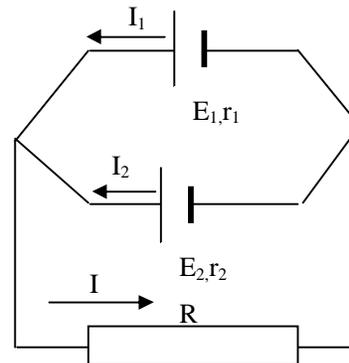
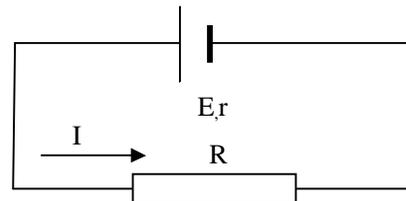
$$\mathbf{r} = \frac{\mathbf{r}_1 \mathbf{r}_2}{\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2}; \mathbf{E} = \frac{\mathbf{E}_1 \mathbf{r}_2 + \mathbf{E}_2 \mathbf{r}_1}{\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2}$$

Za slučaj d) zamenite E_2 sa $-E_2$

Matematička dopuna: (ovo smo već jednom pisali ali nije na odmet da ponovimo)

Ako iz nekog izraza izvlačimo član kojeg u njemu nema, taj izraz treba podeliti sa tim članom.

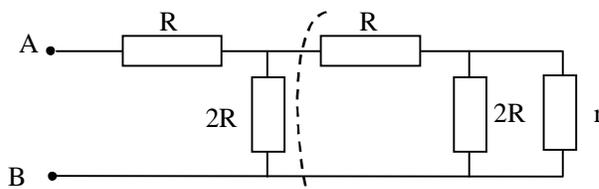
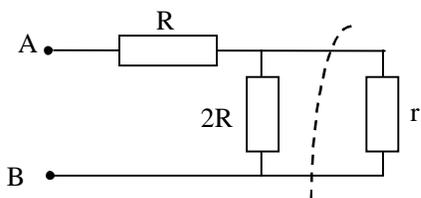
$$ab + c = a \left(b + \frac{c}{a} \right)$$



130*. Rešenje:

Jedan način za rešenje da se izračunaju otpori oba kola i izjednače.

Drugi način je da se delovi kola uporede.



Vidimo da je otpor r jednak rednoj vezi R i paralelnoj vezi 2R i r. Pretočeno u formule to izgleda ovako:

$$r = R + \frac{2Rr}{2R + r} \quad \text{Oslobodićemo se razlomka množenjem sa } (2R + r)$$

$$r(2R + r) = R(2R + r) + 2Rr \Rightarrow 2Rr + r^2 = 2R^2 + Rr + 2Rr \Rightarrow r^2 - Rr - 2R^2 = 0$$

Opet kvadratna jednačina! Kao što znamo rešava se po formuli

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Ovde je a = 1; b = -R; c = -2R² (nepoznata je r)

$$x_{1,2} = \frac{R \pm \sqrt{R^2 + 8R^2}}{2}$$

Uzimamo samo pozitivno rešenje (x) **r = 2R**

$$R_{AB} = R + \frac{2R * 2R}{2R + 2R} = 2R \quad \text{ili } R_{AB} = r$$

131*. Rešenje:

R₁ = R, R₂ = R, R₃ = R, E₁ = E, E₂ = 2E, E₃ = 4E; I_i = ?

Obeležićemo smerove EMS i smerove struja u kolu.

Posmatramo konturu E₂E₁R₂E₂: E₂ + E₁ = I₂R ⇒ I₂ = 3E/R

Kontura E₃R₃E₂E₃: E₃ - E₂ = I₃R ⇒ I₃ = 2E/R

Kontura E₁R₁R₃E₁: E₁ = -I₁R₁ + I₃R₃ ⇒ I₁ = E/R

svi rezultati za struje su pozitivni što znači da su izabrani smerovi struja dobri, kao na crtežu.

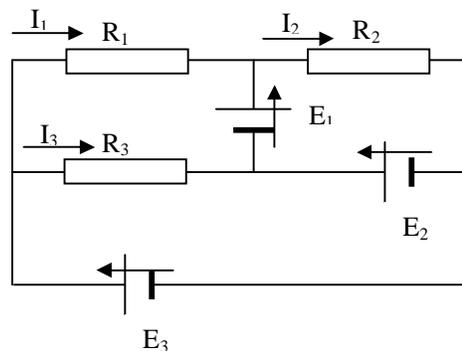
Za struje kroz izvore koristićemo prvo Kirhofovo pravilo.

$$I_1 + I_{E1} = I_2 \Rightarrow I_{E1} = 2E/R \quad \text{- smer u smeru } E_1$$

$$I_{E2} + I_3 = I_{E1} \Rightarrow I_{E2} = 0$$

$$I_{E3} = I_1 + I_3 \Rightarrow I_{E3} = 3E/R \quad \text{smer u smeru } E_3$$

Sitne račune u nalaženju struja prepuštam mladim fizičarima, kao i određivanje čvorova.



132. Rešenje:**

Nacrtaćemo smerove EMS u kolu i obeležiti neke tačke.

Izračunaćemo struju u kolu.

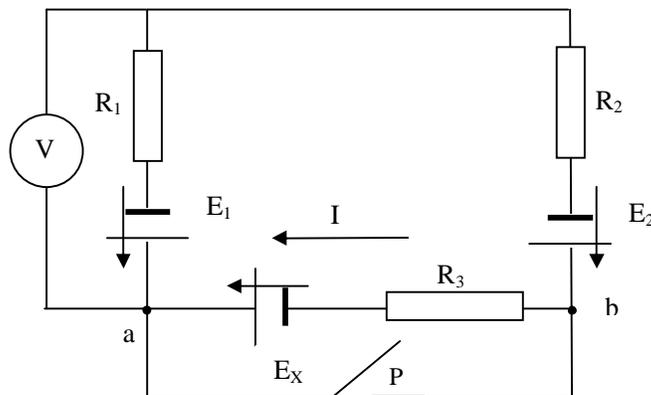
$$I = \frac{E_X - E_1 + E_2}{R_1 + R_2 + R_3}$$

Smer struje je uslovan, zavisi od veličina EMS

Uslov zadatka je da se prilikom uključivanja prekidača pokazivanje voltmetra ne menja. To znači da se stanje u kolu ne sme narušiti, ili da kroz granu uključenog prekidača ne sme da protiče struja (kao i da je isključen). To je jedino moguće ako je između tačaka a i b napon nula.

Da ga izračunamo:

$$\varphi_a - E_X + IR_3 = \varphi_b \Rightarrow \varphi_a - \varphi_b = E_X - IR_3 = 0$$



$$E_X - IR_3 = 0 \Rightarrow E_X - \frac{E_X - E_1 + E_2}{R_1 + R_2 + R_3} R_3 = 0$$

Oslobodićemo se razlomka množeći ceo izraz sa $(R_1 + R_2 + R_3)$

$E_X(R_1 + R_2 + R_3) = (E_X - E_1 + E_2)R_3$ Sređivanjem dolazimo do rezultata:

$$E_X = \frac{(E_2 - E_1)R_3}{R_1 - R_2}$$

133.** Rešenje:

$U_1 = 10 \text{ V}$, $U_3 = 8 \text{ V}$, $U_2 = ?$

Obeležićemo struje u kolu i otpore voltmetara.

Sa slike se vidi:

$$I_3 = \frac{U_3}{R_V}; \quad U_2 = I_3(R + R_V); \quad U_2 = \frac{U_3(R + R_V)}{R_V};$$

$$U_2 = U_3 \left(\frac{R}{R_V} + 1 \right)$$

Zapazite način pisanja, pošto su R i R_V nepoznati, bolje ih je držati zajedno.

Izraz je napisan po principu da se svaki član podeli sa R_V primer: $\frac{a+b}{b} = \frac{a}{b} + 1$

Da izračunamo te nepoznate: $\frac{R}{R_V} = \frac{U_2}{U_3} - 1 = \frac{U_2}{8} - 1 = \frac{U_2 - 8}{8}$

Dalje uočavamo: $U_1 = I_2 R + U_2$; struju izračunavamo iz Kirchofovog pravila:

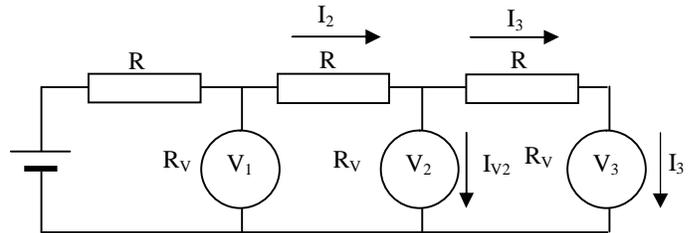
$I_2 = I_3 + I_{V2}$ tj. $I_2 = \frac{U_3}{R_V} + \frac{U_2}{R_V} \rightarrow I_2 = \frac{U_2 + U_3}{R_V}$ Zamena u izraz za U_1 daje:

$$U_1 = \frac{(U_2 + U_3)R}{R_V} + U_2 \Rightarrow 10 = \frac{(U_2 + 8)R}{R_V} + U_2 \Rightarrow 10 = (U_2 + 8) \frac{(U_2 - 8)}{8} + U_2$$

Ako ceo izraz pomnožimo sa 8 i sredimo (sigurno ste uočili razliku kvadrata), dobijamo našeg starog poznanika:

$U_2^2 + 8U_2 - 144 = 0$. Formula za rešavanje je: $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ $a=1, b=8, c=-144$ (nepoznata je U_2)

Rešenje je $U_2 = 8,65 \text{ V}$. Drugo rešenje je negativno.



134*. Rešenje:

$R_1 = 1,8 \Omega$, $R_2 = 2 \Omega$, $R_3 = 3 \Omega$, $E = 2,8 \text{ V}$, $I_A = 0,48 \text{ A}$; $r = ?$, $P = ?$ ($R_A = 0$)

Nacrtaćemo uključeno kolo i smerove struja. Treba da uočimo da su naponi na R_2 i R_3 isti zbog paralelne veze. ($R_A = 0$)

$I_A R_2 = I_3 R_3 \Rightarrow I_3 = I_A R_2 / R_3 \Rightarrow I_3 = 0,32 \text{ A}$.

Dalje je $I_1 = I_A + I_3 \Rightarrow I_1 = 0,8 \text{ A}$.

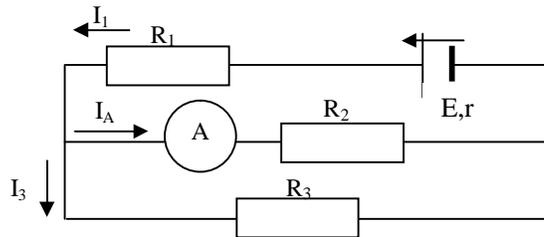
Sad možemo primeniti drugo Kirchofovo pravilo za konturu

E, R_1, R_2, E .

$E = I_1 r + I_1 R_1 + I_A R_2$ odavde je

$$r = \frac{E - I_1 R_1 - I_A R_2}{I_1} \Rightarrow r = \frac{2,8 - 0,8 \cdot 1,8 - 0,48 \cdot 2}{0,8} \left(\frac{V = A \Omega}{A} \right) \Rightarrow r = 0,5 \Omega.$$

Snaga oslobođena u izvoru $P = r I_1^2 = 0,5 \cdot 0,8^2 (\Omega A^2) \Rightarrow P = 0,32 \text{ W}$.



135**. Rešenje:

$R_1 = 50 \Omega$, $R_2 = 70 \Omega$, $R_3 = 130 \Omega$, $E_1 = 6 \text{ V}$, $E_2 = 2 \text{ V}$; $\varphi_A - \varphi_B = ?$

Plan rada. Traženu razliku potencijala naći ćemo iz konture A, E_2, R_1 B.

Ona iznosi: (kao što smo već više puta videli)

$\varphi_A - E_2 + I_1 R_1 = \varphi_B \Rightarrow \varphi_A - \varphi_B = E_2 - I_1 R_1$

znači treba da izračunamo I_1

prvo Kirhofovo pravilo :

$I_1 + I_2 = I_3$ (struja I_3 je dva puta nacrtana radi boljeg uočavanja čvora,

$r_2 = 0$, kroz kondenzator struja ne protiče)

Drugo: kontura E_2, R_3, R_2, E_2 (tim smerom)

$$E_2 = I_3 R_3 + I_2 R_2$$

Kontura E_1, R_1, R_2, E_1 (tim smerom)

$$E_1 = I_1 R_1 - I_2 R_2$$

Zameni ćemo struju I_3

$$\left. \begin{aligned} E_2 &= (I_1 + I_2)R_3 + I_2 R_2 \\ E_1 &= I_1 R_1 - I_2 R_2 \end{aligned} \right\}$$

Radi lakšeg izračunavanja
zameni ćemo brojne vrednosti
Sređivanjem dobijamo:

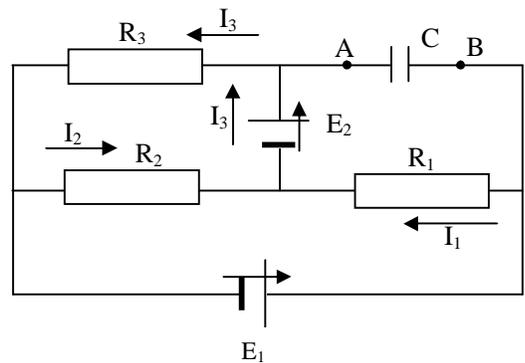
$$2 = 130I_1 + 200I_2$$

$$6 = 50I_1 - 70I_2$$

Sada gornju jednačinu pomnožimo sa 70 a donju sa 200. Posle kraćih izračunavanja (**PKI**) dobijamo:

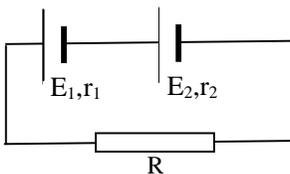
$$I_1 = 0,07 \text{ A}$$

$$\text{Zamenom u izraz za potencijal: } \varphi_A - \varphi_B = E_2 - I_1 R_1 \Rightarrow \varphi_A - \varphi_B = -1,5 \text{ V.}$$

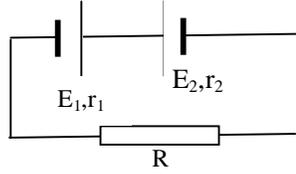


136. Rešenje:

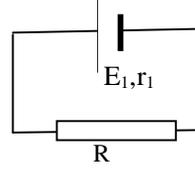
$R = 50 \Omega$, $I_1 = 2 \text{ A}$, $I_2 = 0,5 \text{ A}$, $I_3 = 1,5 \text{ A}$, $I_4 = 1 \text{ A}$, $E_1 = ?$, $E_2 = ?$, $r_1 = ?$, $r_2 = ?$.



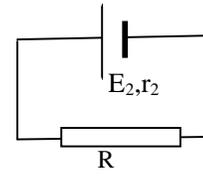
Uz zadatak 135 - 1



Uz zadatak 135 - 2



Uz zadatak 135- 3



Uz zadatak 135 - 4

Napisaćemo Omov zakon za celo kolo u sva četiri slučaja.

$$E_1 + E_2 = I_1(r_1 + r_2 + R)$$

$$E_1 - E_2 = I_2(r_1 + r_2 + R)$$

$$E_1 = I_3(r_1 + R)$$

$$E_2 = I_4(r_2 + R)$$

U prve dve jednačine zameni ćemo elektromotorne sile iz treće i četvrte jednačine.

$$\left. \begin{aligned} I_3(r_1 + R) + I_4(r_2 + R) &= I_1(r_1 + r_2 + R) \\ I_3(r_1 + R) - I_4(r_2 + R) &= I_2(r_1 + r_2 + R) \end{aligned} \right\}$$

Radi lakšeg rešavanja
zameni ćemo brojne vrednosti

$$\left. \begin{aligned} 1,5(r_1 + 50) + 1(r_2 + 50) &= 2(r_1 + r_2 + 50) \\ 1,5(r_1 + 50) - 1(r_2 + 50) &= 0,5(r_1 + r_2 + 50) \end{aligned} \right\}$$

Izmnožićemo i grupisati
članove

$$\left. \begin{aligned} -0,5r_1 - r_2 &= -2,5 \\ r_1 - 1,5r_2 &= 0 \end{aligned} \right\}$$

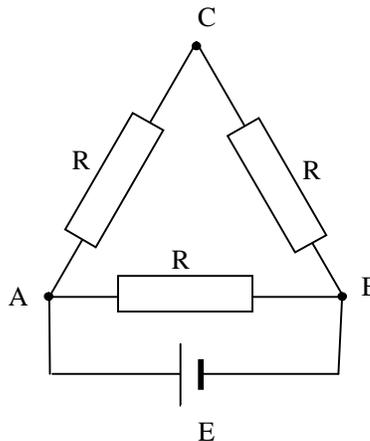
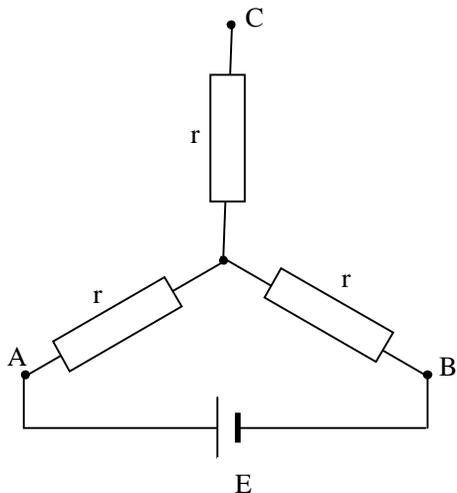
$$\Rightarrow r_1 = 1,5r_2 \text{ zameni mo u prvu}$$

$$r_2 = 1,43 \Omega, r_1 = 2,14 \Omega$$

$$\text{zamenom u treću i četvrtu jednačinu dobijama : } E_1 = 10,71 \text{ V, } E_2 = 6,43 \text{ V.}$$

137. a) rešenje:

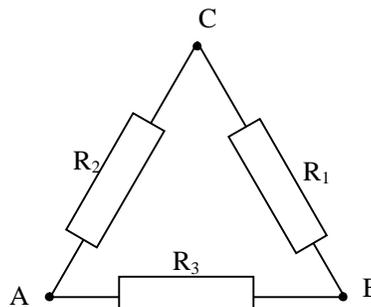
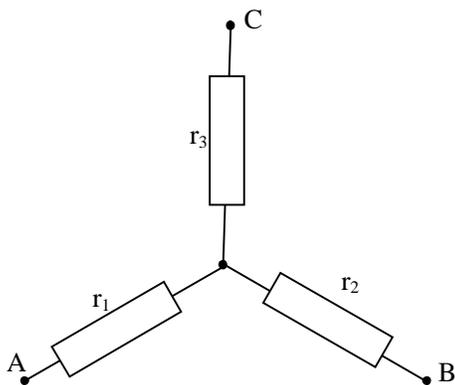
Da bi zamena šema bila odgovarajuća, neophodno je da otpori između odgovarajućih tačaka budu jednaki. U ovom slučaju računamo otpore između tačaka A i B.



U zvezdi imamo rednu vezu dva otpora r , a u trouglu paralelnu vezu otpora R i $2R$.

$$r + r = \frac{2RR}{2R + R} \Rightarrow 2r = \frac{2R}{3} \Rightarrow \mathbf{R = 3r}$$

b)**



Opet je isti uslov: između odgovarajućih tačaka treba da bude isti otpor.

$$AB: r_1 + r_2 = \frac{R_3(R_1 + R_2)}{R_1 + R_2 + R_3}; \quad BC: r_2 + r_3 = \frac{R_1(R_2 + R_3)}{R_1 + R_2 + R_3}; \quad CA: r_1 + r_3 = \frac{R_2(R_1 + R_3)}{R_1 + R_2 + R_3}$$

$$AB - BC: r_1 - r_3 = \frac{R_3(R_1 + R_2)}{R_1 + R_2 + R_3} - \frac{R_1(R_2 + R_3)}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{R_2R_3 - R_2R_1}{R_1 + R_2 + R_3}$$

$$(AB - BC) + AC: 2r_1 = \frac{2R_2R_3}{R_1 + R_2 + R_3} \Rightarrow \mathbf{r_1 = \frac{R_2R_3}{R_1 + R_2 + R_3}}$$

Nadam se da će mladi specijalci uspešno savladati ovaj niz jednačina.

Sada ostala dva rešenja. Razgledajte indekse pa zaključite. Ova zamena indeksa može biti važna u nekim zadacima i treba je zapamtiti.

$$\mathbf{r_2 = \frac{R_1R_3}{R_1 + R_2 + R_3}} \quad \text{treće rešenje prepuštam vama da ga napišete.}$$

I ovaj zadatak pod b)** prevazilazi nivo osmog razreda. Radimo ga za svaki slučaj, ko zna šta takmičarskoj komisiji može da padne na pamet.

138. *Rešenje:

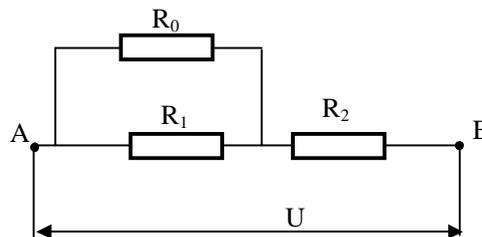
Nacrtaćemo ekvivalentnu šemu.

Plan rada. Naći ćemo ukupan otpor u kolu, struju i na kraju napon na R_0 .

Delovi otpornika sa klizačem iznose:

$R_1 : x = R : L$ (otpor je upravo srazmeran rastojanju od početka)

$$R_1 = \frac{Rx}{L}; \text{ kao i } R_2 = \frac{R(L-x)}{L}$$



Otpor paralelne veze je:

$$R_{ek} = \frac{R_1 R_0}{R_1 + R_0} = \frac{\frac{Rx}{L} R_0}{\frac{Rx}{L} + R_0} = \frac{RR_0 x}{Rx + R_0 L}$$

Ukupan otpor je:

$$R_{ukup} = R_{ek} + R_2 \Rightarrow R_{ukup} = \frac{RR_0 x}{Rx + R_0 L} + \frac{R(L-x)}{L}$$

Struja u kolu i traženi napon su: $I = \frac{U}{R_{ukup}}; U_0 = IR_{ek}; U_0 = U \frac{R_{ek}}{R_{ukup}}; U_0 = U \frac{\frac{RR_0 x}{Rx + R_0 L}}{\frac{RR_0 x}{Rx + R_0 L} + \frac{R(L-x)}{L}}$

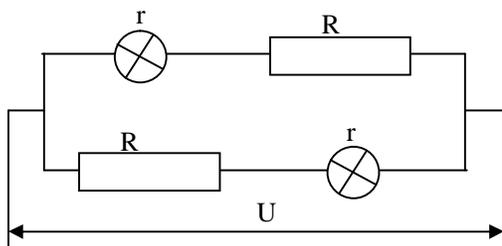
Ovde ćemo se zaustaviti, da sad je fizika ostatak računa je matematiziranje. Za najupornije rešenje je (R se svuda skrati po brojiocima):

$$U_0 = \frac{R_0 L x}{R_0 L x + (R x + R_0 L)(L - x)}$$

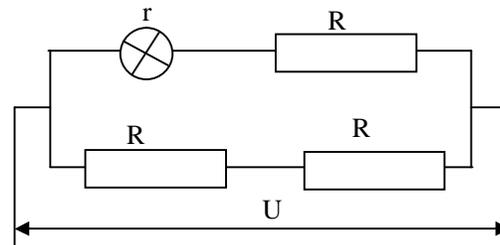
139. * Rešenje: $R = 3 \Omega, r = ?$

Snagu oslobođenu u kolu računamo po formuli $P = \frac{U^2}{R_{ek}}$

Znači treba naći ekvivalentni otpor u oba slučaju.



Uz zadatak 139 – 1



Uz zadatak 139 – 2

U prvom slučaju otpor je: $R_{ek1} = \frac{(R+r)(R+r)}{R+r+R+r} = \frac{R+r}{2}$

U drugom slučaju: $R_{ek2} = \frac{2R(R+r)}{2R+R+r} = \frac{2R(R+r)}{3R+r}$

Snage su $P_1 = \frac{2U^2}{R+r}; P_2 = \frac{U^2 * (3R+r)}{2R(R+r)}; P_2 = kP_1 \Rightarrow \frac{U^2 * (3R+r)}{2R(R+r)} = k \frac{2U^2}{R+r}$

Skraćivanjem napona i unakrsnim množenjem dobijamo: $r = R(4k - 3) \Rightarrow (k = 2, R = 3 \Omega) r = 15 \Omega$

140.* Rešenje:

$U = 10 \text{ V}, R_1 = R_5 = 20 \Omega, R_2 = R_4 = 10 \Omega, R_3 = 5 \Omega; P_1 = ?$

Treba zapaziti da su otpornici R_1 i R_5 paralelno vezani sl.140 – 1

$$R_{15} = \frac{R_1 R_5}{R_1 + R_5} = 10 \Omega$$

Kolo izgleda ovako sl. 140 – 2

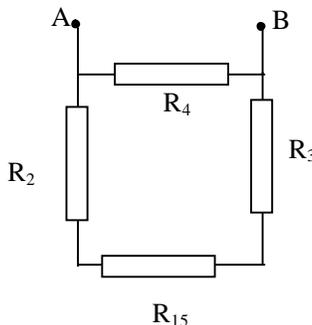
Struja kroz otpornike $R_2, R_{15},$ i R_3 iznosi:

$$I = \frac{U}{R_2 + R_{15} + R_3} = 0,4 \text{ A.}$$

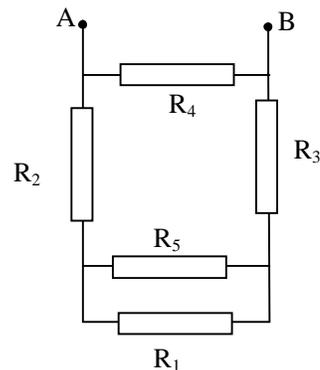
Sad se opet vraćamo na sl. 139 – 1, ta struja se deli na dva jednaka dela kroz R_1 i kroz R_5 .

$I_1 = 0,2 \text{ A.}$

$$P_1 = R_1 I_1^2 \Rightarrow P_1 = 0,8 \text{ W.}$$



Uz zadatak 140 – 2



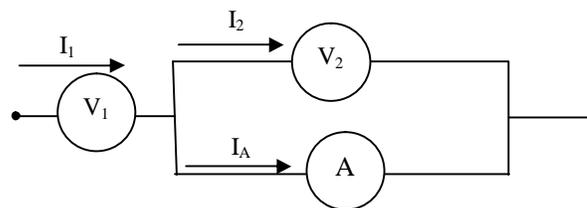
Uz zadatak 140 – 1

141. Rešenje:

$U_1 = 1 \text{ V}, U_2 = 0,1 \text{ V}, I_A = 1 \text{ mA} = 0,001 \text{ A}, R_A = ?, R_V = ?$

Zbog paralelne veze napon i na ampermetru je U_2 :

$$R_A = \frac{U_2}{I_A} = 100 \Omega$$



Po Kirhifovom pravilu $I_1 = I_2 + I_A \Rightarrow I_1 - I_2 = I_A$:

$$\frac{U_1}{R_V} - \frac{U_2}{R_V} = I_A \Rightarrow \frac{U_1 - U_2}{R_V} = I_A \Rightarrow R_V = \frac{U_1 - U_2}{I_A} \Rightarrow R_V = 900 \Omega$$

142.* Rešenje:

Dato kolo se sastoji od dve konture koje imaju jedan zajednički element, središnji otpor R . kroz njega teče zbir struja I_1 i I_2 .

Drugo Kirhofovo pravilo primenjeno na te dve konture:

$$\left. \begin{aligned} E_1 &= I_1 r_1 + I_1 R + (I_1 + I_2) R \\ E_2 &= I_2 r_2 + I_2 R + (I_1 + I_2) R \end{aligned} \right\}$$

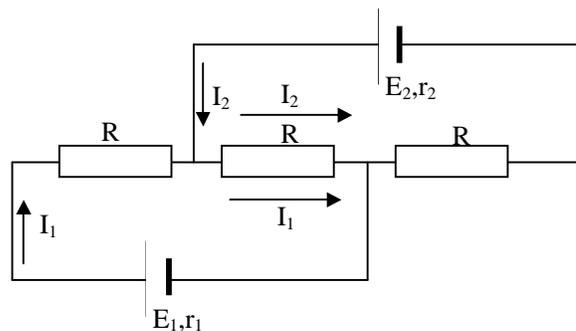
Uslov zadatka je $I_1 = I_2 = I$

$$\left. \begin{aligned} E_1 &= I r_1 + 3IR \\ E_2 &= I r_2 + 3IR \end{aligned} \right\} \Rightarrow \begin{aligned} E_1 &= I(r_1 + 3R) \\ E_2 &= I(r_2 + 3R) \end{aligned}$$

Ako podelimo jednačine i izvršimo unakrsno množenje:

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{I(r_1 + 3R)}{I(r_2 + 3R)} \Rightarrow E_1(r_2 + 3R) = E_2(r_1 + 3R)$$

$$R = \frac{E_2 r_1 - E_1 r_2}{3(E_1 - E_2)}$$

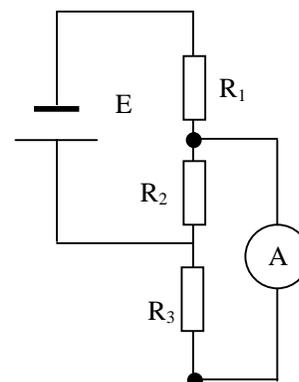


143. Rešenje:

$R_1 = 20 \Omega, R_2 = 40 \Omega, R_3 = 60 \Omega, E = 10 \text{ V}; I = ?$

Pošto je otpor ampermetra zanemarljiv, kolo možemo nacrtati kao: (R_2 i R_3 su u paralelnoj vezi. Označene tačke su na istom potencijalu i mogu se spojiti)

Izračunaćemo ukupan otpor u kolu i struju:



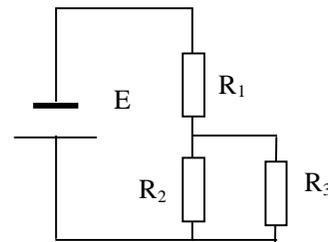
$$R_{EK} = R_{2,3} + R_1 = \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} + R_1 = 44 \Omega; \quad I = \frac{E}{R_{EK}} = \frac{10}{44} \text{ A.}$$

Napon na otpornicima R_2 i R_3 je isti i iznosi:

$$U = IR_{2,3} = \frac{60}{11} \text{ V.}$$

Kroz ampermetar i otpor R_3 teče ista struja: (vratiti se na prvu sliku.)

$$I = \frac{U}{R_3} = \frac{1}{11} \text{ A.}$$



Ako ampermetar i izvor zamene mesta, postupak je isti samo su sada u paralelnoj vezi R_1 i R_2 . Dobija se isti rezultat $I = 1/11 \text{ A}$.

Poučno je da ovaj zadatak uradimo u opštim brojevima.

$$R_{EK} = R_{2,3} + R_1 = \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} + R_1 = \frac{R_2 R_3 + R_1 R_2 + R_1 R_3}{R_2 + R_3}$$

$$U = \frac{E}{\frac{R_2 R_3 + R_1 R_2 + R_1 R_3}{R_2 + R_3}} \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} \Rightarrow U = \frac{E R_2 R_3}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3}$$

$$I = \frac{U}{R_3} \Rightarrow I = \frac{E R_2}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3}$$

Vidimo da je izraz simetričan u odnosu na indekse, R_2 je u istoj ulozi i u prvom i u drugom slučaju (vidi se na prvoj slici), rezultat u oba slučaja je isti.

Nešto slično smo videli u zadatku 137 b), kao i 119, rešenje.

144. Rešenje:

$$R = 4 \Omega, \quad I_1 = nI_2; \quad r = ?$$

Izračunavamo ekvivalentni otpor i struju u oba slučaja, u slučaju otpora u oba slučaja je paralelna veza.

$$R_{AB} = \frac{\frac{3R}{4}}{\frac{3R}{4} + \frac{R}{4}} = \frac{3R}{16}; \quad I_1 = \frac{E}{r + \frac{3R}{16}}$$

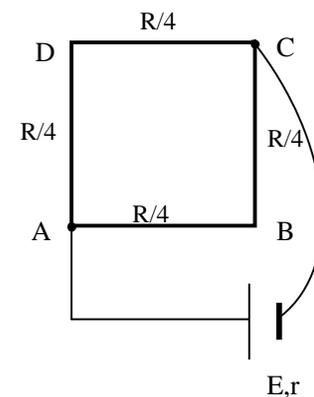
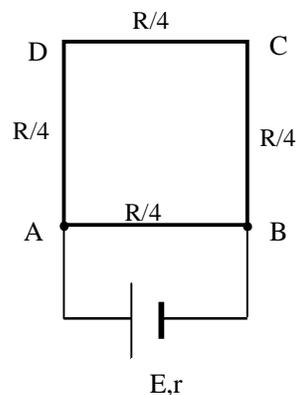
$$R_{AC} = \frac{\frac{R}{R}}{\frac{2}{R}} = \frac{R}{4}; \quad I_2 = \frac{E}{r + \frac{R}{4}}$$

Primenićemo relaciju
 $I_1 = nI_2$

$$\frac{E}{r + \frac{3R}{16}} = n \frac{E}{r + \frac{R}{4}} \Rightarrow \frac{1}{r + \frac{3R}{16}} = \frac{n}{r + \frac{R}{4}} \Rightarrow r + \frac{R}{4} = n \left(r + \frac{3R}{16} \right)$$

Posle unakrsnog množenja i sređivanja dobijamo (PKI):

$$r = \frac{(4 - 3n)R}{16(n - 1)} = 0,5 \Omega$$



145. Rešenje:

$R_A = 30 \Omega$, $U = 120 \text{ V}$, $\Delta I = 1 \text{ A}$, $R_1, R_2, R_3 = ?$

Pri isključenom otporniku (uključen je samo ampermetar) struja u kolu je

$$I_0 = \frac{U}{R_A} = \frac{120}{30} \left(\frac{\text{V}}{\Omega} \right) \Rightarrow I_0 = 4 \text{ A.}$$

Ako se uključi još R_1 struja treba da se smanji za $\Delta I = 1 \text{ A}$:

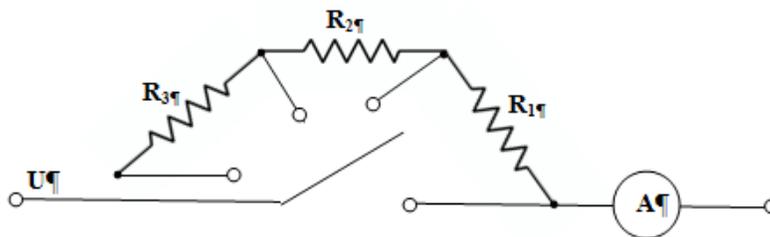
$$I_0 - \Delta I = \frac{U}{R_A + R_1} \Rightarrow R_A + R_1 = \frac{U}{I_0 - \Delta I} \Rightarrow R_1 = \frac{U}{I_0 - \Delta I} - R_A \Rightarrow R_1 = 10 \Omega$$

Uključeno R_1 i R_2 :

$$I_0 - 2\Delta I = \frac{U}{R_A + R_1 + R_2} \Rightarrow R_A + R_1 + R_2 = \frac{U}{I_0 - 2\Delta I} \Rightarrow R_2 = \frac{U}{I_0 - 2\Delta I} - R_A - R_1 \Rightarrow R_2 = 20 \Omega$$

Uključena sva tri otpora:

$$I_0 - 3\Delta I = \frac{U}{R_A + R_1 + R_2 + R_3} \Rightarrow R_A + R_1 + R_2 + R_3 = \frac{U}{I_0 - 3\Delta I} \Rightarrow R_3 = \frac{U}{I_0 - 3\Delta I} - R_A - R_1 - R_2 \Rightarrow R_3 = 60 \Omega$$



146. Rešenje:

Neka je otpor jedne stranice R . Tada bi kolo u prvom slučaju izgledalo ovako:

Oslobodjena snaga je data formulom $P = E^2/R$, tako da se zadatak svodi na određivanje otpora kola.

U ovom slučaju imamo paralelne veze. Otpor stranica je:

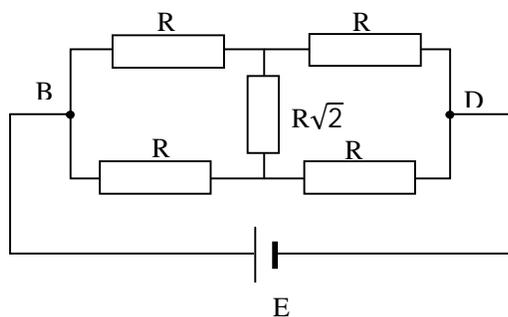
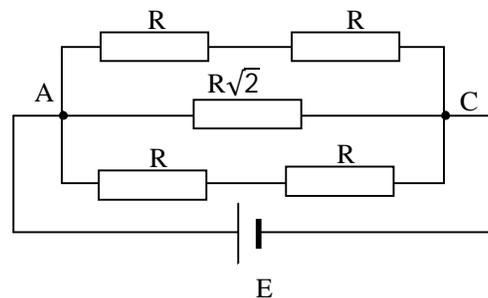
$$R_1 = \frac{2R * 2R}{2R + 2R} = R; R_{AC} = \frac{R R_{dij}}{R + R_{dij}} = \frac{R R \sqrt{2}}{R + R \sqrt{2}} \Rightarrow R_{AC} = \frac{R \sqrt{2}}{1 + \sqrt{2}}$$

U drugom slučaju imamo već poznatu situaciju da kroz dijagonalu ne protiče struja, jer su tačke A i C na istom potencijalu, pa se dijagonalni otpor može izbrisati.

Otpor konture je $R_{BD} = R$

Traženi količnik iznosi:

$$\frac{P_{AC}}{P_{BD}} = \frac{\frac{E^2}{R_{AC}}}{\frac{E^2}{R_{BD}}} = \frac{R_{BD}}{R_{AC}} = \frac{R}{\frac{R \sqrt{2}}{1 + \sqrt{2}}} \Rightarrow \frac{P_{AC}}{P_{BD}} = \frac{1 + \sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 1,71$$



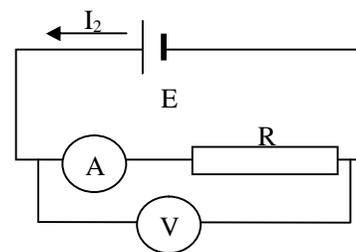
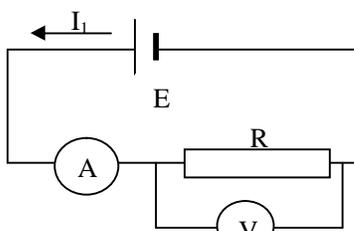
147. Rešenje:

$I_1 = 1,06 \text{ A}$, $U_1 = 59,6 \text{ V}$, $I_2 = 0,94 \text{ A}$, $U_2 = 60 \text{ V}$; $R = ?$

U prvom slučaju pod a) $E = I_1 R_A + U_1$

U drugom slučaju pod b) $E = I_2 (R_A + R)$, zapaziti da je $E = U_2$; pa je

$U_2 = I_1 R_A + U_1$
 $U_2 = I_2 R_A + I_2 R$ } Treba eliminisati R_A . Zato ćemo prvu jednačinu pomnožiti sa $-I_2$ a drugu sa I_1 .

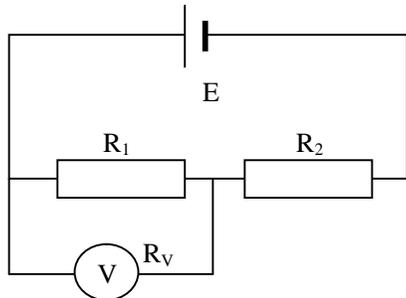


Posle kraćih izračunavanja (PKI) dobijamo: $R = \frac{U_2(I_1 - I_2) + U_1 I_2}{I_1 I_2} = 63,5 \Omega$

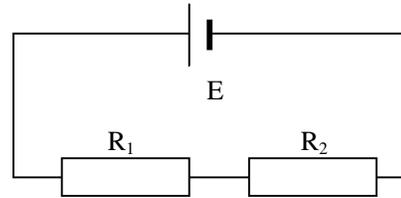
148. ** Rešenje:

$U_1 = 6 \text{ V}$, $U_2 = 4 \text{ V}$, $E = 12 \text{ V}$, $U_1' = ?$, $U_2' = ?$

Izračunaćemo ukupan otpor u kolu, struju i napon U_1 , pa onda U_2 : (sl. 148 – 1). Moramo naći vezu između napona i za vreme voltmetra, i posle voltmetra (jer su oni jedino dati).



Uz zadatak 148 – 1



Uz zadatak 148 – 2

$$R_{EK} = R_{1,V} + R_2 = \frac{R_1 R_V}{R_1 + R_V} + R_2 \Rightarrow R_{EK} = \frac{R_1 R_V + R_1 R_2 + R_2 R_V}{R_1 + R_V}$$

$$I_1 = \frac{E}{R_{EK}} = \frac{E(R_1 + R_V)}{R_1 R_V + R_1 R_2 + R_2 R_V}; U_1 = I_1 R_{1,V} \Rightarrow U_1 = \frac{E R_1 R_V}{R_1 R_V + R_1 R_2 + R_2 R_V}$$

Važan momenat: zbog simetrije šeme i simetrije rezultata zaključujemo sledeće: (zamena R_1 sa R_2)

$$U_2 = \frac{E R_2 R_V}{R_1 R_V + R_1 R_2 + R_2 R_V} \text{ količnik napona je } U_1/U_2 = R_1/R_2 - \text{tražena veza}$$

Sada računamo napone bez voltmetra. Struja je ista kroz oba otpornika, a važi i $U_1' + U_2' = E$

$$I = \frac{E}{R_1 + R_2}; U_1' = R_1 I; U_2' = R_2 I \text{ količnik ovih napona je } U_1'/U_2' = R_1/R_2 \Rightarrow U_1'/U_2' = U_1/U_2$$

Odavde je $U_1' = U_1 U_2' / U_2$ zamenom u EMS ($U_1' + U_2' = E$) dobijamo: $U_1 U_2' / U_2 + U_2' = E$, dalje je

$$U_2'(1 + U_1/U_2) = E; U_2' = E/(1 + U_1/U_2) = 4,8 \text{ V} \quad U_1' = E - U_2' = 7,2 \text{ V}.$$

149. Rešenje:

$R_1 = 1 \Omega$, $R_2 = 2 \Omega$, $R_3 = 3 \Omega$, $P_1 = 25 \text{ W}$, $P_2 = ?$

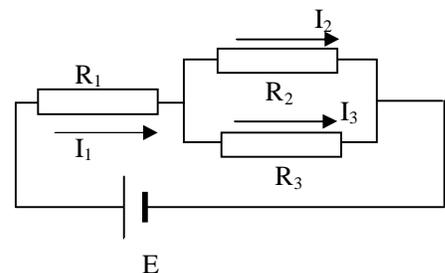
Prvo ćemo iskoristiti izraz za snagu: $P_1 = R_1 I_1^2 \Rightarrow I_1 = \sqrt{P_1/R_1} = 5 \text{ A}$

Dalje, otpori R_2 i R_3 su vezani paralelno: $I_2 R_2 = I_3 R_3 \Rightarrow I_3 = 2I_2/3$

Postoji i prvo Kirhofovo pravilo: $I_1 = I_2 + I_3$

Treba nam I_2 : $I_1 = I_2 + I_3 \Rightarrow I_1 = I_2 + 2I_2/3 \Rightarrow I_2 = 3I_1/5 \Rightarrow I_2 = 3 \text{ A}$

$$P_2 = R_2 I_2^2 = 18 \text{ W}.$$

**150. Rešenje:**

$P_1 = 10 \text{ W}$, $I_1 = 4 \text{ A}$, $I_2 = 8 \text{ A}$, $P_2 = ?$, $r = 0,1 \Omega$.

Koristimo izraz za datu snagu: $P_1 = R_1 I_1^2 \Rightarrow R_1 = P_1/I_1^2 \Rightarrow R_1 = 0,625 \Omega$

Treba uočiti da spoljašnji otpor nije isti u ova dva slučaja. Izračunaćemo R_2 :

Omov zakon za celo kolo u ova dva slučaja glasi:

$$\left. \begin{array}{l} E = I_1(r + R_1) \\ E = I_2(r + R_2) \end{array} \right\} \Rightarrow E = E \Rightarrow I_1(r + R_1) = I_2(r + R_2)$$

$$4(0,1 + 0,625) = 8(0,1 + R_2) \Rightarrow R_2 = 0,2625 \Omega$$

Tražena snaga je: $P_2 = R_2 I_2^2 \Rightarrow P_2 = 16,8 \text{ W}$.

151. Rešenje:

$R_1 = 1 \Omega, R_2 = 2 \Omega, I_1 = 2,8 \text{ A}, I_2 = 1 \text{ A}, r = ?$

U prvom slučaju Omov zakon za celo kolo glasi: $E = I_1(r + R_1)$

U drugom slučaju treba uočiti da su otpornici R_1 i R_2 vezani paralelno: (Označene tačke su na istom potencijalu – između njih nema otpora – i mogu se odgovarajuće tačke spojiti u jednu tačku)

$I_1 R_1 = I_2 R_2 \Rightarrow I_1 = I_2 R_2 / R_1 \Rightarrow I_1 = 2 \text{ A}.$

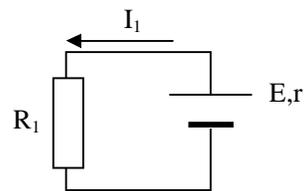
Sad primenjujemo Kirchofova pravila.

Prvo, prvo: $I = I_1 + I_2 \Rightarrow I = 3 \text{ A}.$

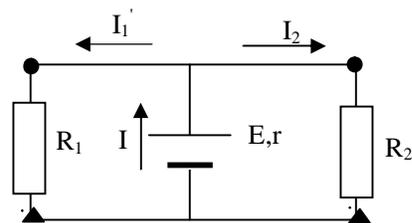
Sad, drugo pravilo za konturu ER₂E slika 151 – 2:

$E = Ir + I_2 R_2$; setimo se prvog slučaja i relacije $E = E$:

$$I_1(r + R_1) = Ir + I_2 R_2 \Rightarrow r = \frac{I_1 R_1 - I_2 R_2}{I - I_1} = 4 \Omega$$



Uz zadatak 151 – 1



Uz zadatak 151- 2

152.* Rešenje: R = 1 Ω, r = 1 Ω

Po definiciji stepen korisnog dejstva je (kao što je rečeno u postavci zadatka): $\eta = P_{otp} / P_{uk}$

Prvo paralelna veza sl.152 - 1. Ova dva izvora mogu se zameniti jednim, čija je Ems E a otpor r/2 (paralelna veza) Naći ćemo struju u kolu i navedene snage.

$$I = \frac{E}{\frac{r}{2} + R}; P_{otp} = RI^2 \Rightarrow P_{otp} = R \frac{E^2}{\left(\frac{r}{2} + R\right)^2}$$

$$P_{uk} = EI = E \frac{E}{\frac{r}{2} + R} \Rightarrow P_{uk} = \frac{E^2}{\frac{r}{2} + R}$$

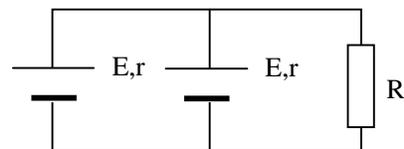
$$\eta_{par} = \frac{R \frac{E^2}{\left(\frac{r}{2} + R\right)^2}}{\frac{E^2}{\frac{r}{2} + R}} \Rightarrow \eta_{par} = \frac{R}{\frac{r}{2} + R}$$

iste veličine naći ćemo i za rednu vezu slika 152 – 2, dva izvora zamenjujemo jednim sa osobinama 2E, 2r:

$$I = \frac{2E}{2r + R}; P_{otp} = RI^2 \Rightarrow P_{otp} = R \frac{4E^2}{(2r + R)^2}$$

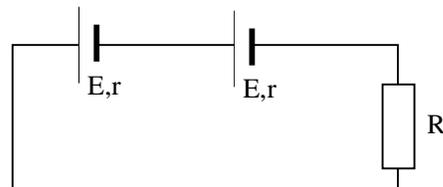
$$P_{uk} = 2EI = 2E \frac{2E}{2r + R} \Rightarrow P_{uk} = \frac{4E^2}{2r + R}$$

$$\eta_{red} = \frac{R \frac{4E^2}{(2r + R)^2}}{\frac{4E^2}{2r + R}} \Rightarrow \eta_{red} = \frac{R}{2r + R}$$



Uz zadatak 152 - 1

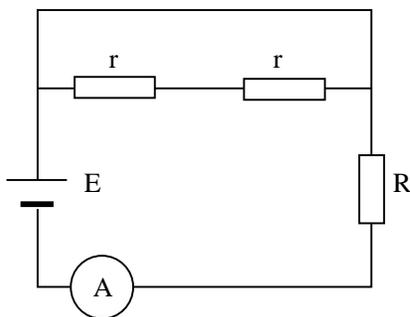
Količnik je: $\frac{\eta_{par}}{\eta_{red}} = \frac{\frac{R}{\frac{r}{2} + R}}{\frac{R}{2r + R}} = \frac{2r + R}{\frac{r}{2} + R} = 2$



Uz zadatak 152 - 2

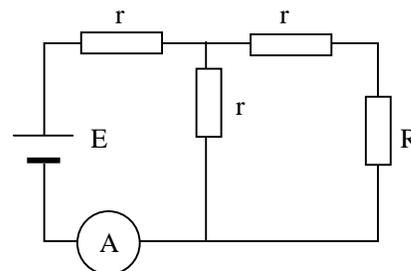
153.* Rešenje:

a) Zatvoren prekidač P_1 i otvoren P_2 kolo izgleda ovako:
 Struja neće teći kroz otpore r i r jer u gornjoj grani nema otpora.
 Omov zakon glasi $E = RI$



Uz zadatak 153 a -1

Zatvoren prekidač P_2 i otvoren P_1 kolo izgleda ovako:



Uz zadatak 153 a-2

Ovde imamo rednu vezu R i r , pa paralelno sa r i opet redna veza sa r . Sve to ispričano u formuli bi izgledalo ovako:

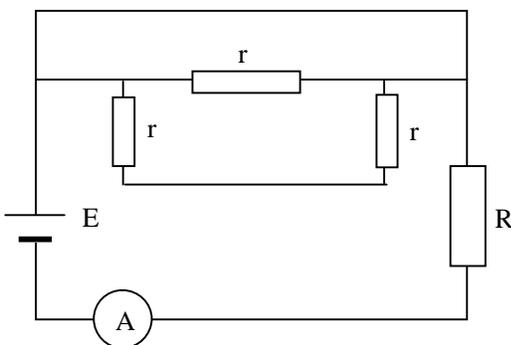
$$R_{ekv} = r + \frac{(r + R)r}{r + R + r} = \frac{2r^2 + rR + r^2 + rR}{2r + R}$$

Omov zakon u drugom slučaju glasi: $E = R_{ekv}I$

Upoređivanjem sa prvim slučajem dobijamo: $R = R_{ekv}$ (struje su iste):

$$R = \frac{2r^2 + rR + r^2 + rR}{2r + R} \quad \text{unakrsnim množenjem dobijamo: } 2rR + R^2 = 3r^2 + 2rR \Rightarrow R = r\sqrt{3}$$

b) Zatvoren prekidač P_1 i otvoren P_2 kolo izgleda ovako:



Uz zadatak 153 b -1

Opet slična priča, struja ne teče kroz otpore r , jer gornjim putem nema otpora
 Omov zakon glasi: $E = RI$

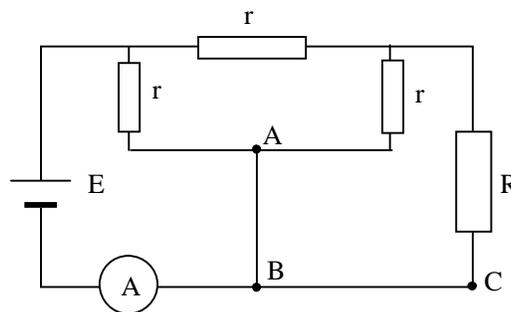
Sad treba da je vidljivo da su r i R spojeni paralelno, pa redno sa r , i na kraju cela kombinacija paralelno sa r .

Idemo postepeno, prvo prva tri otpora:

$$R_1^{ekv} = r + \frac{rR}{r + R} = \frac{r^2 + rR + rR}{r + R} = \frac{r^2 + 2rR}{r + R}$$

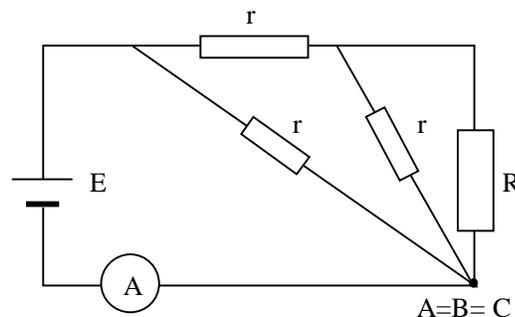
Sad ukupan otpor:

Zatvoren prekidač P_2 i otvoren P_1 kolo izgleda ovako:



Uz zadatak 153 b -2

Ovde imamo zamršeniji slučaj. Iskoristićemo da između tačaka A i B i C nema otpora pa se mogu spojiti. Prepakovano kolo izgleda ovako:



Uz zadatak 153 b -2

$$R_{\text{ekv}} = \frac{rR_1^{\text{ekv}}}{r + R_1^{\text{ekv}}} = \frac{r \frac{r^2 + 2rR}{r + R}}{r + \frac{r^2 + 2rR}{r + R}} = \frac{\frac{r^3 + 2r^2R}{r + R}}{\frac{r^2 + rR + r^2 + 2rR}{r + R}}$$

$$R_{\text{ekv}} = \frac{r^3 + 2rR^2}{2r^2 + 3rR}$$

Pošto su struje iste, u prvom i drugom slučaju pod b) isti su i otpori:

$$\mathbf{R = R_{\text{ekv}}}$$

$$R = \frac{r^3 + 2r^2R}{2r^2 + 3rR} \Rightarrow 2r^2R + 3rR^2 = r^3 + 2r^2R \Rightarrow 3rR^2 = r^3 \Rightarrow \mathbf{R = \frac{r}{\sqrt{3}}}$$